СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8951

М.Х.Харрасов

О СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ ДАЛЬНЕМ ПОРЯДКЕ В ОДНО- И ДВУХМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

1975

P4 - 8951

М.Х.Харрасов

О СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ ДАЛЬНЕМ ПОРЯДКЕ В ОДНО- И ДВУХМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Концепция Н.Н.Боголюбова о квазисредних и неравенства для коммутаторных функций Грина [I] позволяют рассмотреть с единой точки зрения целый ряд конкретных проблем статистической механики [2-4] и оказываются чрезвычайно плодотворными для выяснения вопросов, связанных с существованием эффектов дальнего порядка в системах взаимодействующих многих частиц, спонтанное нарушение симметрии в которых проявляется совершенно различным образом: изотропный гейзенберговский ферро- и антиферромагнетик, системы сверхтекучего и сверхпроводящего типа, пространственно-периодическая система и т. п.

Спонтанное нарушение симметрии в нерелятивистской теории выражается в ненулевом значении некоторого макроскопического параметра и физически соответствует наличию того или иного типа специфического упорядочения (так называемому дальнему порядку) в изучаемой системе.

На основе результатов работы [I] были получены строгие доказательства отсутствия дальнего порядка в бесконечных ($N\to\infty, V\to\infty, N/V=n=\mathrm{const}$) одно- и двухмерных системах при отличных от нуля температурах ($\theta\neq 0$) [2,5,6] .

В работе [7] эта методика была перенесена на такие конечные системы, как изотропный гейзенберговский ферромагнетик и система с пространственно-периодическим упорядочением.

Здесь мы рассмотрим вопрос о возможности существования сверхпроводимости в одно- и двухмерных системах.

Как известно, в системе с гамильтонианом взаимодействия вида

$$U = \frac{g}{2}\int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \overset{+}{\Psi}(\vec{r}_1)\overset{+}{\Psi}(\vec{r}_2)\Psi(\vec{r}_2)\Psi(\vec{r}_1)$$

сколь-угодно малое результирующее притяжение между частицами ($g<0$) приводит к образованию коррелированных пар в системе и появлению щели в спектре одночастичных возбуждений (при $\Theta < \Theta_c$) , причем этот результат не зависит от размерности системы $d = 1,2,3$.

Заметим, что в случае одно- и двухмерных систем механизм возникновения результирующего притяжения между частицами может отличаться от фононного, являющегося общепринятым в случае трехмерных систем.

Интересно отметить, что в системе, представляющей собой тонкую проводящую нить с неметаллической оболочкой, взаимодействие электронов проводимости с нейтральными атомами приводит к результирующему притяжению между самими электронами [8] .Этот результат будет справедлив и для системы, представляющей собой тонкую проводящую пластинку, находящуюся между неметаллическими пластинами, роль которых могут играть молекулярные слои, полимерные покрытия и т.п. Однако с уменьшением размерности системы возрастают флуктуации и в приближении самосогласованного поля можно но показать, что флуктуации фазы параметра порядка, практически несущественные в трехмерных системах, в случае одно- и двухмерных систем полностью разрушают когерентность, необходимую для существования сверхпроводящего дальнего порядка [9] . Однако возможно, что такой результат указывает лишь на ограниченность использованного метода, и что более точная теория приведет к наличию сверхпроводимости и в одно- и двухмерных системах.

Строгое рассмотрение этого вопроса было проведено в работах [2,6] с помощью теоремы Н.Н.Боголюбова об особенностях типа $\frac{1}{q^2}$ и было доказано отсутствие сверхпроводимости в бесконечных одно- и двухмерных системах при температурах, отличных от нуля. Существенно, что это доказательство опирается лишь на градиентную инвариантность гамильтониана и позволяет рассмотреть вопрос весьма общим способом.

Здесь мы покажем, что в случае одно- и двухмерных систем может существовать сверхпроводящий дальний порядок, если число частиц в системе ограничено некоторым N_{max} .

Будем исходить из гамильтониана Фрелиха, описывающего систему электронов, взаимодействующих с фононным полем

$$H = \sum_{(k,s)}\left(\frac{k^2}{2m}-\mu\right)a^+_{ks}a_{ks} + \sum_{(q)}\omega(q)\,b^+_q b_q + U, \qquad (1)$$

$$U = g\sum_{(q)}\left(\frac{\omega(q)}{V}\right)^{1/2}\left(\rho_q b^+_q + \rho_{-q} b_q\right),$$

где a^+_{ks}, a_{ks} – обычные ферми-операторы; b^+_q , b_q – операторы рождения и уничтожения фонона с импульсом q , возможные значения которого ограничены некоторым q_{max}, порядка дебаевского импульса; $\omega(q)$ – энергия фонона; μ – химический потенциал; V – об"ем системы; g – интенсивность электрон-фононного взаимодействия; s принимает два значения $\pm 1/2$; ρ_q - фурье-компонента оператора плотности электронов.

Заметим, что в модели (I) взаимодействие является градиентно-инвариантным, что приводит к вырождению состояния статистического равновесия относительно закона сохранения полного числа частиц $N=\sum\limits_{(k,s)} a^+_{ks} a_{ks}$. В связи с этим в дальнейшем вместо обычных средних будем иметь дело с соответствующими квазисредними, определяемыми как

$$\langle \ldots \rangle = \lim_{\nu\to 0} \frac{Sp(\ldots e^{-H_\nu/\theta})}{Sp(e^{-H_\nu/\theta})}, \qquad (2)$$

где $H_\nu = H + \nu H'$, причем $\nu H'$ - оператор, снимающий вырождение относительно закона сохранения полного числа частиц: $[N; H_\nu] = 0$.

Обратимся теперь к неравенству Н.Н.Боголюбова, который запишем в форме

$$\langle BB^+ + B^+B \rangle \geqslant 2\theta \frac{|\langle [Q;B] \rangle|^2}{|\langle [Q;[Q^+;H]] \rangle|}. \qquad (3)$$

Здесь выбор оператора Q является произвольным.

Интересуясь поведением корреляционной функции $\langle BB^+ + B^+B \rangle$ в длинноволновом пределе ($\vec{k} \to 0$, $B \equiv B_k$), в качестве оператора $Q = Q_k$ будем выбирать "квазиинтеграл" движения - оператор O_k , который при $\vec{k} = 0$ коммутирует с гамильтонианом системы: $\lim\limits_{\substack{k\to 0\\ \nu\to 0}} [Q_k; H_\nu] = 0$.

Заметим, что свойство сверхпроводимости микроскопическая теория связывает с появлением отличных от нуля аномальных средних $\langle a_f a_{-f} \rangle$, $\langle a_{-f} a_f \rangle$, и рассмотрим неравенство (3) для квазисредних $\langle B_k B_k^+ + B_k^+ B_k \rangle$, полагая

$$B_k \equiv \beta_k = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{(q,s)} \epsilon(s)\, a_{q,-s}\, a_{-q-k,s}$$
$$\epsilon(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases} \qquad (4)$$

Для выбора оператора Q_k заметим, что характерным интегралом движения в нашей задаче является полное число частиц N и качестве Q_k возьмем фурье-компоненту оператора плотности числа частиц ρ_{-k} :

$$Q_k = \rho_{-k} = \sum_{(p,s)} a^+_{p,s} a_{p-k,s} ; \; Q_k^+ = \rho_k . \qquad (5)$$

Тогда, вычисляя коммутаторы, входящие в неравенство (3) , получаем

$$\langle [Q_k; B_k] \rangle = \langle [\rho_{-k}; \beta_k] \rangle = \frac{2}{\sqrt{V}} \sum_{(p,s)} \epsilon(s) \langle a_{-p,-s} a_{p,s} \rangle \qquad (6)$$

$$|\langle [Q_k; [Q_k^+; H]] \rangle| = |\langle [\rho_{-k}; [\rho_k; H]] \rangle| = \frac{k^2}{m} N . \qquad (7)$$

Подстановка (6) и (7) в (3) приводит к следующему неравенству:

$$\langle \beta^+_K\beta_K+\beta_K\beta^+_K\rangle \geqslant 8mn\theta\left|\frac{1}{N}\sum_{(p,S)}\epsilon(S)\langle a_{-p,-S}a_{p,S}\rangle\right|^2\frac{1}{K^2}, \quad (8)$$

где $n=N/V$ - плотность числа частиц.

Разделим обе части неравенства (8) на N и просуммируем по всем $\vec{K}$, кроме $\vec{K}=0$. Рассмотрим левую часть, которую, учитывая (4) , запишем в виде

$$L(d)=\frac{1}{N}\sum_{(K\neq 0)}\langle\beta_K\beta^+_K+\beta^+_K\beta_K\rangle=$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{(K\neq 0)}\langle\frac{1}{V}\sum_{\substack{(q,S)\\(p,\sigma)}}\epsilon(S)\epsilon(\sigma)(a^+_{-q-k,s}a^+_{q,-s}a_{p,-\sigma}a_{-p-k,\sigma}+$$

$$+a_{p,-\sigma}a_{-p-k,\sigma}a^+_{-q-k,s}a_{q,-s})\rangle\,. \quad (9)$$

Поскольку гамильтониан Фрелиха и модельный гамильтониан сверхпроводимости с прямым взаимодействием между электронами в задачах учета влияния электрон-фононного взаимодействия на динамику электронов вблизи поверхности Ферми являются эквивалентными [10] , при вычислении выражения (9) для простоты воспользуемся аппроксимирующим гамильтонианом, изучавшимся в связи с теорией сверхпроводимости [11]:

$$H=\sum_{(f)}T(f)a^+_f a_f-\frac{1}{2}\sum\lambda(f)\{C^*a_{-f}a_f+Ca^+_f a^+_{-f}\}, \quad (10)$$

где величина C является c- числом, определяемым как нетривиальное решение уравнения

$$C=\frac{1}{V}\sum_{(f)}\lambda(f)\langle a_{-f}a_f\rangle^{(V)}_H \quad (11)$$

$$f=(p,S);\ S=\pm 1/2;\ T(f)=\frac{p^2}{2m}-\mu;$$

$$\lambda(f)=\begin{cases}I\epsilon(S), & |p^2/2m-\mu|<\Delta\\ 0, & |p^2/2m-\mu|>\Delta.\end{cases} \quad (12)$$

В модели Фрелиха мы должны положить

$$I=g^2;\ \omega\equiv\Delta^2/2m=\tilde{\omega}/2, \quad (13)$$

где

$$\ln\tilde{\omega}=\int_0^\infty \ln\frac{1}{2\xi}\frac{d}{d\xi}\left\{\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\frac{\omega(k_F\sqrt{2(1-t)})dt}{\omega(k_F\sqrt{2(1-t)})+\xi}\right\}^2 d\xi\,. \quad (14)$$

Гамильтониан (10) может быть приведен к диагональному виду с помощью канонического преобразования Н.Н.Боголюбова

$$\alpha_f=u_f a_f+v_f a^+_{-f},\quad \alpha^+_f=u_f a^+_f+v^*_f a_{-f}$$

$$a_f=u_f\alpha_f-v_f\alpha^+_{-f},\quad a^+_f=u_f\alpha^+_f-v^*_f\alpha_{-f},$$

где

$$u_f=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{T(f)}{E(f)}},\quad v_f=\frac{-\epsilon(S)}{\sqrt{2}}\frac{C}{|C|}\sqrt{1-\frac{T(f)}{E(f)}} \quad (15)$$

$$E(f)=\sqrt{\lambda^2(f)|C|^2+T^2(f)}.$$

Воспользуемся обобщенным принципом самосогласованного поля Н.Н.Боголюбова. Тогда для (9) имеем

$$L(d) = \frac{1}{N}\sum_{(k\neq 0)}\frac{1}{V}\sum_{\substack{(q,s)\\(p,\sigma)}}\epsilon(s)\epsilon(\sigma)\Big\{\langle a^+_{-q-k,s}a^+_{q,-s}\rangle\langle a_{p,-\sigma}a_{-p-k,\sigma}\rangle -$$

$$- \langle a^+_{-q-k,s}a_{p,-\sigma}\rangle\langle a^+_{q,-s}a_{-p-k,\sigma}\rangle +$$

$$+ \langle a^+_{-q-k,s}a_{-p-k,s}\rangle\langle a^+_{q,-s}a_{p,-\sigma}\rangle +$$

$$+ \langle a_{p,-\sigma}a_{-p-k,\sigma}\rangle\langle a^+_{-q-k,s}a^+_{q,-s}\rangle -$$

$$- \langle a_{p,-\sigma}a^+_{-q-k,s}\rangle\langle a_{-p-k,\sigma}a^+_{q,-s}\rangle +$$

$$+ \langle a_{p,-\sigma}a^+_{q,-s}\rangle\langle a_{-p-k,\sigma}a^+_{-q-k,s}\rangle\Big\}. \qquad (16)$$

Учтем, что в нашей системе выполняется закон сохранения импульсов и спинов. Это дает следующие правила отбора для квазисредних:

$$\langle a^+_f a_{f'}\rangle = \langle a^+_f a_f\rangle\Delta(f-f') \qquad \Delta(x)=\begin{cases}1, x=0\\ 0, x\neq 0\end{cases} \qquad (17)$$

$$\langle a_f a_{f'}\rangle = \langle a_f a_{-f}\rangle\Delta(f+f')$$

При этом из (16) получаем

$$L(d) = \frac{4}{N}\sum_{(k\neq 0)}\frac{1}{V}\sum_{(q,s)}\langle a^+_{-q-k,s}a_{-q-k,s}\rangle\langle a^+_{q,-s}a_{q,-s}\rangle +$$

$$+ \frac{4}{N}\sum_{(k\neq 0)}\frac{1}{V}\sum_{(q)}1 - \frac{4n}{N}\sum_{(k\neq 0)}1 . \qquad (18)$$

Заметим, что величина $L(d)$ имеет статистический порядок N^0 и вычислим ее в одно- и двухмерных случаях.

Учитывая соотношения (15), имеем

$$\langle a^+_f a_f\rangle = u_f^2\frac{1}{1+e^{E(f)/\theta}} + |v_f|^2\frac{1}{1+e^{-E(f)/\theta}} \qquad (19)$$

Тогда

$$L(d) = \frac{4}{N}\sum_{(k\neq 0)}\frac{1}{V}\sum_{(q,s)}\Big\{u^2_{q+k,s}\frac{1}{1+e^{E(q+k)/\theta}} +$$

$$+ v^2_{q+k,s}\frac{1}{1+e^{-E(q+k)/\theta}}\Big\}\Big\{u^2_{q,s}\frac{1}{1+e^{E(q)/\theta}} +$$

$$+ v^2_{q,s}\frac{1}{1+e^{-E(q)/\theta}}\Big\} + \frac{4}{N}\sum_{(k\neq 0)}\Big(\frac{1}{V}\sum_{(q)}1 - n\Big). \qquad (20)$$

Рассмотрим одномерную систему.

От суммирования по $\vec{q}$ в выражении (20) перейдем к интегрированию и, имея в виду малость величины Δ , воспользуемся теоремой о среднем. Это дает

$$L(1) = \frac{4}{N}\sum_{(k\neq 0)}\frac{1}{V}\frac{V}{2\pi}2\Delta\sum_{(s)}\Big\{u^2_{p_F+k,s}\frac{1}{1+e^{E(p_F+k)/\theta}} +$$

$$+ v^2_{p_F+k,s}\frac{1}{1+e^{-E(p_F+k)/\theta}}\Big\}\Big\{u^2_{p_F,s}\frac{1}{1+e^{E(p_F)/\theta}} +$$

$$+ v^2_{p_F,s}\frac{1}{1+e^{-E(p_F)/\theta}}\Big\} + \frac{4}{N}\frac{\Delta}{\pi}\sum_{(k\neq 0)}1 - \frac{4}{N}\sum_{(k\neq 0)}n =$$

$$= \frac{8\Delta}{\pi}\frac{1}{N}\sum_{(k\neq 0)}\Big\{u^2_{p_F+k,s}\frac{1}{1+e^{E(p_F+k)/\theta}} + v^2_{p_F+k,s}\frac{1}{1+e^{-E(p_F+k)/\theta}}\Big\}\times$$

$$\times\left\{u^2_{p_F,s}\frac{1}{1+e^{E(p_F)/\theta}}+v^2_{p_F,s}\frac{1}{1+e^{-E(p_F)/\theta}}\right\}+\frac{4\Delta}{\pi}\frac{i}{N}\sum_{(k\neq 0)}1-\frac{4n}{N}\sum_{(k\neq 0)}1. \quad (21)$$

В (21) от суммирования по $\vec{k}$ перейдем к интегрированию. Для случая низких температур и малых $\vec{k}$ получим

$$L(1)=\frac{\Delta\cdot v(1)}{\pi^2}\left\{1-\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(1-2e^{-E(p_F)/\theta}\right\}\times$$

$$\times\left\{1+\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(4e^{-E(p_F)/\theta}-1)\right\}(q_{max}-\frac{2\pi}{aN})-$$

$$-\frac{\Delta\cdot v(1)}{2\pi^2}\left\{1-\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})\right\}\left\{\frac{p_F}{mE(p_F)}-\frac{T(p_F)}{E^3(p_F)}\times\right.$$

$$\left.\times(\frac{p_F^2}{2m}-\mu)\frac{p_F}{m}\right\}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})\left(q^2_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^2\right)-$$

$$-\frac{\Delta\, v(1)}{\pi^2}\left\{1-\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})\right\}\frac{T(p_F)}{E^2(p_F)}e^{-E(p_F)/\theta}\times$$

$$\times(\frac{p_F^2}{2m}-\mu)p_F(q^2_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^2)+\frac{2v(1)}{\pi^2}(q_{max}-\frac{2\pi}{aN})-$$

$$-\frac{2}{\pi}(q_{max}-\frac{2\pi}{aN}), \quad (22)$$

где $v(1)=a$ – объем, приходящийся на одну частицу.

Аналогично для двухмерного случая имеем

$$L(2)=\frac{\Delta\cdot v(2)}{2\pi^2}p_F\left\{1-\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})\right\}\times$$

$$\times\left\{1+\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(4e^{-E(p_F)/\theta}-1)\right\}(q^2_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^2)-$$

$$-\frac{\Delta\cdot v(2)}{3\pi^2}p_F\left\{1-\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})\right\}\left\{\frac{p_F}{mE(p_F)}-\frac{T(p_F)}{E^3(p_F)}\times\right.$$

$$\left.\times(\frac{p_F^2}{2m}-\mu)\frac{p_F}{m}\right\}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})(q^3_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^3)-$$

$$-\frac{2\Delta\cdot v(2)}{3\pi^2}p_F^2\left\{1-\frac{T(p_F)}{E(p_F)}(1-2e^{-E(p_F)/\theta})\frac{T(p_F)}{E^2(p_F)}e^{-E(p_F)/\theta}\times\right.$$

$$\times(\frac{p_F^2}{2m}-\mu)(q^3_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^3)+$$

$$+\frac{\Delta\cdot v(2)}{\pi^2}(q^2_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^2)-$$

$$-\frac{1}{\pi}(q^2_{max}-(\frac{2\pi}{aN})^2). \quad (23)$$

Таким образом, из неравенства (8) мы получили

$$L(d)\geqslant 8mn\theta\left|\frac{1}{N}\sum_{(p,\sigma)}\epsilon(\sigma)\langle a_{-p,-\sigma}a_{p,\sigma}\rangle\right|^2\frac{v(d)}{(2\pi)^d}\int\frac{d\vec{k}}{K^2}. \quad (24)$$

Заметим, что правая часть этого неравенства для бесконечных одно- и двухмерных систем расходится как N и $\ln N$, соответственно, в то время, как левая часть его является ограниченной. Ввиду этого для одно- и двухмерных систем неравенство (24) при $N \to \infty$ может выполняться лишь при $\langle a_{-p,-\sigma} a_{p,\sigma} \rangle = 0$ или $\langle \psi_{-\sigma}(\tau) \psi_{\sigma}(0) \rangle = 0$ $(\theta \neq 0)$. Тогда, поскольку величина $\langle \psi_{-\sigma}(\tau) \psi_{\sigma}(0) \rangle$ пропорциональна плотности парных квазимолекул в конденсате, полученный результат указывает на отсутствие сверхпроводимости в одно- и двухмерных системах.

Неравенство (24) справедливо для систем и с размерностью $d = 1, 2$, если число частиц в ней ограничено некоторым N_{max}, определяемым величиной параметра порядка $\langle a_{-p,-\sigma} a_{p,\sigma} \rangle$. В этом случае можем говорить о существовании в системе сверхпроводящего дальнего порядка, хотя и не бесконечного в пространстве ($N \leq N_{max}$).

Из неравенства (24) определим величину N_{max}.

Для одно- и двухмерного случаев соответственно имеем

$$N_{max} \approx \left\{ L^{(0)}(1) + \frac{4m\theta}{\pi q_{max}} \left| \frac{1}{N} \sum_{(p,\sigma)} \epsilon(\sigma) \langle a_{-p,-\sigma} a_{p,\sigma} \rangle \right|^2 \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{2ma\theta}{\pi^2} \left| \frac{1}{N} \sum_{(p,\sigma)} \epsilon(\sigma) \langle a_{-p,-\sigma} a_{p,\sigma} \rangle \right|^2 \right\}^{-1} \quad (25)$$

$$a = v(1)$$

$$N_{max} \approx \frac{2\pi}{q_{max} a} \exp \left\{ \frac{L^{(0)}(2)}{\frac{4ma\theta}{\pi} \left| \sum_{(p,\sigma)} \epsilon(\sigma) \langle a_{-p,-\sigma} a_{p,\sigma} \rangle \right|^2} \right\}, \quad (26)$$

$$a^2 = v(2)$$

где

$$L^{(0)}(d) = \lim_{N \to \infty} L(d). \quad (27)$$

Из соотношений (25) и (26) видно, что поскольку $\langle a_{-p,-\sigma} a_{p,\sigma} \rangle \neq 0$ при $N \leq N_{max}$, это обстоятельство указывает на возможность наличия в этом случае специфического упорядочения в рассматриваемых системах.

Заметим, что этот вывод будет справедлив в случае достаточно низких температур, когда флуктуации в системе малы.

Таким образом, использование неравенства Н.Н.Боголюбова оказывается весьма эффективным для исследования вопросов, связанных с специфическим упорядочением в конечных системах.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Б.И.Садовникову и В.К.Федянину за полезные обсуждения и ценные замечания.

Литература

I. Н.Н.Боголюбов. Препринт Д-781, ОИЯИ, Дубна, 1961.

2. Б.И.Садовников, В.К.Федянин. ТМФ, 16,368 (1973).

3. Б.И.Садовников, М.Х.Харрасов. ДАН СССР, 216, 513 (1974).

4. Б.И.Садовников, М.Х.Харрасов. Тезисы II Международной конференции по теории плазмы, Киев, 1974.

5. N.D.Mermin, H.Wagner. Phys.Rev.Lett., 17, 1133 (1966).

6. P.C.Hohenberg. Phys.Rev., 158, 383 (1967).

7. Б.И.Садовников, М.Х.Харрасов. Препринт ИТФ-74-111Р, Киев, 1974.

8. W.A.Little. Phys.Rev., 134, A1416 (1964).

9. R.A.Ferrel. Phys.Rev.Lett., 13, 331 (1964).

10. Н.Н.Боголюбов. Препринт Р-94, ОИЯИ, Дубна, 1957.

11. Н.Н.Боголюбов. Препринт Р-511, ОИЯИ, Дубна, 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июня 1975 года