ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 8947

К. Неергорд, В.В.Пашкевич

ОБОЛОЧЕЧНАЯ ПОПРАВКА К ЭНЕРГИИ ДЕФОРМАЦИИ ЯДЕР С ОЧЕНЬ БОЛЬШИМ СПИНОМ ($I \lesssim 100$)

1975

P4 - 8947

К. Неергорд,* В.В.Пашкевич

ОБОЛОЧЕЧНАЯ ПОПРАВКА К ЭНЕРГИИ ДЕФОРМАЦИИ ЯДЕР С ОЧЕНЬ БОЛЬШИМ СПИНОМ ($I \lesssim 100$)

Направлено в "Physics Letters"

---

* Адрес с 1 сентября 1975 г.: Kernforschungsanlage Jülich, Jülich, BRD.

Продукты реакции слияния с тяжелыми ионами после испарения часто могут обладать угловым моментом ~1ОО единиц. При таком большом моменте одночастичный спектр ядра заданной формы будет отличаться от спектра невращающегося ядра /1/ и следует ожидать новых свойств оболочечного вклада /2/ в энергию деформации. С целью количественного изучения этого эффекта мы применили процедуру Струтинского /2/ к холодному ядру произвольно высокого спина. /Предельный случай низкого спина рассматривался Фрауендорфом и Пашкевичем /3-4/ /. В качестве первого приложения метода мы исследовали энергию при конечном спине 16 редкоземельных ядер вблизи линии бета-стабильности в зависимости от квадрупольных параметров деформации β и γ. В настоящей заметке мы 1/ кратко опишем метод и 2/ проиллюстрируем типичные результаты, обсуждая несколько отобранных примеров. Более полно результаты будут представлены отдельно.

Энергию деформации, которая играет основную роль в обычных вычислениях Струтинского, можно рассматривать /2,5/ как приближение к функции

$$E(\beta) \equiv \inf \{ \langle \hat{H} \rangle \mid \beta \} , \qquad /1/$$

т.е. к наименьшему ожидаемому значению точного гамильтониана H, полученному на множестве детерминантов Слейтера, которое ограничено условием, что каждый детерминант должен описывать конфигурацию с одной и той же деформацией β. /Здесь β означает полный набор параметров деформации/. Описывая вращение в приближении модели принудительного вращения *, можно написать аналог выражения /1/, соответствующий конечному спину $\vec{I}$ /который рассматривается как классический вектор/

$$E(\beta, \vec{I}) \equiv \inf\{\langle \hat{H} \rangle \mid \langle \vec{\hat{I}} \rangle = \vec{I},\ \beta\}, \qquad /2/$$

где $\vec{\hat{I}}$ обозначает квантовый угловой момент $(\hbar = 1)$.

Когда $E(\beta, \vec{I})$ является выпуклой функцией $\vec{I}$, минимизация в ур. /2/ эквивалентна определению

$$R(\beta, \vec{\omega}) \equiv \inf\{\langle \hat{H} - \vec{\omega} \cdot \vec{\hat{I}} \rangle \mid \beta\} \qquad /3/$$

для

$$\vec{\omega} = \frac{\partial E(\beta, \vec{I})}{\partial \vec{I}}. \qquad /4/$$

Из ур. /2/-/4/ немедленно следует

$$E(\beta, \vec{I}) = R(\beta, \vec{\omega}) + \vec{\omega} \cdot \vec{I}, \qquad /5/$$

$$\vec{I} = -\frac{\partial R(\beta, \vec{\omega})}{\partial \vec{\omega}}. \qquad /6/$$

Итак, можно получить функцию $E(\beta, \vec{I})$, вычисляя сначала функцию $R(\beta, \vec{\omega})$, затем решая ур. /6/ относительно $\vec{\omega}$ и подставляя полученное значение в ур. /5/. Таким образом, наша задача сводится к нахождению приближения к функции $R(\beta, \vec{\omega})$. Выражения /1/ и /3/ имеют одинаковую формальную структуру, так что возможно непосредственное применение энергетической теоремы [2] к R -функции. Имея в виду успех вычислений

* В нашей терминологии "модель принудительного вращения" не обязательно связана с использованием теории возмущения.

обычной энергии деформации по методу Струтинского, с учетом оболочечной поправки первого порядка, представляется разумным предположить, что параллельная процедура даст значение R -функции с достаточной точностью. Соответственно, мы записываем

$$R(\beta, \vec{\omega}) = R_{c\ell}(\beta, \vec{\omega}) + \delta R(\beta, \vec{\omega}) \qquad /7/$$

с $R_{c\ell}$ и δR, обозначающими "гладкую" часть и оболочечную поправку, соответственно.

Известно [6], что в статистическом приближении поведение ираст-полосы определяется твердотельным моментом инерции. Тогда разумным выражением для "гладкой" части $R_{c\ell}(\beta, \vec{\omega})$ является

$$R_{c\ell}(\beta, \vec{\omega}) = U_{LD}(\beta) - \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot \mathcal{J}_{rig}(\beta)\,\vec{\omega}, \qquad /8/$$

где U_{LD} - обычная энергия жидкой капли, а $\mathcal{J}_{rig}$ означает твердотельный инерциальный тензор. /R -функция играет роль функции Рауса [7]. Следовательно, кинетическая энергия вращения входит в ур. /8/ с отрицательным знаком/. При обобщении энергетической теоремы слагаемое с лагранжевым множителем $-\vec{\omega} \cdot \vec{\hat{I}}$, будучи одночастичным оператором, очевидно, входит наряду с кинетическом энергией $\hat{H}$. Следовательно, оператор, заменяющий одночастичный гамильтониан при вычислении оболочечной поправки δR, имеет вид

$$r(\beta, \vec{\omega}) = t - \vec{\omega} \cdot \vec{j} + \tilde{V}(\beta, \vec{\omega}), \qquad /9/$$

где t - одночастичная кинетическая энергия, $\vec{j}$ - одночастичный угловой момент и $\tilde{V}$ - среднее поле, которое, в принципе, должно быть получено на основе гладкой плотности частиц, проинтегрированной вместе с двухчастичными взаимодействиями. Явная зависимость $\tilde{V}$ от $\vec{\omega}$ может быть оценена и оказывается слабой. Мы ею пренебрегали в модели, используемой в наших вычислениях. /Так же как и высшими степенями ω в разложении /8//.

В этой модели $U_{LD}(\beta, \gamma)$ аппроксимировалось полиномом третьей степени, представляющем собой первые члены разложения около сферы [8]. Для $\mathcal{J}_{rig}(\beta,\gamma)$ использовалось выражение, справедливое для однородного эллипсоида. Предсказания этой довольно грубой классической модели, как было найдено, согласуются довольно хорошо со значениями, полученными Коэном и др.[9] на основе значительно более утонченных классических вычислений. В качестве среднего поля $\tilde{V}(\beta,\gamma)$ использовался трехосный потенциал Нильссона. Эффекты спаривания не учитывались. Рассматривались только конфигурации со спином, направленным вдоль одной из главных осей квадруполоида. В таких конфигурациях $\vec{\omega}$ и $\vec{I}$ параллельны и векторный характер обоих величин можно игнорировать. Считая спин направленным вдоль 1-ой оси, все такие конфигурации могут быть получены в удобной параметризации [10], в которой три главные оси выбраны так, что

$$R_i = R_0(\beta,\gamma)\left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\beta\cos\left(\gamma - i\,\frac{2\pi}{3}\right)\right), \qquad /10/$$

$$i = 1,2,3; \qquad -\frac{\pi}{3} \le \gamma \le \frac{2\pi}{3}.$$

Наши вычисления были еще более ограничены областями в $(\beta-\gamma)$ -плоскости, показанными на *рис. 2*. В этой области $E(\beta,\gamma,I)$ вычислялось для последовательных значений I от О до 14О с шагом в 1О единиц.

На *рис. 1* изменение оболочечной структуры с изменением спина иллюстрируется с помощью изображения функции $\delta R(\beta,\gamma,\omega)$ для ω = О и ω = О,6 *МэВ*, соответственно. Последнее значение ω соответствует I, порядка 4О. Следует отметить особо, что симметрия относительно оси γ = О° теряется полностью при таких значениях углового момента.

На *рис. 2* показано изменение положения различных минимумов энергии с изменением спина. Также показано соответствующее изменение в чистой классической модели /которую можно получить, опуская второй член в ур. /7//. В качестве типичных примеров были выбраны два ядра, ^{160}Dy и ^{178}Hf, представляющих более легкую

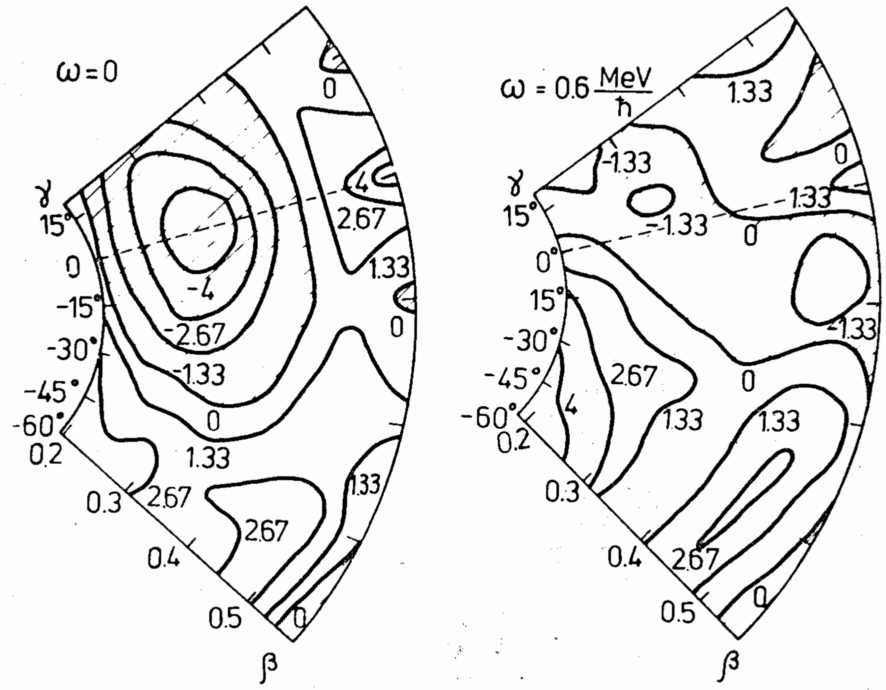

Рис. 1. Оболочечный вклад в R *-функцию ядра* ^{168}Yb *при* ω *= О и* ω *= О,6 МэВ.*

и более тяжелую области рассмотренных ядер. На сильно изрезанном "ландшафте" довольно часто встречаются мелкие "озера", которые вряд ли соответствуют стабильным конфигурациям, если иметь в виду динамические флюктуации формы. Чтобы исключить такие ложные минимумы, в качестве критерия "стабильности" минимума было выбрано условие, что барьер, окружающий минимум, нигде не был ниже 1,5-2 *МэВ*.

<u>Ядро ^{160}Dy</u> */рис. 2а/*

При $I \le 50$ равновесные формы соответствуют положительным значениям γ. Это значит, что оболочечные силы достаточно велики и направлены так, что ядро

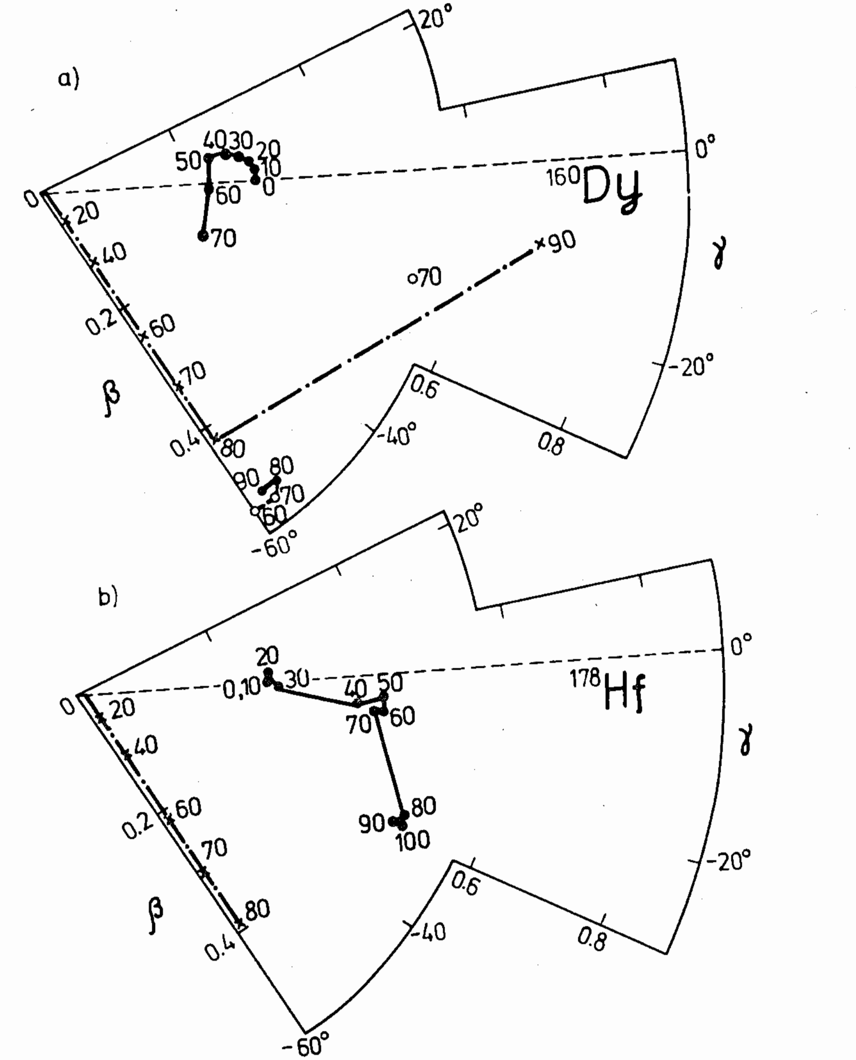

Рис. 2. Различные минимумы в энергии деформации ядер ^{160}Dy *и* ^{178}Hf. *Черные кружки обозначают положение абсолютного минимума, светлые - второго минимума и крестики - минимума в классической энергии. Точки, принадлежащие непрерывному семейству форм, соединены прямыми линиями.*

вращается вокруг промежуточной оси классического тензора инерции. Это характерно для большинства рассмотренных ядер с числом нейтронов $N \leq 102$. При $N = 98$ и $N = 102$ максимальное значение γ становится даже больше, чем в ядре ^{160}Dy. /Шаг по N был выбран равным 4/. Так в некоторых ядрах с $N = 102$ минимум выходит за верхнюю границу области, в которой проводились вычисления. Для $N \geq 106$ положительные значения γ также часто были получены, но здесь только при малых значениях спина. /см., напр., ^{178}Hf, *рис. 2в*/. Тенденция к положительным значениям γ в пределе малого спина, наблюдаемая здесь, находится в согласии с рядом микроскопических вычислений /11-14/, в которых было показано, что производная $\partial \mathcal{J}_{cr} / \partial \gamma$ момента инерции в модели принудительного вращения положительна в редкоземельной области /в адиабатическом приближении /15/ это ведет к положительным z_2, в согласии с экспериментом/. То, что тот же характер зависимости получен в настоящих вычислениях, показывает, что этот результат не зависит от присутствия парных корреляций. Это можно понять на основании того, что в четно-четном ядре момент инерции в модели принудительного вращения исчезает /с учетом спаривания или без него/ при $\sin(\gamma - 2\pi/3) = 0$ и $\beta \neq 0$) и, следовательно, растет с ростом $\sin(\gamma - 2\pi/3)$.

Второй минимум проявляется в точке $(\beta, \gamma) \approx$ $=$ /0,5, - 60°/ при I = 60, а при I = 80 становится абсолютным минимумом, в то время как конфигурация с меньшей деформацией теряет стабильность. При I = 70 энергия ядра ^{160}Dy имеет три минимума, все в пределах 400 *кэВ*. Третий из них $((\beta, \gamma) \approx$ /0,53,- 17°// не является стабильным ни при меньших, ни при больших спинах и вряд ли играет какую-либо роль при распаде компаунд-ядра. Для $I \gtrsim 100$ стабильных минимумов нет.

Ядро ^{178}Hf

Этот пример существенно отличается от предыдущего в том смысле, что равновесная форма эволюционирует непрерывно от $I = 0$ до $I = 100$, т.е. до максимального спина, при котором ядро еще стабильно относительно деления. При $I \geq 30$ значение γ отрицательно. Развитие формы грубо может быть описано как центробежное растяжение, начинающееся с основного состояния при $(\beta,\gamma) = /0,26,0°/$.

Сосуществование нескольких минимумов, как было видно в случае ^{160}Dy, разительным образом проявляется в ядрах с N = 90. Так, в ^{156}Dy /см. *рис. 3*/ два хорошо определенных минимума с $\beta \simeq 0,3$ и 0,8 присутствуют одновременно при всех $I \geq 40$. Хотелось бы подчеркнуть глубоко идущие следствия, вытекающие из ситуации, изображенной на *рис. 3*, для γ-распада после первого, статистического охлаждения, ведущего ядро в область ираст-полосы /16/. Статистический распад наиболее вероятно приведет к конфигурации с наименьшей энергией, т.е. при $I \geq 60$ к состоянию с сильнодеформированной формой. Вследствие большого барьера, разделяющего два минимума, следует ожидать, что система будет оставаться в минимуме, соответствующем большой деформации, даже после того, как он перестал быть нижайшим. Таким образом, система отклонится от ираст-полосы, пока в конце концов барьер не исчезнет при $I \leq 40$ и не сможет начаться новое охлаждение. /Вычисления форм с большой деформацией не проводились при $I<40$, но из более ранних исследований с учетом спаривания известно, что при $I=0$ второго минимума нет/.

В заключение сделаем несколько общих замечаний относительно полученных результатов. Во-первых, оболочечная поправка, как оказывается, всегда стабилизирует холодное ядро относительно центробежного растяжения. Это связано с быстрыми изменениями, привносимыми в энергию оболочечной поправкой /см. *рис. 3*/. Примеры стабилизирующего эффекта видны на *рис. 2*, где в обоих случаях предсказываются стабильные конфигурации при таких спинах, при которых классическое ядро уже теряет стабильность. /Следует помнить в этой связи о более жестких критериях стабильности, которые применялись к минимумам энергии с оболочечной поправкой. Для трехосной конфигурации, предсказываемой в классической модели, барьер деления никогда не превосходит 2 *МэВ*/. В благоприятных случаях оболочечная

поправка может повысить критический спин на величину до ~30 единиц.

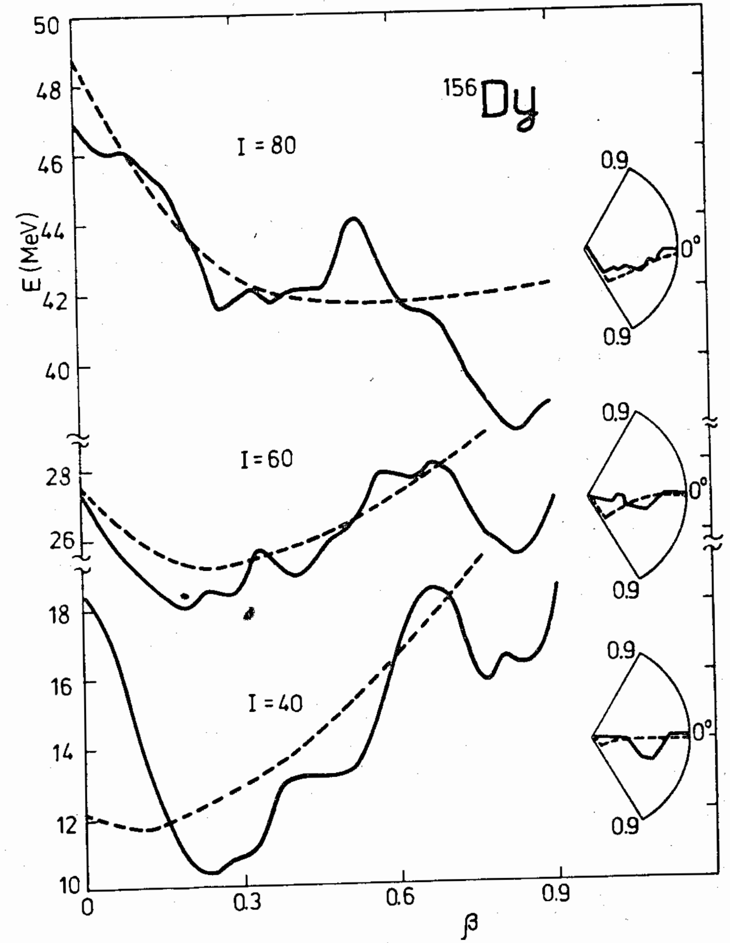

Рис. 3. Разрезы энергии деформации ядра ^{156}Dy *приблизительно вдоль "делительной долины" при трех значениях спина. Вставки указывают проекцию разреза на* (β,γ) *- плоскости. Соответствующие классические кривые показаны пунктиром.*

Другой общей чертой является отсутствие ираст-конфигурации, близкой к линии $\gamma = -60^{\circ}$ /Ядро ^{160}Dy является одним из немногих исключений из этого правила/. Отсутствие таких конфигураций означает, что все переходы ираст-распада будут иметь ротационное усиление, что приведет к короткому полному времени распада компаунд-ядра, в соответствии с экспериментальными данными [16]. Более того, частота нутационных колебаний ω_W ("Wobbling frequency" в терминологии работы [16]) будет мала. На самом деле ω_W исчезает при $\gamma = 0^{\circ}$/ и $\gamma = 60^{\circ}$/, где нутационный спектр переходит в квадратичный, связанный с вращением вокруг оси симметрии. Оценивая ω_W в некоторых случаях на основе наших вычислений энергии деформации, находим, что типичное значение ω_W равно 50-100 *кэВ*. Эта величина достаточно мала, чтобы можно было объяснить на вид непрерывный характер наблюдаемого спектра распада.

Нам приятно выразить благодарность всем нашим коллегам из Варшавы, Дубны, Копенгагена, Лунда и Россендорфа, особенно д-ру С.Фрауендорфу, за многочисленные полезные дискуссии. Мы также благодарны членам группы из Варшавы и Лунда за предоставление рукописи их статьи с близкими исследованиями до ее опубликования. Один из авторов /К.Н./ благодарен Объединенному институту ядерных исследований за гостеприимство, оказанное ему во время пребывания в Дубне.

Литература

1. *A.Bohr, B.R.Mottelson. Physica Scripta, vol. 10A (1974) 13.*
2. *M.Brack et al. Rev.Mod.Phys., 44, 320 (1972).*
3. *S.Frauendorf, V.V.Pashkevich. Phys.Lett., 55B, 365 (1975).*
4. *В.В.Пашкевич, С.Фрауендорф. ЯФ, 20, 1122 /1974/.*
5. *V.M.Strutinsky. Nucl.Phys., A218, 169 (1974).*
6. *О.Бор, Б.Моттельсон. Структура атомного ядра, т.1, М., Мир , 1971, стр. 283-287.*
7. *Г.Голдстейн. "Классическая механика", М., Гостехиздат, 1957, стр. 239.*
8. *N.Bohr, J.A.Wheeler. Phys.Rev., 56, 426 (1939).*
9. *S.Cohen, F.Plasil, W.J.Swiatecki. Ann.Phys., 82, 557 (1974).*

10. *И.Н.Михайлов. Сообщение ОИЯИ, Р4-7862, Дубна, 1974.*
11. *I.V.Pavlichenkov. Nucl.Phys., 55, 225 (1964).*
12. *E.R.Marshalek. Phys.Rev., 158, 993 (1967).*
13. *D.Karadjov, I.N.Mikhailov, J.Piperova. Phys.Lett., 46B, 163 (1973).*
14. *K.Neergård. NORDITA-Preprint, Dec, 1974.*
15. *A.Bohr, B.R.Mottelson. "Nuclear Structure", v. 2, ch. 5 (in press).*
16. *B.R.Mottelson. Proc. Nucl. Struct. Symp. of the Thousand Lakes, Joutsa, 1970, part II, pp. 148-165.*

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июня 1975 года.