85-100

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-89-400

П.Бохнацки, Э.Капусцик, Я.Кемпчински

О СИСТЕМАХ МЕДВЕДЕВА В КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

1989

В работе[1] Б.В.Медведев показал, что в общем случае лагранжиан галилеево-инвариантной системы свободных материальных точек имеет вид

$$L = \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^{N} M_{jk}\, \vec{v}_j \cdot \vec{v}_k , \qquad /1/$$

где $\vec{v}_j$ - скорости точек, M_{jk} - в общем недиагональная матрица, описывающая инерциальные свойства материальных точек. Для того, чтобы свести /1/ к обычному диагональному виду

$$L = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} M_j\, \vec{v}_j^{\,2} , \qquad /2/$$

необходимо добавочное предположение, что материальные точки расходятся на большие расстояния. Именно это добавочное и кажущееся естественным предположение исключает всякого рода нединамические корреляции между материальными точками. Таким образом, система точек не содержит внутри себя никакого внутреннего механизма "запирания" частиц, так необходимого в современных теориях элементарных частиц.

Целью настоящего сообщения является обобщение подхода Медведева и соединение его с общим подходом к описанию инертных свойств тел, для которых инертные массы не равны их галилеевым массам[2]. Итак, будем рассматривать системы материальных точек, для которых реализуются следующие соотношения между импульсами и скоростями:

$$\vec{p}_j(t) = m_j \vec{v}_j(t_0) + \sum_{k=1}^{N} M_{jk} \left[\vec{v}_k(t) - \vec{v}_k(t_0) \right] , \qquad /3/$$

где m_j - галилеевы массы частиц, t_0 - пока произвольное время, для которого реализуется обычное соотношение между импульсом и скоростью[2], M_{jk} - произвольные массовые параметры. Системы, для которых имеется соотношение /3/, для краткости будем называть общими системами Медведева.

Единственным физическим инструментом, с помощью которого можем уменьшить количество произвольных массовых параметров для общих систем Медведева, являются принципы симметрии, проявляющиеся в системах тождественных частиц. Если в системе N частиц j-я и k-я частицы тождественны, то для них в классической механике имеет место следующее тождество:

$$\vec{p}_j(\vec{v}_1, \ldots \vec{v}_j, \ldots \vec{v}_k \ldots \vec{v}_N) = \vec{p}_k(\vec{v}_1 \ldots \vec{v}_k \ldots \vec{v}_j \ldots \vec{v}_N). \qquad /4/$$

Предположим, что это свойство симметрии сохраняется и для общих систем Медведева. Оказывается, что это возможно только тогда, когда

$$\begin{aligned} m_j &= m, \\ M_{jj} &= M, \\ M_{jk} &= M_1 \quad , \quad j \neq k, \end{aligned} \qquad /5/$$

что соответствует интуитивному пониманию тождественности частиц. Интересно то, что для тождественных частиц остается только один массовый параметр M_1, ответственный за нединамические корреляции в системах Медведева.

Определяя кинетическую энергию T как билинейную форму импульсов и скоростей, удовлетворяющую галилееву закону преобразования

$$T \to T' = T + \sum_{j=1}^{N} R\vec{p}_j \cdot \vec{u} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} m_j \vec{u}^{\,2} \qquad /6/$$

/здесь R - поворот осей координат, $\vec{u}$ - скорость одной системы отсчета относительно другой/, закону сохранения

$$\frac{dT}{dt} = \sum_{j=1}^{N} \vec{F}_j \cdot \vec{v}_j . \qquad /7/$$

и добавочному условию отсутствия нединамических корреляций в момент времени t_0, получаем для кинетической энергии системы тождественных частиц Медведева следующее выражение:

$$T = \frac{m-M}{2}\sum_{j=1}^{N} \vec{v}_j^{\,2}(t_0) + \frac{M}{2}\sum_{j=1}^{N} \vec{v}_j^{\,2}(t) + M_1 \Delta(t), \qquad /8/$$

где

$$\Delta(t) = \sum_{j,k=1}^{N} \left[\vec{v}_j(t)\cdot\vec{v}_k(t) - \vec{v}_j(t_0)\cdot\vec{v}_k(t_0)\right]. \qquad /9/$$

Условие отсутствия корреляции в момент t_0 основано на том, что в этот момент общая связь импульса со скоростями /3/ сводится к обычной связи. Поэтому и выражение для кинетической энергии как функция скорости должно совпадать с обычным выражением.

Положительная определенность кинетической энергии накладывает два условия. Во-первых, так же, как и в случае одной материальной точки[2], инертная масса M не может превосходить галилеевой массы m. Во-вторых, корреляционная функция $\Delta(t)$ должна быть функцией постоянного знака, который зависит от знака массового параметра M_1. Постоянство знака $\Delta(t)$ накладывает одностороннюю связь для скоростей. Таким образом, нединамические корреляции, присутствующие в системах Медведева, имеют характер неголономных односторонних связей.

В общих системах Медведева возможен сингулярный случай, для которого детерминант матрицы (M_{jk}) равен нулю. Для систем двух тождественных частиц этот случай реализуется тогда, когда

$$M_1 = \pm M, \qquad /10/$$

и в результате в таких системах кроме галилеевой массы присутствует только один инертный массовый параметр. Для сингулярных систем Медведева уравнения движения

$$\frac{d\vec{p}_j}{dt} = \vec{F}_j \qquad /11/$$

не имеют однозначного решения и имеют смысл только для некоторых конфигураций действующих сил. В частности, в случае двух тел для верхнего знака в /10/ уравнения движения для каждого тела имеют одинаковый вид

$$M(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) = \vec{F}, \qquad /12/$$

где $\vec{a}_j$ - ускорения частиц, и имеют смысл только для

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2. \qquad /13/$$

Таким образом, в сингулярной системе двух тождественных частиц Медведева на обе частицы могут действовать только одинаковые силы. В таких системах не могут действовать никакие внутренние силы, так как для них вместо /13/ должно быть

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1. \qquad /14/$$

Уравнение /12/ описывает только движение центра масс системы Медведева. Для описания относительного движения необходимо систему уравнений движения дополнить дополнительными уравнениями. Из-за отсутствия каких-либо внутренних сил эти дополнительные уравнения не могут, однако, иметь динамического характера. Это означает, что они должны быть записаны только с помощью скоростей и координат частиц. Единственным линейным галилеево-инвариантным соотношением, удовлетворяющим этим условиям, является соотношение типа закона Хаббла

$$\vec{v}_2(t) - \vec{v}_1(t) = H\,[\vec{r}_2(t) - \vec{r}_1(t)]. \qquad /15/$$

Поскольку Вселенная является системой с таким законом Хаббла/3/, то отсюда возникает заманчивая гипотеза о том, что именно Вселенная в целом является сингулярной системой Медведева.

Для нижнего знака в /10/ уравнения движения описывают только относительное движение, и система реагирует только на силы, удовлетворяющие условию /14/. Для полного описания движения необходимы в этом случае добавочные уравнения для центра масс. Опять эти добавочные уравнения не могут иметь динамического характера и для избежания противоречия с первым законом Ньютона единственным выходом является предположение о свободном движении центра масс такой системы Медведева.

Для сингулярных систем Медведева существует особый случай $m = 2M$, для которого имеется линейное соотношение между импульсами и скоростями в виде

$$\vec{p}_1 \pm \vec{p}_2 = m\,(\vec{v}_1 \pm \vec{v}_2); \qquad /16/$$

где знаки совпадают со знаками в /10/ и зависят от того, описываем систему в целом или только относительное движение тел. В каждом из этих случаев соотношения или полного, или относительного импульса со скоростью системы в целом или относительной скоростью совпадают с обычными соотношениями механики.

Литература

1. Б.В.Медведев. В сб.: Статистическая физика и квантовая теория поля, с. 440, Москва, Наука, 1973.
2. Э.Капусцик, Я.Кемпчински : Сообщение ОИЯИ Р4-89-399,Дубна,1989.
3. С.Вайнберг. Гравитация и космология, Москва, Мир, 1975, с. 471.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июня 1989 года.