сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-89-399

Э.Капусцик, Я.Кемпчински

О ГАЛИЛЕЕВОЙ МАССЕ ТЕЛ

1989

В классической механике рассматриваются три разных понятия массы: инертная масса, пассивная гравитационная масса и активная гравитационная масса. Несмотря на существенное различие этих понятий, природа однозначно определяет, что все они равны[1], и в результате понятие массы тел реализуется в виде одного скалярного параметра, который в классической механике определяется как фактор пропорциональности силы ускорению[2].

Цель настоящего сообщения - показать, что в рамках галилеево-инвариантной классической механики можно определить еще одно, вполне независимое понятие массы, которую будем называть галилеевой массой. Название это оправдано тем, что ее определение связано с галилеевыми законами преобразования для импульса и кинетической энергии тела с массой m, имеющими вид[3]:

$$\vec{p}(t) \to \vec{p}\,'(t') = R\vec{p}(t) + m\vec{u}, \tag{1}$$

$$T(t) \to T'(t') = T(t) + R\vec{p}(t)\cdot\vec{u} + \tfrac{1}{2}m\vec{u}^{\,2}, \tag{2}$$

где R - ортогональная матрица, описывающая повороты осей координат двух систем отсчета, $\vec{u}$ - относительная скорость этих систем и

$$t' - t = b \tag{3}$$

определяет сдвиг часов, используемых наблюдателями, жестко связанных с этими системами отсчета. Сравнивая законы /1/ и /2/ с законом преобразования скоростей

$$\vec{v}(t) \rightarrow \vec{v}'(t') = R\vec{v}(t) + \vec{u}, \qquad /4/$$

видим, что при обычной для классической механики связи импульса со скоростью

$$\vec{p}(t) = m\vec{v}(t) \qquad /5/$$

и выражении кинетической энергий в виде

$$T(t) = \frac{1}{2}m\vec{v}^2(t) = \frac{1}{2m}\vec{p}^2(t) = \frac{1}{2}\vec{p}(t)\cdot\vec{v}(t) \qquad /6/$$

законы /1/ и /2/ являются следствиями закона /4/.Из уравнения Ньютона

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \qquad /7/$$

при соотношении /5/ заключаем, что m равно инертной массе тела.

Законы преобразования для импульса и кинетической энергии /1/ и /2/ имеют, однако, универсальный характер и не зависят от соотношений типа /5/ и /6/. В действительности эти законы преобразования совместно с уравнениями движения /7/ и законом сохранения

$$\frac{dT(t)}{dt} = \vec{F}(t)\cdot\vec{v}(t) \qquad /8/$$

определяют импульс и кинетическую энергию. Поэтому возникает вопрос об общих соотношениях между импульсом и скоростью, с одной стороны, и между энергией и импульсом - с другой, при которых справедливы законы преобразования /1/, /2/, /4/ и уравнения движения /7/ и /8/.

Определяя инертную массу тела M стандартным образом, получаем из /7/ следующее дифференциальное соотношение между импульсом и скоростью:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = M\,\frac{d\vec{v}}{dt}\,, \qquad /9/$$

из которого вместо /5/ следует общее соотношение вида

$$\vec{p}\,(t) = \vec{p}\,(t_0) + M\left[\vec{v}(t) - \vec{v}\,(t_0)\right], \qquad /10/$$

где t_0 является произвольно выбранным временем, таким что

$$t_1 \leq t_0 \leq t_2\,, \qquad /11/$$

а t_1 и t_2 обозначают, соответственно, начальный и конечный моменты времени для рассматриваемого движения. Значение импульса в момент времени t_0 является константой интегрирования и может принимать произвольные значения. Вектор $\vec{p}\,(t_0)$, таким образом, не обязательно должен быть параллелен вектору $\vec{v}\,(t_0)$. Принимая, однако, и это предположение, из /1/ и /4/ получаем

$$\vec{p}\,(t_0) = m\,\vec{v}\,(t_0)\,, \qquad /12/$$

и соотношение /10/ принимает вид

$$\vec{p}\,(t) = (m - M)\,\vec{v}\,(t_0) + M\,\vec{v}\,(t)\,. \qquad /13/$$

Для того чтобы свести /13/ к обычному соотношению /5/, нужно добавочно предположить, что галилеева масса тела m равна его инертной массе M. Такое равенство, однако, не следует из общих принципов механики, и только эксперимент может об этом судить. Для выявления экспериментальных следствий возможного неравенства галилеевой и инертной масс необходимо разработать классическую механику с более общим соотношением /13/.

Соотношение /13/ с $m \neq M$ прямо не противоречит нашей интуиции. Для свободного движения $\vec{v}(t)=\vec{v}(t_0)$ и /13/ совпадает с /5/. Для несвободных движений из /13/ следует непараллельность $\vec{p}(t)$ и $\vec{v}(t)$ для $t \neq t_0$. Для небольших $\delta m = m - M$ и в окрестности t_0 такая непараллельность может быть трудно наблюдаемым тонким эффектом и нужно знать, как его выявить. Кроме того, из /13/ следует, что $\vec{p}(t)$ может принимать ненулевые значения для времен, при которых $\vec{v}(t)=0$. С помощью соответствующего преобразования Галилея всегда можно добиться того, чтобы в наперед заданном моменте времени скорость исчезла.
Из законов преобразования /1/ и /4/ следует, однако, что для одновременного исчезания импульса необходимо заранее предположить, что $m=M$. Таким образом, предположение о равенстве $m=M$ является независимым предположением механики. А если так, то можно построить и механику, в которой этого предположения нет.

Для механики, в которой вместо /5/ имеет место более общее соотношение /13/, необходимо видоизменить и выражение для кинетической энергии. Из трех эквивалентных в обычной механике выражений /6/ без соотношения /5/ ни одно не удовлетворяет одновременно и закону преобразования /7/, и закону сохранения /8/.

Обоим этим требованиям удовлетворяет только линейная комбинация этих выражений, которая с использованием соотношения /13/ приводит к следующему выражению для кинетической энергии:

$$T(t) = \frac{m-M}{2}\,\vec{v}^2(t_0) + \frac{M}{2}\,\vec{v}^2(t), \qquad /14/$$

которое и для свободного движения и для гармонического движения с $\vec{v}^2(t) = const$ переходит в обычное для механики выражение /6/. Из требования положительности так определенной кинетической энергии следует неравенство

$$m \geqslant M, \qquad /15/$$

означающее, что инертная масса тела не может превосходить его галилеевой массы. Таким образом, при свободном движении и при галилеевых бустах тело может быть "тяжелым", а под действием сил - "легким".

Из /13/ и /14/ следует, что в момент покоя тела обладают в общем и импульсом, и кинетической энергией. Между этими величинами существует связь:

$$\vec{p}_0^{\,2} = 2\,(m - M)\,T_0\,. \qquad /16/$$

Момент времени t_0 пока является произвольным параметром теории. При фиксированных начальных и конечных условиях для данного движения получаем, таким образом, неоднозначное значение для кинетической энергии. Природа всегда, однако, выбирает такие значения параметров, при которых энергия принимает экстремальные значения. Условие экстремальности кинетической энергии имеет вид

$$\vec{a}\,(t_0) \cdot \vec{v}\,(t_0) = 0, \qquad /17/$$

где $\vec{a}\,(t)$ - ускорение. Это условие относительно преобразований Галилея имеет ковариантный вид только тогда, когда оно реализуется для

$$\vec{a}\,(t_0) = 0\,. \qquad /18/$$

В этих случаях полученное значение t_0 преобразуется так, как и любое другое время по закону

$$t_0 \rightarrow t_0' = t_0 + b. \qquad /19/$$

Решения условия /17/, для которых неверно /18/, преобразуются при преобразованиях Галилея более сложным образом. Примером движения, в котором условие /18/ заведомо не удовлетворяется, является движение в поле постоянной силы. В этом случае получаем следующий закон преобразования для t_0 :

$$t_0 \rightarrow t_0' = t_0 + b + \frac{\vec{u}\cdot R\vec{F}}{F^2} M, \qquad /20/$$

из которого следует, что время t_0 имеет динамический характер.

Условия /17/ или /18/ для некоторых систем могут иметь не только одно решение. В таких случаях получаем больше, чем одно возможное значение энергии. Системы, для которых это случается, можем назвать квазиквантовыми системами, так как для них получаем некоторый дискретный спектр энергии. Примером такой системы является гармонический осциллятор, для которого имеем бесконечное число возможных значений t_0, данных формулой

$$t_{0n} = \frac{t_1 + t_2}{2} + \frac{n\pi}{2\omega}, \qquad /21/$$

но только два возможных значения полной энергии, связанных соотношением

$$E_2 = \frac{m}{M} E_1, \qquad /22/$$

где E_1 совпадает с обычным значением энергии осциллятора. Из /15/ получаем, что

$$E_2 \geqslant E_1. \qquad /23/$$

Таким образом, с точки зрения новой механики, обычный осциллятор - это основное состояние осциллятора, имеющего еще одно возбужденное состояние. Отождествляя эти уровни с уровнями настоящего квантового осциллятора, получаем соотношение

$$m = 3M. \qquad /24/$$

Литература

1. В.И.Денисов, Л.А.Логунов. Еще раз о неравенстве инертной и гравитационной масс в ОТО. М.: изд.МГУ, 1989.
2. M.Jammer. Concepts of mass. Harvard University Press, Cambridge, 1961.
3. J.M.Levy-Leblond, in Group Theory and Its Application, vol. 2. Ed. E.M.Loebl. Academic Press, N.Y., 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июня 1989 года.