



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

С 341α

Б-91

P4 - 8889

Г.Г.Бунатян

3002/2-75

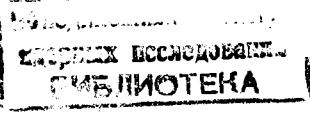
МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ВОЗБУЖДЕННЫХ  
СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

**1975**

P4 - 8889

Г.Г.Бунатян

МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ВОЗБУЖДЕННЫХ  
СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР



Бунатян Г.Г.

P4 - 8889

Магнитные моменты возбужденных состояний деформированных ядер

На основе термодинамического описания возбужденных состояний ядра получены формулы для среднего значения магнитного момента высоковозбужденных состояний сильнодеформированных ядер (редкоземельных элементов) со спином  $I$  и температурой  $T$ , соответствующей энергии связи нейтрана. Рассмотрение проводится с помощью термодинамически усредненных функций Грина. В квазиклассическом приближении вычислено среднее значение гиromагнитного отношения и обсуждаются возможные отклонения от этого среднего. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1975

Eunatian G.G.

P4 - 8889

Magnetic Moments of the Deformed Nuclei  
Excited States

In the thermodynamic approach to the nuclear high excited states description the expression is obtained for the magnetic moment mean value in high excited states of the strongly deformed nuclei with spin  $I$  and temperature  $T$ , corresponding to the neutron binding energy. Thermodynamically averaged Green functions are used for this consideration. In the quasiclassical approximation the mean value of gyromagnetic ratio is calculated and the possible different deflections from this mean value are discussed. The results of calculations are compared with the experimental data.

The investigation has been performed at the  
Neutron Physics Laboratory, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 1975

I. Состояния ядра с большой энергией возбуждения имеют очень сложную природу, и построить их волновые функции в настоящее время не представляется возможным. Такие состояния ядра можно приближенно описать термодинамически, вводя температуру  $T$ , соответствующую энергии возбуждения  $\mathcal{U}$  /1/; соотношения, связывающие  $T$  и  $\mathcal{U}$ , получены в ряде работ /1/-/4/. Средние значения различных физических величин  $Q$ , характеризующих ядро, в состоянии с температурой  $T$  определяются подобно тому, как это делается обычно для основного состояния с  $T = 0$ , через матрицу плотности  $\rho$  или одночастичную функцию Грина  $G$  системы

$$\langle Q \rangle = \int Q(\vec{\varepsilon}) \rho(\vec{\varepsilon}) d\vec{\varepsilon} = \iint \frac{dE}{2\pi i} G(E, \vec{\varepsilon}) Q(\vec{\varepsilon}) d\vec{\varepsilon}, \quad (1)$$

с той, однако, разницей, что теперь следует использовать термодинамически усредненные функции Грина /5/. Полученные таким способом результаты относятся, разумеется, не к отдельным состояниям ядра, но представляют собой термодинамически усредненную характеристику всей совокупности состояний с энергиями  $\mathcal{U}$ , различия между которыми гораздо меньше  $T$ . Такой подход предполагает также изучение и термодинамических флуктуаций соответствующих величин.

2. В настоящей работе мы рассмотрим магнитные моменты сильно деформированных ядер (редкоземельных элементов) в состояниях, которые возникают при захвате  $S$ -нейтрона ядром с числом нейтронов, на единицу меньшим, и со спином  $I_0$ . Энергия возбуждения таких состояний, нейтронных резонансов, практически

равна энергии связи нейтрона, а их спины  $I = I_0 \pm \frac{1}{2}$ . Экспериментальное изучение магнитных моментов нейтронных резонансов для изотопов  $Dy$ ,  $E\gamma$ ,  $Tb$ ,  $No$  было выполнено в работах [6]. Дальнейшие расчеты проводятся именно для таких ядер и энергий возбуждения. С ростом температуры  $T$ , т.е. энергии возбуждения  $\mathcal{U}$ , происходит уменьшение энергии парной корреляции  $\Delta(T)$  (см. [2-4]). Для оценки критической температуры  $T_c$ , при которой исчезает спаривание, обычно используется [2-4] формула

$$\mathcal{U}_c \approx \frac{\pi^2}{6} (\rho_p^F + \rho_n^F) T_c^2 + \frac{\Delta_p^2 \rho_p^F}{4} + \frac{\Delta_n^2 \rho_n^F}{4} = \quad (2)$$

$$\approx 0.778 (\rho_p^F \Delta_p^2(0) + \rho_n^F \Delta_n^2(0)), \quad T_c \approx 0.567 \Delta(0),$$

где  $\Delta_p(0)$  – энергия парной корреляции при  $T = 0$ ,  $\rho_i^F$  – плотности одночастичных уровней нейтронов и протонов у границ Ферми.

Квазиклассические оценки и численные расчеты для деформированного потенциала Будса-Саксона [7] дают  $\rho_p^F \approx 4 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $\rho_n^F \approx 4.5 \text{ МэВ}^{-1}$ . Для  $\Delta_p(0)$  можно также воспользоваться значениями, приведенными в [7]. Оказывается, что, согласно формуле (2), в интересующих нас ядрах энергия связи нейтрона всегда  $\mathcal{U}_n > \mathcal{U}_c$ . Поэтому при вычислениях средних значений магнитных моментов нейтронных резонансов мы будем пренебречь спариванием,  $\Delta_p(T) = 0$ . При этом, в соответствии с работами [1-4], для энергий возбуждения  $\sim \mathcal{U}_c$  температура  $T \approx 0.6 \pm 0.7 \text{ МэВ}$ .

3. В состоянии со спином  $I = 0$  ядро, очевидно, не обладает магнитным моментом, независимо от того, является это состояние основным или возбужденным. Поэтому среднее значение магнитного момента в состоянии с температурой  $T$  и спином  $I$  можно представить в виде

$$\langle \mu \rangle = \int \hat{\mu} d\rho \alpha \vec{\varepsilon}, \quad (3)$$

где  $\hat{\rho} = \int_{\mathcal{E}} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \delta G(\varepsilon)$  – изменение матрицы плотности системы, обусловленное наличием спина  $I$ . Необходимо подчеркнуть, что в возбужденных состояниях спин  $I$  и, следовательно, магнитный момент, не являются одночастичными, но имеют коллективную многочастичную природу. Особенно ясно это для возбужденных состояний четно-четных деформированных ядер со спином  $I$ , таких, как  $^{162}Dy$ ,  $^{164}Dy$ ,  $^{168}E\gamma$ , которые в основных состояниях, разумеется, спина не имеют. В этом отношении вычисление средних значений магнитных моментов высоковозбужденных состояний существенно отличается от вычисления магнитных моментов основных (и низколежащих) состояний, где магнитный момент обусловлен наличием нечетной частицы сверх четно-четного остова [9]. Изменение одночастичного гамильтонiana, т.е. внешнее поле  $\vec{V}^0$ , действующее на систему, соответствующее включению спина  $I$ , получим [8], заменяя импульс  $\vec{P}$  на  $\vec{P} - m[\vec{\varepsilon} \times \vec{\Omega}]$ , где  $m$  – масса нуклона, а  $\vec{\Omega}$  – параметр угловой скорости

$$\vec{V}^0 = -(\vec{I} \cdot \vec{\Omega}) = -\hat{I}_x \Omega_x - \hat{I}_z \Omega_z = \hat{V}_x^0 + \hat{V}_z^0. \quad (4)$$

Ось  $\vec{\varepsilon}$  направлена по оси симметрии ядра, ось  $x$  – перпендикулярна оси симметрии. Как обычно, при вычислении магнитных моментов деформированных ядер находим сначала среднее значение

$\hat{\mu} = g_R \hat{I}_x + g_K \hat{I}_z$  при заданных значениях, составляющих спина по осям, причем введенный параметр  $\vec{\Omega} (\Omega_x, \Omega_z)$  определяется условиями  $\langle \hat{I}_x \rangle = I_x$ ,  $\langle \hat{I}_z \rangle = I_z$  и связан с момен-

тами инерции относительно оси  $Z$  и  $X$  обычными соотношениями  $I_Z = \mathcal{F}_1^A \Omega_Z$ ,  $I_X = \mathcal{F}_1^A \Omega_X$ . Затем обычным путем получаем среднее значение  $\mu$  в состоянии с  $I$ ,  $I_Z$ . В рассматриваемых нами нейтронных резонансах, в отличие от основных и низколежащих состояний ядер, проекция  $I_Z$  также может не сохраняться, поэтому необходимо в полученном выражении  $\langle \mu(I, I_Z) \rangle$  выполнить еще усреднение по возможным при данном  $I$  значениям  $I_Z$  (см. ниже).

В дальнейшем мы полагаем везде внешнее поле достаточно слабым, в частности,  $(\vec{\Omega} \cdot \vec{I}) / kT \ll 1$ , что соответствует приближению малых моментов /3/.

4. Одночастичная термодинамически усредненная функция Грина  $G$  при температуре  $T \ll E_F$  может быть записана в представлении одночастичных функций  $\Psi_\lambda, \lambda = (n, e, j, j_Z)$  вблизи поверхности Ферми вполне аналогично тому, как это делается для  $T = 0$  /9/, в виде суммы  $G = G^a + G^R$  полосной  $G^a$  и регулярной  $G^R$ -частей.

$$G_{\lambda_1 \lambda_2}(\varepsilon) = \frac{\alpha \bar{n}_{\lambda_1}}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda_1} - i\delta} - \delta_{\lambda_1 \lambda_2} + \frac{(1 - \bar{n}_{\lambda_1})\alpha}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda_1} + i\delta} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} + G_{\lambda_1 \lambda_2}^R(\varepsilon), \quad (5)$$

где  $\bar{n}_\lambda = \bar{n}(\varepsilon_\lambda) = (1 + \exp[(\varepsilon_\lambda - E_F)T^{-1}])^{-1}$  – среднее число нуклонов в состоянии  $\lambda$  при температуре  $T$ . Проводя все рассмотрение совершенно аналогично случаю  $T = 0$  /9/, найдем для изменения матрицы плотности  $\hat{\delta}\rho$ , вызванного наличием внешнего поля  $V^0$

$$\hat{\delta}\rho_{\lambda_1 \lambda_2} = \hat{A}_{\lambda_1 \lambda_2}^\nu V_{\lambda_1 \lambda_2}^\nu, \quad \hat{A}_{\lambda_1 \lambda_2}^\nu = \frac{\tilde{n}_{\lambda_1}^\nu - \bar{n}_{\lambda_2}^\nu}{\tilde{\varepsilon}_{\lambda_1}^\nu - \varepsilon_{\lambda_2}^\nu}, \quad \nu = n, p. \quad (6)$$

$\tilde{n}_\lambda = \bar{n}(\tilde{\varepsilon}_\lambda)$  и  $\tilde{\varepsilon}_\lambda = \varepsilon_\lambda + V_{\lambda \lambda}$  относятся к возмущенной внешним полем системе, а  $n_\lambda, \varepsilon_\lambda$  – к исходной. Эффективное поле  $V$  определяется уравнением

$$V_{\lambda_1 \lambda_2}[-\hat{I}_Z] = V_{\lambda_1 \lambda_2}[\hat{I}_X \Omega_X] + V_{\lambda_1 \lambda_2}[-\hat{I}_Z \Omega_Z],$$

$$V_{\lambda_1 \lambda_2}^\nu = V_{\lambda_1 \lambda_2}^{v0} + (\lambda_1 \lambda_2 | F^{vv'} | \lambda \lambda') \hat{A}_{\lambda \lambda'}^\nu V_{\lambda \lambda'}^{v'}, \quad (\hat{I}_i = (j_i)_{\lambda_1 \lambda_2} \alpha_{\lambda_1}^\dagger \alpha_{\lambda_2}), \quad (7)$$

аналогичным соответствующему уравнению теории конечных ферми-систем /9/ при  $T = 0$ . Здесь  $F$  – неприводимая амплитуда рассеяния квазичастиц на поверхности Ферми. Отметим, что, в противоположность случаю  $T = 0$ , величина  $\hat{A}_{\lambda_1 \lambda_2}$  в (6), (7) имеет отличные от нуля диагональные элементы и для слабого внешнего поля, т.к.

$\tilde{n}_\lambda \neq \bar{n}_\lambda$  и, согласно (6),  $\hat{A}_{\lambda \lambda} = \hat{\delta}n_\lambda / V_\lambda$ . Так как  $T \ll E_F$ , то в остальном уравнение (7), а также рассматриваемое ниже уравнение (9) мало отличаются от соответствующих уравнений при  $T = 0$ . Наличие поля (4) приводит, согласно (3), (6), (7), к появлению магнитного момента  $\vec{\mu}$ , составляющие которого равны:

$$\langle \mu_{z,x}^\nu \rangle = V_{\lambda \lambda} [\hat{\mu}_{z,x}^\nu] \hat{\delta}n_\lambda + (\hat{\mu}_{z,x}^\nu)_{\lambda_1 \lambda_2} \hat{A}_{\lambda_1 \lambda_2}^\nu (1 - \tilde{\delta}_{\lambda_1 \lambda_2}) V_{\lambda_1 \lambda_2}[-\Omega_x I_x], \quad (8)$$

$$\hat{\mu}_i^\rho = [\hat{j}_i^\rho + (\gamma_p - 1/2) \hat{\sigma}_i^\rho]_{\lambda_1 \lambda_2} \alpha_{\lambda_1}^\dagger \alpha_{\lambda_2}, \quad \hat{\mu}_i^n = \gamma_n (\hat{\sigma}_i^n)_{\lambda_1 \lambda_2} \alpha_{\lambda_1}^\dagger \alpha_{\lambda_2}.$$

(магнитный момент в ед.  $\mu_0$  – магнетонах Бора). Эффективное поле  $V[\hat{\mu}_i]$  в (8) удовлетворяет уравнению

$$V_{\lambda_1 \lambda_2}[\hat{\mu}_i^\nu] = (\hat{\mu}_i^\nu)_{\lambda_1 \lambda_2} + (\lambda_1 \lambda_2 | F^{vv'} | \lambda \lambda') \hat{A}_{\lambda \lambda'}^\nu (1 - \tilde{\delta}_{\lambda \lambda'}) V_{\lambda \lambda'}[\hat{\mu}_i^\nu], \quad (9)$$

согласно которому для диагонального оператора  $\hat{I}_Z$

$$V_{\lambda \lambda}[\hat{I}_Z] = (\hat{j}_Z)_{\lambda \lambda}. \quad (10)$$

Уравнение (9) для  $\hat{\ell}_x^\nu$  содержит лишь малую величину  $f_1$  – коэффициент при первой гармонике в разложении амплитуды  $F$  по полиномам Лежандра от угла между импульсами частиц /9/, поэтому

$$V_{\lambda_1 \lambda_2}[\hat{\ell}_x^\nu] \approx (\hat{\ell}_x^\nu)_{\lambda_1 \lambda_2}. \quad (10a)$$

Решения уравнений для спиновых эффективных полей  $V[\hat{\delta}_{z,x}^\nu]$

для сильнодеформированных ядер в квазиклассическом приближении получено в работе /10/.

$$V_{\lambda_1 \lambda_2} [\hat{\sigma}_{x,z}^v] = \tau_{x,z} (\hat{\sigma}_{x,z}^v)_{\lambda_1 \lambda_2} \quad , \quad (10\sigma)$$

причем из анализа магнитных моментов основных состояний ядер

$\tau_x \approx 0.5$ ,  $\tau_z \approx 0.7$ . Согласно соотношениям (10), имеем

$$\begin{aligned} \langle \mu_z \rangle &= [\hat{j}_z^P + (\gamma_P - 1/2) \hat{\tau}_z \hat{\sigma}_z^P]_{\lambda \lambda} \delta n_\lambda^P + \gamma_n \hat{\tau}_z (\hat{\sigma}_z^n)_{\lambda \lambda} \delta n_\lambda^n = \\ &= \langle \mu_z^P \rangle + \langle \mu_z^n \rangle; \quad \langle \mu_x \rangle = [\hat{j}_x^P + (\gamma_P - 1/2) \hat{\sigma}_x^P]_{\lambda_1 \lambda_2} A_{\lambda_1 \lambda_2}^P \times \\ &\times (1 - \delta_{\lambda_1 \lambda_2}) [\hat{j}_x^P + (\tau_x - 1) \hat{\sigma}_x^P / 2]_{\lambda_1 \lambda_2} (-\Omega_x) + \gamma_n (\hat{\sigma}_x^n)_{\lambda_1 \lambda_2} A_{\lambda_1 \lambda_2}^n \times \\ &\times (1 - \delta_{\lambda_1 \lambda_2}) [\hat{j}_x^n + (\tau_x - 1) \hat{\sigma}_x^n / 2]_{\lambda_1 \lambda_2} (-\Omega_x) = \langle \mu_x^P \rangle + \langle \mu_x^n \rangle. \end{aligned} \quad (II)$$

Как указывалось выше, мы ограничиваемся приближением малых моментов, поэтому изменение среднего числа нуклонов  $\bar{n}_\lambda - \bar{n}_\lambda = \delta n_\lambda$  в состоянии  $\lambda$ , вызванное действием поля  $V$ , найдем, разлагая  $\bar{n}_\lambda$  по малой величине  $V_{\lambda \lambda} T^{-1} = (\bar{\epsilon}_\lambda - \epsilon_\lambda) T^{-1}$ .

$$\delta n_\lambda = -V_{\lambda \lambda} T^{-1} \bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda). \quad (I2)$$

Согласно соотношениям (6), (6a), (7), (10), в (I2) входит диагональный матричный элемент эффективного поля  $V[\hat{T}_z \hat{\sigma}_z]$ , определяемый из уравнения

$$V_{\lambda \lambda} [-\hat{T}_z \hat{\sigma}_z] = -\hat{\sigma}_z (\hat{j}_z^v)_{\lambda \lambda} + (\lambda \lambda | F^{vv} | \lambda' \lambda') \delta n_{\lambda'}^{v'}. \quad (I2a)$$

Отсюда в приближении малых моментов для  $\delta n_\lambda$  в (I2) найдем

$$\delta n_\lambda^v \approx \frac{\Omega_z (\hat{j}_z^v)_{\lambda \lambda}}{T} \bar{n}_\lambda^v (1 - \bar{n}_\lambda^v). \quad (I2\sigma)$$

Входящий сюда параметр  $\Omega_z$  в приближении малых моментов, аналогично предыдущему, просто связан с моментом инерции ядра относительно оси  $Z$   $\mathcal{F}_{\parallel}^A$  и проекцией  $K$  спина I на ось  $Z$   $K$ .

$$K = (\hat{j}_z)_{\lambda \lambda} \delta n_\lambda \approx \hat{\sigma}_z (\hat{j}_z^v)_{\lambda \lambda}^2 \bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda) T^{-1} = \mathcal{F}_{\parallel}^A \hat{\sigma}_z. \quad (I3)$$

Отметим, что для нейтронных резонансов проекция  $\vec{I}$  на ось симметрии может не иметь определенного значения, поэтому  $K$  следует рассматривать как параметр, по допустимым значениям которого при заданном  $I$  производится усреднение в окончательном выражении для  $\langle \mu \rangle$ , как это и будет выполнено ниже.

5. Дальнейшие вычисления по формулам (II) – (I3) мы проводим, принимая во внимание, что для сильнодеформированных ядер допустимо квазиклассическое приближение. Для матричных элементов оператора спина нетрудно получить оценку

$$(\hat{\sigma}_z)_{\lambda \lambda} \approx \pm \frac{2}{2\ell_\lambda + 1} (\hat{j}_z)_{\lambda \lambda}, \quad (\hat{\sigma}_x)_{\lambda_1 \lambda_2} \approx \pm \frac{2}{2\ell_\lambda + 1} (\hat{j}_x)_{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (I4)$$

где знак + относится к состояниям с  $j_\lambda = \ell_\lambda + 1/2$ , а знак - к состояниям с  $j_\lambda = \ell_\lambda - 1/2$ . Тогда найдем из (II), (I2a), (I3)

$$\begin{aligned} \langle \mu_z \rangle &= K g_K = \langle \mu_z^P \rangle + \langle \mu_z^n \rangle = \\ &= (K / \mathcal{F}_{\parallel}^A) (\hat{j}_z^P)_{\lambda \lambda}^2 (1 \pm (\gamma_P - 1/2) 2(2\ell_\lambda + 1)^{-1} \tau_z) \bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda) T^{-1} + \\ &+ (K / \mathcal{F}_{\parallel}^A) \gamma_n (\hat{j}_z^v)_{\lambda \lambda}^2 (\pm 2(2\ell_\lambda + 1)^{-1} \tau_z) \bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda) T^{-1}. \end{aligned} \quad (I5)$$

Произведение  $\bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda)$  имеет максимум для  $T \ll \xi_F$  при  $\xi_\lambda \sim \xi_F$  шириной  $\sim 2T$ . Число одночастичных состояний с энергиами  $\xi_\lambda$  на этом интервале в квазиклассическом случае достаточно велико, и среди них примерно одинаково часто встречаются состояния с  $j_\lambda = \ell_\lambda + 1/2$  и  $j_\lambda' = \ell_\lambda' - 1/2$ . Учитывая, кроме того, что у поверхности Ферми  $\ell_F \approx 4 + 5 \gg 1$ , заключаем, что с квазиклассической точностью спиновая часть не дает вклада в

$$\begin{aligned} \langle \mu_z \rangle & \text{и} \\ \langle \mu_z \rangle &= \langle \mu_z^P \rangle = (K / \mathcal{F}_{\parallel}^A) (\hat{j}_z^P)_{\lambda \lambda} \bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda) = K \mathcal{F}_{\parallel}^P / \mathcal{F}_{\parallel}^A, \\ \langle \mu_z^n \rangle &= 0, \quad g_K = \mathcal{F}_{\parallel}^P / \mathcal{F}_{\parallel}^A, \end{aligned} \quad (I6)$$

где введен момент инерции протонов  $\mathcal{F}_{\parallel}^P$  относительно оси  $Z$ , аналогично моменту инерции ядра  $\mathcal{F}_{\parallel}^A$  (13). В (13), (15), (16) можно вынести за знак суммирования медленно меняющиеся функции  $(\hat{j}_x^v)^2_{\lambda\lambda}, \ell_\lambda$  на поверхности Ферми и затем заменить сумму по  $\lambda$  интегралом по  $d(E_\lambda - E_F)$ :  $\sum_\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} dE$ , вводя плотность одночастичных уровней  $\rho_v^F$  на поверхности Ферми, аналогично тому, как это делается при вычислении  $e\mathcal{F}_{\parallel}^A/3!$ . Тогда для гиромагнитного отношения получим оценку:

$$g_K \approx e\mathcal{F}_{\parallel}^P/e\mathcal{F}_{\parallel}^A \approx Z/A. \quad (16a)$$

Вычисление  $\langle \mu_x \rangle$  в (II) произведем также в квазиклассическом приближении. Параметр  $\mathcal{R}_X$  связан с моментом инерции относительно оси  $X$

$$R = \mathcal{R}_X (\hat{j}_x^v)_{\lambda_1 \lambda_2} A_{\lambda_1 \lambda_2}^v V_{\lambda_1 \lambda_2} [\hat{j}_x^v] \approx \mathcal{R}_X (\hat{j}_x^v)_{\lambda_1 \lambda_2} A_{\lambda_1 \lambda_2}^v (\hat{j}_x^v + \hat{\sigma}_x^v \frac{\tau_{x-1}}{2})_{\lambda_1 \lambda_2} = \mathcal{R}_X \mathcal{F}_1^A, \quad (17)$$

где  $\vec{R} = \vec{I} - \vec{K}$ -составляющая спина  $\vec{I}$  по оси  $X$ , перпендикулярной оси симметрии. (Дальше мы вычислим, как обычно, среднее значение  $\langle \mu \rangle$  в состоянии ядра с определенным  $I$  и всеми возможными  $K$ ). В квазиклассическом приближении можно заменить

$$(\bar{n}_{\lambda_1} - \bar{n}_{\lambda_2})(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2})^{-1} \approx d\bar{n}_{\lambda_1}/dE_{\lambda_1} = -\bar{n}_{\lambda_1}(1 - \bar{n}_{\lambda_1}). \quad \text{Используя также квазиклассические значения матричных элементов}$$

$(\hat{\sigma}_x^v)_{\lambda_1 \lambda_2}$ , найдем

$$\begin{aligned} R &\approx \mathcal{R}_X (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}) T^{-1} (\hat{j}_x^v)^2_{\lambda\lambda} \frac{(1 - \tau_{x-1})}{2\ell_x + 1} = \mathcal{R}_X \mathcal{F}_1^A, \quad \langle \mu_x \rangle = \langle \mu_x^P \rangle + \langle \mu_x^n \rangle = \\ &= \frac{R}{\mathcal{F}_1^A} \frac{\bar{n}_{\lambda_1}(1 - \bar{n}_{\lambda_1})}{T} (\hat{j}_x^v)^2_{\lambda\lambda} \left( 1 + \frac{2(\tau_{p-1/2})}{2\ell_x + 1} + \frac{\tau_{x-1}}{2\ell_x + 1} + \frac{2(\tau_{p-1/2})(\tau_{x-1})}{(2\ell_x + 1)^2} \right) \mathcal{R}_X + \\ &+ \frac{R}{\mathcal{F}_1^A} \frac{\bar{n}_{\lambda_1}(1 - \bar{n}_{\lambda_1})}{T} (\hat{j}_x^v)^2_{\lambda\lambda} \left( \pm \gamma_n \frac{2}{2\ell_x + 1} + \gamma_n \frac{(\tau_{x-1})2}{(2\ell_x + 1)^2} \right) \mathcal{R}_X = R g_R. \end{aligned} \quad (18)$$

Спиновая часть магнитного момента, как и для  $\langle \mu_z \rangle$ , не дает вклада в  $\langle \mu_x \rangle$

$$\langle \mu_x \rangle = \langle \mu_x^P \rangle = \frac{R \mathcal{F}_1^P}{\mathcal{F}_1^A} = \frac{R}{\mathcal{F}_1^A} \cdot \frac{\bar{n}_{\lambda_1}(1 - \bar{n}_{\lambda_1})}{T} (\hat{j}_x^v)^2_{\lambda\lambda}, \quad \langle \mu_x^n \rangle = 0. \quad (19)$$

Вычисляя квазиклассические суммы, как для случая  $\langle \mu_z \rangle$ , найдем оценку

$$g_R \approx Z/A. \quad (20)$$

6. Для среднего значения магнитного момента в состоянии с данными  $I, K$ , как обычно, имеем

$$\langle \mu(I, K) \rangle = [g_K K^2 + g_R (I(I+1) - K^2)](I+1)^{-1}. \quad (21)$$

Если для  $g_K, g_R$  справедливы квазиклассические оценки (16a), (20), то  $\langle \mu \rangle$  не зависит от  $K$  и

$$\langle \mu \rangle \approx I Z A^{-1}, \quad g \approx Z A^{-1} \approx 0,4 \quad (21a)$$

для рассматриваемых редкоземельных элементов. В более общем случае  $g_K \neq g_R$ , и  $\langle \mu \rangle$  зависит от  $K^2$

$$\langle \mu \rangle = g_R I + (g_K - g_R) K^2 (I+1). \quad (22)$$

Если в рассматриваемых состояниях проекция спина на ось симметрии сохраняется, то  $K$  может, очевидно, принимать в нейтронных резонансах лишь значения

$$K = I \pm 1/2 \text{ для } I = I_o + 1/2 \text{ и } K = I - 1/2 \text{ для } I = I_o - 1/2.$$

$I_o$  – спин исходного ядра, поглощающего  $S$ -нейтрон. В этом случае в (21) следует подставить  $K^2 = (I_o - 1/2)^2$  для состояний с  $I = I_o - 1/2$ , а для  $I = I_o + 1/2$  усреднить по двум возможным значениям  $K = I \pm 1/2$ , так как нас интересует среднее значение  $\langle \mu \rangle$  по большому числу состояний с данным  $I$ . Вероятность состояния с некоторым  $K$  пропорциональна  $1/3 \exp(-K^2/2\mathcal{F}_{\parallel}^A)$ .

т.к. мы ограничились приближением малых моментов  $K^2/2\mathcal{F}_{II}^A T \ll 1$ , значения  $K$  равновероятны и в (22)  $\langle K^2 \rangle = I_0^2 + 1/4$ .

Однако для состояний ядра типа нейтронных резонансов с большой энергией возбуждения есть основания полагать (см., например, /II/), что  $K$  не является хорошим квантовым числом, волновая функция нейтронного резонанса представляет собой суперпозицию состояний с различными  $K$ . Поскольку мы интересуемся средним значением по большому числу состояний с данным  $I$ , усреднение по  $K$  можно производить с весом  $\sim \exp(-K^2/2\mathcal{F}_{II}^A T) \approx 1$ , что дает

$$\langle K^2 \rangle (I+1)^{-1} = I/3, \quad \langle \mu \rangle = I g_R + (g_K - g_R) I/3 \quad (22a)$$

$$\langle g \rangle = (2/3) g_R + (1/3) g_K.$$

В работах /6/ найдены как положительные, так и отрицательные значения  $g$  для 11 отдельных нейтронных резонансов  $\Delta y$ .

$E_\nu, T_\nu, \text{No.}$  Среднее значение  $\langle g_{\text{эксп}} \rangle$ , вычисленное по данным этих работ, равно  $\approx 0,55$ , что не противоречит результатам наших оценок  $g \approx Z A^{-1} \approx 0,4$ .

7. Изучим теперь возможные отклонения  $\mu, g$  от найденных средних значений. Прежде всего вычислим термодинамические флюктуации  $g$ , обусловленные флюктуациями функции распределения нуклонов  $n_\lambda$ . Гиромагнитные отношения и моменты инерции выражаются через функцию распределения нуклонов  $n_\lambda$  согласно формулам (13), (15), (18), поэтому среднеквадратичную флюктуацию  $(\Delta g)^2$  можно представить в виде:

$$(\Delta g)^2 = \left( \frac{\partial g_{K,R}}{\partial X_\lambda} \right)_{X_\lambda=0}^2 (\Delta n_\lambda)^2, \quad (23)$$

где  $X_\lambda = \bar{n}_\lambda - n_\lambda$ , а среднеквадратичные флюктуации  $(\Delta n_\lambda)^2 = \bar{n}_\lambda (1 - \bar{n}_\lambda)$ . В тех же приближениях, которые были использованы при переходе от (15) к (16) и от (18) к (19) из (23), (13), (15),

$$(18), \text{ получим}$$

$$(\Delta g_K)^2 = (\mathcal{F}_{II}^A T)^2 \left[ \left( \frac{N^2}{A^2} + \frac{(Y_p-1/2)}{\bar{E}_F^2} \tau_z^2 \right) (\hat{j}_z^P)_{\lambda\lambda} (1 - \bar{n}_\lambda^P) \bar{n}_\lambda^P + \left( \frac{Z^2}{A^2} + \frac{Y_n^2}{\bar{E}_F^2} \tau_z^2 \right) (\hat{j}_z^n)_{\lambda\lambda}^4 (1 - 2\bar{n}_\lambda^n)^2 (1 - \bar{n}_\lambda^n) \bar{n}_\lambda^n \right]. \quad (24)$$

$\bar{E}_F$  — среднее значение одиночестичного момента на поверхности Ферми. Выражение для  $(\Delta g_R)^2$  вполне аналогично  $(\Delta g_K)^2$  и получается из (24) заменой  $\mathcal{F}_{II}^A$  на  $\mathcal{F}_I^A$ ,  $(\hat{j}_z)^2_{\lambda\lambda}$  на  $(\hat{j}_x)^2_{\lambda\lambda}$  и  $\tau_z^2$  на  $\approx 1$ . Сумма в выражении (24) для  $(\Delta g)^2$  вычисляется в обычном квазиклассическом приближении. Произведение  $(1 - 2\bar{n}_\lambda)(1 - \bar{n}_\lambda)\bar{n}_\lambda$  — быстро меняющаяся функция  $E_\lambda$  и отлична от 0 лишь для  $E_\lambda$  в интервале  $\sim 2T$  у энергии Ферми  $E_F$ , поэтому медленно меняющуюся функцию  $(\hat{j}_z)_{\lambda\lambda}^4$  (или  $(\hat{j}_x)_{\lambda\lambda}^2$ ) можно заменить ее средним значением на поверхности Ферми и вынести за знак суммы. Вводя плотность одиночестичных уровней на поверхности Ферми  $\rho_F^F$ , заменим сумму по  $\lambda$  интегралом по  $d(E_\lambda - E_F)$

$$\sum_\lambda \rightarrow \rho_F^F \int_{-\infty}^\infty dE (1 - 2\bar{n}^V(E))^2 (1 - \bar{n}^V(E)) \bar{n}^V(E) = \rho_F^F / 3, \quad (25)$$

Используя для момента инерции обычное /3/ квазиклассическое выражение  $\mathcal{F}_{II} = (\hat{j}_z)_F^2 \rho_F^F$ ,  $\mathcal{F}_I = (\hat{j}_x)_F^2 \rho_F^F$  и принимая, как и ранее,  $\sigma^P/\mathcal{F}^A \approx Z/A$ ,  $\mathcal{F}^N/\mathcal{F}^A \approx 1/A$ , получим следующую оценку:

$$(\Delta g)^2 \approx \frac{Z^2 N^2}{3 A^2 \rho_F^F T} + \frac{1}{\rho_F^F T \bar{E}_F^2} \left( \frac{Z^2}{A^2} (Y_p-1)^2 + \frac{1}{A^2} Y_n^2 \right). \quad (26)$$

Как видно из этой формулы, спиновая часть магнитного момента дает заметный вклад в  $(\Delta g)^2$ . В нашем случае  $Z \approx 65$ ,  $A \approx 165$ ,  $T \approx 0,6$  МэВ,  $\rho_F^F \approx 4$  МэВ $^{-1}$  и из (26) находим  $\sqrt{(\Delta g)^2} \approx 0,25$ . Термодинамические флюктуации приводят к

сравнительно небольшим отклонениям от среднего  $\langle g \rangle \approx Z A^{-1} \approx 0.4$

8. Из формулы (22) видно, что при  $g_K \neq g_R$  гиromагнитные отношения в различных состояниях с одним и тем же  $I$  могут различаться из-за различных значений  $\langle K^2 \rangle$ . При сохраняющемся  $K$  это приводит для состояний (см. выше) с  $I = I_0 + 1/2$ , ( $K = I_0 \pm 1/2$ ) к различиям

$$\Delta g \approx |g_K - g_R| \frac{I_0}{(I_0 + 3/2)(I_0 + 1/2)} \approx \frac{|g_K - g_R|}{I_0}. \quad (27)$$

В случае несохраняющегося  $K$  (см. выше) по всем допустимым значениям  $K$  производилось усреднение; так как  $\langle K \rangle = 0$ , то среднеквадратичное отклонение для состояния с данным  $I$   $(\Delta K)^2 = \langle K^2 \rangle = I(I + 1)/3$ . Обусловленное этим отклонение

$$\sqrt{(\Delta g)^2} \approx |g_K - g_R| I / 3. \quad (28)$$

При квазиклассических оценках, проведенных выше, мы получили  $g_K \approx g_R \approx Z A^{-1} \approx 0.4$ . Полагая, что это есть лишь оценка по порядку величины, можно принять, что во всяком случае  $|g_K - g_R| \lesssim Z A^{-1}$ . Тогда из (28), (27) получим

$$\sqrt{(\Delta g)^2} \lesssim Z A^{-1} \approx 0.4. \quad (29)$$

Эта величина имеет, по существу, тот же порядок, что и термодинамические флюктуации (26).

В работах <sup>16/</sup> разброс экспериментальных значений  $g$  оказался очень большим. Среднеквадратичное отклонение  $g_{\text{эксп}}$  от среднего значения, вычисленное по данным работ <sup>16/</sup>  $\sqrt{(\Delta g_{\text{эксп}})^2} \approx 1.5$ , что гораздо ~~больше~~<sup>меньше</sup> теоретических оценок (26), (29). Это существенное различие нельзя, видимо, объяснить плохой точностью

квазиклассических оценок, так при получении (29) мы пользовались явно завышенным значением  $|g_K - g_R| \approx Z A^{-1}$ . Все наши расчеты были проведены без учета парной корреляции в соответствии с тем, что энергия связи нейтрона в рассматриваемых ядрах  $U_n \gtrsim U_c$  (2). Однако соотношение (2) представляет собой усредненную статистическую оценку критической энергии перехода  $U_c$  и температуры  $T_c$ . Для отдельных нейтронных резонансов энергии парной корреляции  $\Delta$  могут существенно различаться, вследствие чего их гиromагнитные отношения также существенно различны.

Автор благодарен В.Г.Соловьеву, И.Н.Михайлову за полезное обсуждение работы.

## Л и т е р а т у р а

1. Г.Бете, Физика ядра, Гостехиздат, 1948 г., часть II
  2. M.Sano, S.Yanasaki. Progr. Theor. Phys. 29 (1963) 397
  3. T.Kammuri. Progr.Theor.Phys.31(1964) 595
  4. Ю.Т.Гринь, В.М.Струтинский. ЯФ I (1965) 420
  5. Л.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.М.Халатников. ЖЭТФ 35 (1958) 265.
  6. В.П.Алфименков, Г.П.Жуков, Г.Н.Зимин и др. ЯФ I7 (1973) 13  
В.П.Алфименков, В.А.Вагов, В.Н.Замрий и др. Препринт  
ОИЯИ РЗ-8004, Дубна 1974 г.; Phys.Lett.53B(1975)429.
  7. Ф.А.Гареев, С.П.Иванова, В.Г.Соловьев, С.И.Федотов,  
Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ) 4 (1973)  
357.
  8. А.Б.Мигдал. ЖЭТФ 37 (1959) 249 .
  9. А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атом-  
ных ядер. М., Наука, 1965.
  10. A.B.Migdal. Nucl.Phys.76(1966)441.
- II. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер, М., Наука, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 мая 1975 г.