



С 346,4б

A-853

18/VI/75

P4 - 8836

3024/2-75

Д.А.Арсеньев, Г.Г.Бунатян

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МЕДЛЕННЫХ
 π -МЕЗОНОВ С ЯДРАМИ

1975

P4 - 8836

Д.А.Арсеньев*, Г.Г.Бунатян

О ВЗАЙМОДЕЙСТВИИ МЕДЛЕННЫХ
 π -МЕЗОНОВ С ЯДРАМИ

* Радиотехнический институт АН СССР

I. В большинстве работ для описания упругого взаимодействия медленных π -мезонов со сложными ядрами используется формализм многократного рассеяния нерелятивистской квантовой механики. При этом рассеяние на ядре рассматривается как рассеяние на системе элементарных рассеивателей — нуклонов и предполагается, что можно разделить πN - взаимодействие и NN - взаимодействие в ядре /1/, /2/, /3/. Тогда взаимодействие π -мезона с ядром может быть описано с помощью эффективного квазипотенциала $V_{\text{эфф.}}$, который определяется взаимодействием π -мезона с отдельным нуклоном. Для получения непосредственного выражения $V_{\text{эфф.}}$ через амплитуды πN - рассеяния на свободных нуклонах предполагается, что упругое рассеяние когерентно (т.е. делается пренебрежение виртуальными процессами возбуждения ядра), а также используется импульсное приближение (т.е. взаимодействия с нуклоном, связанным в ядре, и со свободным нуклоном полагаются одинаковыми). Переданный импульс \vec{p} считается малым по сравнению с импульсом p_F , и предполагается слабая зависимость матрицы рассеяния от импульса нуклона. Обычно полагают, что в лабораторной системе нуклоны в среднем покоятся, однако усреднение по ферми-движению нуклонов может быть выполнено /1/, /4/.

При указанных выше предположениях матричный элемент эффективного потенциала выражается через инвариантную амплитуду πN - рассеяния f /1/, /2/.

$$\begin{aligned} \langle i | V_{if} | f \rangle &= -\frac{2\pi}{\epsilon_A} \cdot \frac{g_0}{\vec{p}_f} f(g_0, \frac{(\vec{p}_i \vec{p}_f)}{\vec{p}_f}, \epsilon_f) \rho(\vec{p}_i - \vec{p}_f) = \\ &= (3 + (\vec{p}_i \vec{p}_f) t) \rho(\vec{p}_i - \vec{p}_f) \\ \rho(\vec{p}_i - \vec{p}_f) &= \int d\tau \rho(\tau) e^{-i\vec{\tau}(\vec{p}_i - \vec{p}_f)}. \end{aligned} \quad (I)$$

(Используется система единиц $\hbar = c = 1$).

Здесь \vec{p}_i , \vec{p}_f , $g_0 = |\vec{p}_i| = |\vec{p}_f|$, ϵ_A — импульсы и энергия π -мезона в системе центра масс π -мезон-ядро, а $\vec{p}, \vec{p}', \epsilon$ —

в системе πN . Поскольку рассматриваются медленные π -мезоны (кинетическая энергия $T_\pi \lesssim 300$ МэВ), в инвариантной амплитуде f следует учитывать δ^+ - и ρ -рассеяние. Учет антикорреляций нуклонов малого (по сравнению с длиной волны π -мезона) радиуса действия $/1/$ приводит к перенормировке амплитуды $t \rightarrow t(t + t/3)^{-1}$ — так называемый лорентц-лоренц-эффект. Для описания взаимодействия с ядром медленных π -мезонов к s и t должны быть добавлены для учета парного поглощения мнимые части, пропорциональные квадрату плотности нуклонов. Построенный таким образом $V_{\text{эфф.}}$, после перехода к координатному представлению рассматривается как четвертая компонента вектора энергии-импульса (подобно кулоновскому потенциальному) в уравнении Клейна-Гордона, так что волновая функция π -мезона Φ удовлетворяет уравнению $/2/$

$$(-\nabla^2 + \mu^2) \Phi = (\epsilon_a - V_c)^2 \Phi - 2\epsilon_a V_{\text{эфф.}} \Phi, \quad (2)$$

$$V_{\text{эфф.}} \Phi = s(\epsilon_a) \rho(r) \Phi(r) - t(\epsilon_a) \nabla(\rho(r)) \nabla \Phi(r),$$

где V_c — кулоновский потенциал распределенного заряда ядра, включающий поправки, возникающие от поляризации вакуума. Уравнение (2) для описания взаимодействия π -мезона с ядром при энергии δ_π законно, если справедливы при этой энергии все перечисленные выше предположения. Однако справедливость приближения когерентного рассеяния и импульсного приближения трудно обосновать во всей области энергий π -мезона T_π от 0 до ~ 300 МэВ, особенно при энергиях, соответствующих (3,3) резонансу, даже если и возможно использовать формализм многократного рассеяния. Получение уравнения (2) не является строгим, и его следует рассматривать, скорее, как модель, применимость которой может быть проверена сравнением результатов, полученных на ее основе, с экспериментальными данными. Мы подробно изучим, к каким следствиям как для π -мезоатомов, так и для

рассеяния приводит последовательное применение подхода, в котором взаимодействие π -мезона с ядром описывается эффективным квазипотенциалом, полученным из теории многократного рассеяния.

2. Мы решаем уравнение, которое получается из (2) в сферически-симметричном случае после отделения угловых переменных и замены $/5/$

$$u_\ell(r) = (1 + \omega(r))^{1/2} r \Phi_\ell(r);$$

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - (1+\omega)^2 \left\{ \frac{\ell^2}{r^2} + \frac{2}{R} \omega'' - \left(\frac{1}{R} \omega' \right)^2 \frac{1}{1+\omega} \right\} + \frac{\beta}{1+\omega} \right] u_\ell = 0,$$

$$\beta(r) = [(E - V_c)^2 - \mu^2] + g(r),$$

$$g(r) = 4\pi [s_0 \rho(r) \pm s_1 (\rho_N(r) - \rho_\pi(r)) + i T_m B_0 \rho^2(r)], \quad (3)$$

$$\omega(r) = \omega_0(r) \left[1 - \frac{2}{3} \omega_0(r) \right],$$

$$\omega_0(r) = -4\pi [t_0 \rho(r) \pm t_1 (\rho_N(r) - \rho_\pi(r)) + i T_m C_0 \rho^2(r)].$$

Знак "+" перед s_1 , t_1 соответствует π^- -мезонам, а знак "-" — π^+ . Входящие сюда амплитуды $s(\epsilon_a, g_a)$, $t(\epsilon_a, g_a)$ выражаются через первичные амплитуды рассеяния π -мезона на свободных нуклонах. В выражении (1) для эффективного потенциала амплитуда f зависит от $(\bar{g}_i \bar{g}_f)/g^2$. Если заменить это на $(\bar{g}_i \bar{g}_f)/g_a^2$ $/6/$, получим соотношения:

$$s_0 = S^+ g_a/g, \quad t_0 = -S^- g_a/g, \quad (4)$$

$$s_1 = P^+ g_a/g, \quad t_1 = -P^- g_a/g,$$

$$T_m B_0(T_\pi) = T_m B_0(0) \cdot Q_a/Q, \quad T_m C_0(T_\pi) = T_m C_0(0) \cdot Q_a/Q.$$

В дальнейшем при вычислении сечения рассеяния мы будем обозначать расчеты, выполненные при такой кинематике, значком (I). Более последовательно не делать замены $(\bar{g}_i \bar{g}_f)/g^2 \rightarrow (\bar{g}_i \bar{g}_f)/g_a^2$, а выразить $\bar{g}_i \bar{g}_f$ через \bar{g}_i, \bar{g}_f $/2/$ в формулах (1). Тогда найдем соотношения

$$s_0 = S^+ g_a/g - P^+ (g/g_a)^2 [1 - (g/g_a)^2] (g_a/g)^3,$$

$$s_1 = -S^- g_a/g + P^- (g/g_a)^2 [1 - (g/g_a)^2] (g_a/g)^3, \quad (5)$$

$$t_0 = P^+ g_a/g, \quad t_1 = -P^- g_a/g,$$

$$T_m B_0(T_\pi) = T_m B_0(0) g_a/g - [1 - (g/g_a)^2] (g_a/g)^2 g_a/g T_m C_0(0),$$

$$T_m C_0(T_\pi) = g_a/g T_m C_0(0).$$

Расчеты с такой кинематикой обозначаются в дальнейшем значком

- (2) . В формулах (4) и (5) использованы обозначения:

$$\begin{aligned} S^+ &= \frac{\mu}{3} (f_{0+}^{1/2} + 2f_{0+}^{3/2}), \quad S^- = \frac{\mu}{3} (f_{0+}^{1/2} - f_{0+}^{3/2}), \\ P^\pm &= (\frac{\mu}{\rho})^3 (2f_{L\pm}^\pm + f_{T\pm}) \rho, \\ f_{L\pm}^\pm &= \frac{1}{3} (f_{L\pm}^{1/2} + 2f_{L\pm}^{3/2}), \quad f_{T\pm}^\pm = \frac{1}{3} (f_{T\pm}^{1/2} - f_{T\pm}^{3/2}), \\ f_{L\pm}^{3/2} &= \frac{1}{2i\rho} (e^{2i\delta_{L\pm}^{3/2}} - 1), \quad g_A/\rho = \sqrt{\frac{(4\mu^2 + M^2 + 2M\epsilon_A)A^2}{\mu^2 + A^2M^2 + 2MA\epsilon_A}}, \\ Q_A/Q &= \sqrt{\frac{(4\mu^2 + 4M^2 + 4M\epsilon_A)A^2}{\mu^2 + 4M^2A^2 + 4MA\epsilon_A}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Соотношения (4), (5), (6) выражают параметры в уравнении (3) через фазы πN -рассеяния $\delta_{L\pm}^{3/2}$ в состояниях с полным моментом $J=L\pm 1/2$ и изоспином τ . Функции S^+ и P^\pm изображены на рис. I. Для их построения мы воспользовались значениями $\delta_{L\pm}^{3/2}$ из работы [7], значения $S^+(0)$, $P^\pm(0)$ получены экстраполяцией функций $S^+(T_\pi)$, $P^\pm(T_\pi)$ при $T_\pi \rightarrow 0$. Таким образом, мы получаем параметры эффективного потенциала из данных по πN -рассеянию. Следует, однако, отметить, что из-за взаимной компенсации $f_{0+}^{1/2}$ и $2f_{0+}^{3/2}$ величина $Re S^+$ не может быть найдена по значениям δ при малых энергиях, т.к. сами величины δ определены недостаточно точно. Поэтому для малых энергий $T_\pi \leq 100$ МэВ мы полагали

$$S^+(T_\pi) \approx S^+(0) \approx 0.03 \frac{1}{\mu^3}, \quad (6')$$

как это следует из общей теории и расчетов по π -мезоатомам; для больших T_π использовали значения на рис. I. Значения функций $I_m B(T)$ и $I_m C(T)$ при кинетической энергии π -мезона T ,

определенящих парное поглощение, связаны с $I_m B(0)$ и $I_m C(0)$ простыми кинематическими соотношениями. Они, разумеется, не могут быть непосредственно найдены из экспериментов по взаимодействию

π -мезонов с дейtronами; возможна лишь оценка их по порядку величины [1]. Мы будем использовать значения $I_m B(0) = -0.0428$, $I_m C(0) = 0.076$, предложенные в работе [5].

В формулы (3) введен параметр ζ для эффективного учета изменения величины лорентц-лоренц-эффекта в зависимости от длины волны π -мезона λ_π ; для $\lambda_\pi \gg r_0$ $\zeta \rightarrow 1$, для $\lambda_\pi \ll r_0$ $\zeta \rightarrow 0$.

V_c в (1) включает поправки V_{op} к кулоновскому потенциальному ядру, возникающие от поляризации вакуума [8]:

$$\begin{aligned} V_{op}(r) &= -\frac{e^2 \lambda_e}{3} \int d\vec{r}' (r/r') \rho(r') [Z_L(r'-r') - Z_L(r, r')], \\ Z_L(r) &= \int_1^\infty \exp\left\{-\left(\frac{2}{\lambda_e}\right) X\right\} \left(1 + \frac{1}{2} X^2\right) \frac{\sqrt{X^2 - 1}}{X^3} dX, \quad (7) \\ \lambda_e &= \hbar/m_e c = 386,17 \text{ ферми}. \end{aligned}$$

Следует отметить, что в этих формулах нельзя делать разложение по $2r/\lambda_e$, как это сделано в [6], если мы хотим получить энергию уровней π -мезоатома с достаточно большой точностью для больших и малых (n, l).

В настоящей работе для плотности нейтронов и протонов было использовано ферми-распределение

$$\begin{aligned} \rho_{z,N} &= \rho_{0z,N} \left\{ 1 + \exp[4\ln 3(r - C_{z,N})/t_{z,N}] \right\}^{-1}, \\ 4\pi \int \rho_{z,N} r^2 dr &= Z_N. \end{aligned} \quad (8)$$

Параметры C_z , t_z брались из [9] или вычислялись по $\langle r^2 \rangle_{ch}$ из [9]. Для тех ядер, для которых $\langle r^2 \rangle_{ch}$ не приведены в [9], мы брали $C_z = I \cdot A^{1/3}$ ферми, $t_z = 2.4$ ферми. В большинстве расчетов мы полагаем $C_N = C_z$ и $t_N = t_z$.

Во всех дальнейших расчетах используется эффективный потенциал с параметрами, определяемыми именно таким образом.

На рис. 2 изображены в качестве примера различные слагаемые потенциала в уравнении (3) для ядра ^{208}Pb .

3. Для определения уровней энергии $E_{n,l}$, их ширин $\Gamma_{n,l}$ и функций π -мезонов $\Phi_{n,l}$ уравнение (2) решалось численным методом Нумерова, при условии $U_0 \approx r^{l+2}$ ($r \rightarrow 0$), а при $r \gg r_c = c_2/E_{n,l}$ U_0 переходит в асимптотическое выражение функции Уиттекера $W_{n,\mu l}(s)$:

$$S = 2r \sqrt{-2\bar{\mu}E - E^2 + \Gamma^2/4 + i\Gamma(\bar{\mu} + E)},$$

$$\mu^2 = (\ell + 1/2)^2 - \alpha^2 z^2,$$

$$\lambda = \frac{(\bar{\mu} + E) - i\Gamma/2}{\sqrt{-2\bar{\mu}E - E^2 + \Gamma^2/4 + i\Gamma(\bar{\mu} + E)}} \quad \text{для } \text{Re } \lambda + i\text{Im } \lambda.$$
(9)

$E_{n,l}, \Gamma_{n,l}$ находились из условия непрерывности действительной и мнимой частей логарифмической производной $U_{n,l}$. Функции $\Phi_{n,l}(r)$ должны быть непрерывны и нормированы согласно условию

$$\int |\Phi_{n,l}|^2 dr = 1.$$
(10)

Нас интересуют состояния как с малыми значениями (n, l) (сильно связанные состояния π -мезона), так и с большими (n, l) (состояния с малой энергией связи) для легких и тяжелых ядер. Чтобы найти достаточно точно E, Γ и функции $\Phi(r)$ при $r \leq c_{2,n}$, для всех этих случаев необходимо численное решение, обеспечивающее большую точность. Метод решения, использованный в [5], [10], нельзя считать достаточно корректным.

Экспериментально (см., например, [II]) определяются разности энергий $\delta = E_{n+1,l+1} - E_{n,l}$ состояний круговых орбит и ширины

$\Gamma_{n,l}, \Gamma_{n+1,l+1}$ таких состояний. В легких ядрах, от Li до Mg , ядерная ширина Γ_{2p}'' становится сравнимой с радиационной шириной Γ_{2p}' , а $\Gamma_{1s}'' \gg \Gamma_{1s}'$, поэтому экспериментально изучаются состояния $2p$ и $1s$. В тяжелых ядрах $\Gamma_{2p}''/\Gamma_{2p}'$ для состояний $3d$ для ядер $Al-Zn$, $4f$ для ядер $Sr-Pt$, $5g$ для ядер $Ta-Pu$. Соответственно для этих областей ядер $\Gamma_{2p}''/\Gamma_{2p}'$ для состояний $2p, 3d, 4f$ и экспериментально изучаются переходы $2p - 3d, 3d - 4f, 4f - 5g$ и ядерные ширины $\Gamma_{n,l}''$ соответствующих уровней.

В таблице I приведены результаты вычислений δ, Γ с параметрами $S'(0) = -0.029/\mu$, $S''(0) = 0.078/\mu$, $P'(0) = 0.227/\mu^3$, $P''(0) = 0.18/\mu^5$, $I_m B_0(0) = 0.043/\mu^4$, $I_m C_0(0) = 0.076/\mu^6$, полученными описанным выше способом (см. рис. I).

Как видно из таблицы I, расчеты энергий $2p - 1s$ переходов находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными, которого нельзя было бы достичь без учета сильного взаимодействия

π -мезона с ядром (см. сдвиги энергий $\Delta \delta_N$, приведенные в колонке 8 таблицы).

Величину энергии перехода δ без учета ядерного взаимодействия получим, вычитая значение $\Delta \delta_N$ (колонка 8) из δ_N (колонка 3).

Из таблицы I видно, что расчеты правильно описывают наблюдаемое изменение энергий переходов для изотопов ^{10}B , ^{11}B и $^{16}_0, ^{18}_0$. Ширина $1s$ уровней описывается несколько хуже. Из таблицы видно, что расчеты не дают правильного значения ширины $1s$ уровня у ^{11}Li и ^{18}O . Как будет видно из дальнейшего, изменением параметров V в разумных пределах согласия с экспериментальными

данными достичь не удается. Необходимо, однако, отметить, что для самых легких ядер, как хорошо известно, вряд ли применимо распределение плотности (8). В ряде случаев (например, $^{6}_{Li}$) ширина 2ρ уровней неудовлетворительно согласуется с экспериментальными, однако можно отметить, что эти величины (в противоположность Γ_{ls}) очень чувствительны к значениям c , t . Так, $\Gamma_{2\rho}$ для $^{7}_{Li}$, вычисленная с $C = 1,94$ ферми, $t = 2,26$ ферми, т.е. с параметрами, измененными на $\sim 15\%$ и 5% , оказывается равной $\Gamma'_{2\rho} = 0,009$ эВ, что отличается от значения 0.052 в таблице более чем в 5 раз. Эта чувствительность к c , t может быть использована для уточнения параметров распределения плотности.

Из таблицы I видно, что для всех более тяжелых мезоатомов, в которых наблюдаются переходы $3d - 2\rho$, $4f - 3d$, $5g - 4f$, получается вполне удовлетворительное согласие расчетов с экспериментом. Исключение составляют значения $\Gamma_{2\rho}$ для ядер ^{32}S , ^{35}Cl , ^{39}K , ^{40}Ca , ^{44}Ca , у которых вычисленные $\Gamma_{2\rho}$ существенно меньше экспериментальных. Причина такого различия именно для этих ядер неясна. Для ядер ^{232}Th , ^{238}U , ^{239}Pu полученные в нашем расчете значения $\Gamma_{2\rho}$ примерно в два раза меньше экспериментального. Это неудивительно, так как в наших расчетах распределение плотности у этих ядер принималось сферически-симметричным, хотя эти ядра сильно деформированы.

4. Необходимо теперь изучить зависимость всех результатов от параметров эффективного потенциала. Мы варирировали все параметры в пределах 20%, поскольку большие их вариации находились бы в противоречии с другими экспериментами. Исключением является параметр $Re S^+$, вариации которого равнялись 50%, так как экстрапо-

ляцию $Re S^+$ к энергии $E_F \sim 0$ достаточно точно провести нельзя (см. выше). Расчеты выполнялись (см.таблицы 2 и 3) для переходов $2\rho - 1s$ в мезоатомах $^{6}_{Li}$, ^{12}C переходов $3d - 2\rho$ для ^{40}Ca , $4f - 3d$ для ^{120}Sn и $5g - 4f$ для ^{208}Pb . Из таблицы 2 видно (как отмечалось выше), что при 10%-ных изменениях параметров C , t и $^{6}_{Li}$ ширина $1s$ уровня Γ_{ls} изменяется в пределах 10%, что недостаточно для получения экспериментального значения Γ_{ls} , но ширина 2ρ уровня $\Gamma_{2\rho}$ меняется очень сильно, в несколько раз. То же самое имеет место и для других легких мезоатомов. Отметим, что, как видно из таблицы 2, существенно уменьшить расхождение между теоретическим и экспериментальным значением $\Gamma_{2\rho}$ для ^{40}Ca не удается при вариациях c , t в указанных пределах. Заметим, что E_{nl} и Γ_{nl} легких и средних мезоатомов сильнее зависят от C_N , t_N , чем от C_Z , t_Z . Энергия связи увеличивается при увеличении C_Z , t_Z и уменьшается при увеличении C_N , t_N , хотя энергия связи в кулоновском поле при увеличении C_Z , t_Z , разумеется, уменьшается. Это становится понятным, если учесть, что при $C_Z = C_N$, $t_Z = t_N$ для ядер с $N \approx Z$ вклад члена, содержащего $(\rho_N - \rho_Z)$, в эффективный потенциал V , очевидно, равен нулю, а при $C_Z \neq C_N$, $t_Z \neq t_N$ этот член дает заметный вклад в V , так как при этом меняется ρ_N или ρ_Z и $\rho_Z \neq \rho_N$. Для легких ядер результаты весьма чувствительны к различию в распределении нейтронной и протонной плотности, т.е. к величине $\rho_N - \rho_Z$. Для тяжелых ядер, с $N \neq Z$, результаты одинаково чувствительны к C_Z , t_Z и C_N , t_N , при этом зависимость от t_N очень слабая. Таким образом, наиболее чувствительны к изменениям c , t ширины 2ρ уровней $\Gamma_{2\rho}$ для легких мезоатомов.

Зависимость всех результатов ΔE_N , Γ от S^z , P^z , T_B , T_C представлена в таблице 3, зависимость эта слабее, чем линейная. Однако, как видно из сравнения таблиц 2 и 3, сдвиги ΔE_N и ширины все же несколько более чувствительны к изменениям этих параметров, чем к изменениям C , ζ .

Расчеты с $\zeta = 0$, т.е. в пренебрежении лоренти-лоренци-эффектом, приводят к существенно худшему описанию экспериментальных данных, особенно для тяжелых мезоатомов.

Заметим еще, что относительные изменения ширины Γ для всех случаев гораздо больше относительных изменений энергий переходов ζ , поэтому для уточнения параметров, в частности C , ζ , экспериментальные значения Γ могут дать большую информацию, чем ζ .

Авторы благодарят Р.А.Эрамзяну за внимание к работе.

Таблица I

Энергии и ширины переходов π -мезоатомов

В колонках 2-7 приведены экспериментальные и теоретические значения энергий переходов $E = E_{\text{эксп}, \text{тн}} - E_{\text{теор}}$ и ширины $\Gamma_{\text{тн}}$, $\Gamma_{\text{теор}}$; в колонке 8-вклад ΔE_N в ζ от ядерного взаимодействия π -мезона. Все экспериментальные данные взяты из [II], кроме $E_{\text{эксп}, 1s}$ и Γ_{1s} для 6Li , 7Li , 9Be , взятых из [12] и Γ_{2p} , ${}^{19}F$ и 6Li — из [13].

I	$E_{\text{эксп}}(\text{kev})$ 2	$E_{\text{тн}}(\text{kev})$ 3	$\Gamma_{1s, \text{эксп}}(\text{kev})$ 4	$\Gamma_{1s, \text{теор}}(\text{kev})$ 5	переходы		$\Gamma_{2p, \text{эксп}}(\text{kev})$ 6	$\Gamma_{2p, \text{теор}}(\text{kev})$ 7	$\Delta E_N(\text{kev})$ 8	$C(\text{см})$ 9	$t(\text{fm})$ 10
					$2p - 1s$	$3d - 2p$					
6Li	24.192 ± 0.003	24.077	0.195 ± 0.012	0.144	0.015	0.006	-0.451	1.94	2.26		
7Li	24.038 ± 0.004	24.049	0.195 ± 0.013	0.180	0.016 ± 0.007	0.052	-0.563	1.65	2.36		
9Be	42.320 ± 0.012	42.164	0.591 ± 0.014	0.564	0.052 ± 0.013	0.067	-1.790	1.8	2.34		
${}^{10}B$	65.79 ± 0.11	65.642	1.68 ± 0.12	1.176	0.32 ± 0.06	0.210	-3.047	2.3	2.12		
${}^{11}B$	65.00 ± 0.11	65.001	1.72 ± 0.15	1.352	0.27 ± 0.04	0.300	-3.818	2.1	2.12		
${}^{12}C$	93.19 ± 0.12	93.184	3.25 ± 0.15	2.802	1.02 ± 0.29	0.870	-5.104	2.286	1.95		
${}^{14}N$	124.74 ± 0.15	124.612	4.48 ± 0.30	4.840	2.1 ± 0.30	2.300	-10.196	2.55	1.77		
${}^{16}O$	159.95 ± 0.25	159.800	7.56 ± 0.5	6.72	4.7 ± 0.8	4.6					
${}^{18}O$	155.01 ± 0.25	155.034	8.67 ± 0.70	5.988	3.8 ± 0.7	5.400	-20.452	2.93	1.87		
${}^{19}F$	195.9 ± 0.5	193.958	8.4 ± 1.5	8.224	8.0 ± 1.3	8.960	-26.677	2.86	2.4		
${}^{23}Na$	276.2 ± 1.0	275.861	10.3 ± 4.0	14.762	34.6 ± 7.6	25.400	-48.675	3.04	2.6		
${}^{24}Mg$	330.3 ± 1.0	327.476		25.072		65.400	-60.418	2.6	2.6		
I	$E_{\text{эксп}}(\text{kev})$ 2	$E_{\text{тн}}(\text{kev})$ 3	$\Gamma_{2p, \text{эксп}}(\text{kev})$ 4	$\Gamma_{2p, \text{теор}}(\text{kev})$ 5	переходы		$\Gamma_{3d, \text{эксп}}(\text{kev})$ 6	$\Gamma_{3d, \text{теор}}(\text{kev})$ 7	$\Delta E_N(\text{kev})$ 8	$C(\text{см})$ 9	$t(\text{fm})$ 10
					$3d - 2p$	$3d - 2p$					
${}^{27}Al$	87.53 ± 0.07	87.446	0.11 ± 0.08	0.108			0.018	0.168	3.07	2.28	
${}^{28}Si$	101.58 ± 0.15	101.542	0.18 ± 0.08	0.182	0.13 ± 0.08	0.040	0.259	2.71	2.6		
${}^{31}P$	116.78 ± 0.10	116.746	0.20 ± 0.08	0.246	0.18 ± 0.11	0.058	0.351	3.21	2.45		

Продолжение таблицы I

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
³² S	I33.06 ±0.10	I33.004	0.79 ±0.15	0.348	0.25±0.15	0.092	0.487	3.2	2.6
³⁵ Cl	I50.55 ±0.15	I50.350	0.89 ±0.25	0.468	0.17±0.17	0.161	0.617	3.5	2.6
³⁹ K	I88.77 ±0.18	I88.398	I.45 ±0.15	0.930		0.440	I.094	3.63	2.6
⁴⁰ Ca	209.66 ±0.18	209.078	2.29 ±0.13	I.230	0.7 ±0.3	0.640	I.421	3.67	2.65
⁴² Ca				I.250		0.600	I.344	3.72	2.68
⁴⁴ Ca	208.94 ±0.10	209.052	2.07 ±0.15	I.350		0.800	I.320	3.73	2.58
⁴⁸ Ca		209.302		I.868		I.120	I.470	3.43	2.3
⁴⁸ Ti	253.98 ±0.20	253.786	2.89 ±0.25	2.462	2.5 ±0.7	I.840	2.107	3.82	2.51
⁵¹ V	277.85 ±0.20	277.978	3.66 ±0.25	3.494	2.1 ±0.8	3.100	3.660	3.99	2.1
⁵² Cr	302.75 ±0.25	303.154	4.46 ±0.35	4.238	4.8 ±1.1	4.100	3.249	3.98	2.33
⁵⁵ Mn	329.12 ±0.25	329.015	6.38 ±0.40	5.034	6.0 ±1.3	5.600	3.460	4.07	2.33
⁵⁶ Fe	356.43 ±0.30	356.390	8.65 ±0.60	6.122	I0.9 ±2.5	7.600	4.122	4.16	2.5
⁵⁹ Co	384.74 ±0.35	385.034	7.37 ±0.70	8.092	I0.1 ±2.1	II.200	4.891	4.09	2.49
⁵⁸ Ni	4I4.II ±0.48	4I4.850	7.6 ±1.4	9.II2	I4.7 ±4.2	I3.400	5.971	4.28	2.49
⁶⁰ Ni	4I4.08 ±0.51	4I5.8I3	8.5 ±1.5	9.862		I5.000	6.818	4.14	2.49
⁶⁴ Cu	446.I ±2.0	444.733	I5.9 ±4.0	II.570	20.8 ±7.0	2I.000	5.848	4.28	2.49
⁶⁵ Zn	478.2 ±3.0	476.799	I6.8 ±6.0	I4.036	32.5 ±II.0	28.00	6.945	4.3	2.49

4f - 3d переходы

I	E _{exp} (kev)	E _{th} (kev)	T _{3d} / _{exp} (kev)	T _{3d} / _{th} (kev)	T _{4f} / _{exp} (kev)	T _{4f} / _{th} (kev)	ΔE _N (kev)	C(fm)	F(fm)
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
⁸⁸ Sr		263.837		0.248		0.200	0.120	4.71	2.3
⁸⁸ Y		278.079		0.298		0.260	0.488	4.76	2.3
⁹³ Nb	307.6 ±0.3	307.779	0.6 ±0.4	0.452		0.440	0.703	4.83	2.3
⁹⁶ Mo	323.2 ±0.2	323.252	0.56±0.10	0.564		0.600	0.749	4.9	2.3

Продолжение таблицы I

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
¹⁰³ Rh	370.9 ±0.4	372.040	I.2 ±0.6	I.008		I.320	I.400	5.02	2.3
¹¹⁵ In	442.I ±I.I	442.899	2.8 ±0.6	I.848		3.410	2.570	5.26	2.53
¹²⁷ Tl	5I9.I ±I.I	520.587	4.6 ±I.5	3.792		8.720	4.374	5.38	2.53
¹²³ Cs	560.5 ±I.I	562.057	4.2 ±I.8	5.I26		I4.400	5.576	5.46	2.53
¹³⁹ La	603.6 ±0.9	605.309	6.2 ±2.0	6.824		20.I60	7.002	5.54	2.53
¹⁴⁰ Ce	626.I ±2.0	627.6I3	5.8 ±3.8	7.800		23.940	7.804	5.56	2.53
¹⁴² Ce				7.832		24.580	7.802	5.58	2.53
¹⁴¹ Pr	649.5 ±2.0	650.383	6.7 ±2.8	8.896		28.340	8.691	5.57	2.53

5g - 4f переходы

I	E _{exp} (kev)	E _{th} (kev)	T _{4f} / _{exp} (kev)	T _{4f} / _{th} (kev)	T _{5g} / _{exp} (kev)	T _{5g} / _{th} (kev)	ΔE _N (kev)	C(fm)	F(fm)
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
¹⁸¹ Tl	453.90±0.20	453.750	0.5 ±0.2	0.288		0.600	0.694	6.4	2.8
¹⁹⁵ Pt	5I9.34±0.24	5I9.380	I.8 ±I.0	0.662		I.400	0.972	6.2	2.32
¹⁹⁷ Au	533.I6±0.20	533.I39	I.I±0.3	0.750		I.860	I.I37	6.38	2.32
²⁰⁴ Tl	56I.47±0.25	56I.I85	I.0±0.2	0.924		2.440	I.445	6.3	2.4
²⁰⁶ Pb	575.62±0.30	575.456	I.2±0.4	I.I68		3.050	I.556	6.32	2.35
²⁰⁸ Bi	575.56±0.25	575.542	I.I±0.3	I.I28		3.200	I.640	6.5	2.35
²⁰⁹ Tl	590.06±0.30	590.III	I.7±0.5	I.232		3.720	2.086	6.64	2.47
²³² Tl	698.4 ±0.4	697.534	4.6±0.8	2.876		I0.400	3.773	6.57	2.8
²³⁸ U	732.0 ±0.4	730.I66	6.8±0.8	3.626		I4.160	4.567	6.63	2.8
²³⁹ Pu		763.667	9.I±2.5	4.456		I8.8	5.505	6.64	2.8

Таблица 2

Изменение ΔE_{nl} , $\Delta \Gamma_{nl}$, $\Delta \mathcal{E}$ энергий E_{nl} и ширин уровней Γ_{nl} и энергий переходов \mathcal{E} при вариациях параметров распределения ядерной плотности $C_{M,2}$, $t_{M,2}$. Значениям $C \neq 0$ (ферми), $t \neq 0$ (ферми) в колонке 2 сопоставлено соответственно по два значения ΔE , $\Delta \Gamma$, $\Delta \mathcal{E}$ в колонках 3-7. В последней строке даны для сравнения ΔE_{nl} , Γ_{nl} , \mathcal{E} для неизменных C , t . Энергии в колонках 2,3,5 приведены в кэВ, а в колонках 4,6 - в эВ. Отсутствие колонок 4 или 6 означает, что соответствующие изменения пренебрежимо маль.

	I	2	$-\Delta E_{4f}$	$-\Delta E_{5g}$	$\Delta \Gamma_{4f}$	$\Delta \mathcal{E}_{5g-4f}$
			3	4	5	7
C_z	6.5 ± 0.6	+0.210 -0.183	+6 -	+0.013 -0.054	+0.204 -0.183	
t_z	2.35 ± 0.24	+0.035 -0.071	+2 -	-0.010 -0.010	+0.033 -0.071	
C_N	6.5 ± 0.6	+0.017 -0.074	+4 -	-0.058 +0.070	+0.013 -0.074	
t_N	2.35 ± 0.24 +0.009	-0.070 +0.009	+4 +2	-0.023 +0.011	-0.074 +0.007	
		-1.646 ΔE_{n-4f}	-6 ΔE_{n-5g}	I.128 Γ_{4f}	575.542 \mathcal{E}_{5g-4f}	

	I	2	$-\Delta E_{1s}$	$\Delta \Gamma_{1s}$	$\Delta \Gamma_{2p}$	$\Delta \mathcal{E}_{2p-1s}$
			3	5	6	7
C_z	2.286 ± 0.23	+0.072 -0.075	-0.326 +0.280	-0.08 +0.07	+0.071 -0.075	
t_z	1.95 ± 0.20	+0.006 -0.014	-0.188 +0.202	-0.05 +0.05	0.006 -0.014	
C_N	2.286 ± 0.23	-0.140 +0.230	-0.102 +0.168	-0.11 +0.11	-0.140 +0.230	
t_N	1.95 ± 0.20	-0.076 +0.106	-0.062 +0.072	-0.05 +0.05	-0.076 +0.106	
		5.895 ΔE_{n-1s}	2.802 Γ_{1s}	0.87 Γ_{2p}	93.184 \mathcal{E}_{2p-1s}	

Продолжение таблицы 2

$^{120}S_n$						
		$-\Delta E_{3d}$	$-\Delta E_{4f}$	$\Delta \Gamma_{3d}$	$\Delta \mathcal{E}_{4f-3d}$	
I	2	3	4	5	7	
C_z		5.315 ± 0.53	+0.349 -0.340	+3 -5	-0.034 -0.082	+0.346 -0.335
t_z		2.53 ± 0.25	+0.071 -0.066	-2 +1	-0.060 +0.060	+0.073 -0.065
C_N		5.315 ± 0.53	-0.372 +0.286	+1 -2	-0.300 +0.386	-0.373 +0.288
t_N		2.53 ± 0.25	-0.128 +0.121	- -1	-0.074 +0.074	-0.128 +0.122
				-2.98I ΔE_{n-3d}	-I ₃ $\Delta \mathcal{E}_{n-4f}$	2.344 Γ_{rad} 46I.697 \mathcal{E}_{n-3d}
^{40}Ca						
		$-\Delta E_{2p}$	$-\Delta E_{3d}$	$\Delta \Gamma_{2p}$	$\Delta \mathcal{E}_{3d-2p}$	
I	2	3	4	5	7	
C_z		3.67 ± 0.37	+0.102 -0.112	+1 -3	-0.094 +0.094	+0.101 -0.108
t_z		2.65 ± 0.26	+0.032 -0.029	-2 +1	-0.064 +0.066	+0.034 -0.030
C_N		3.67 ± 0.37	-0.266 +0.254	- -	-0.136 +0.152	-0.266 +0.254
t_N		2.65 ± 0.26	-0.139 +0.133	- -	-0.058 +0.058	-0.139 +0.133
		-I.429 ΔE_{n-2p}	-4 ΔE_{n-3d}	I.230 Γ_{2p}	209.078 \mathcal{E}_{3d-2p}	
\mathcal{E}_1						
		$-\Delta E_{1s}$	$\Delta \Gamma_{1s}$	$\Delta \Gamma_{2p}$	$\Delta \mathcal{E}_{2p-1s}$	
I	2	3	5	6	7	
C_z		I.939 ± 0.19	+0.001 -	-0.010 +0.010	- -	+0.001 0
t_z		2.26 ± 0.13	-0.003 +0.005	-0.012 +0.014	- -	-0.003 +0.005
C_N		I.939 ± 0.19	-0.002 +0.004	-0.008 +0.006	-6 +35	-0.002 +0.004
t_N		2.26 ± 0.23	-0.002 +0.004	-0.008 +0.008	-6 -26	-0.002 +0.004
		0.452 ΔE_{n-1s}	0.144 Γ_{1s}	6 Γ_{2p}	24.077 \mathcal{E}_{2p-1s}	

Таблица 3

Изменения ΔE_{nl} , $\Delta \Gamma_{nl}$, $\Delta \mathcal{E}$ энергий E_{nl} и ширин Γ_{nl} уровней и энергий переходов \mathcal{E} при вариациях параметров $S^z(\mu^{-1})$, $P^z(\mu^{-3})$, $I_m B_o(\mu^{-4})$, $I_m C_o(\mu^{-6})$, \mathcal{I} . Значениям $S^z \Delta S$, $P^z \Delta P$ и т.д. в колонке 2 сопоставлено соответственно по два значения ΔE , $\Delta \Gamma$, $\Delta \mathcal{E}$ в колонках 3-7. Все результаты получены при $\mathcal{I} = I$, а в строке I приведены значения ΔE , $\Delta \Gamma$, $\Delta \mathcal{E}$, полученные при замене $\mathcal{I} = I$ на $\mathcal{I} = 0$. В последней строке даны для сравнения ΔE_{nl} , Γ_{nl} , \mathcal{E} для неизмененных параметров. Энергии в колонках 2,3,5 приведены в кэВ, а в колонках 4,6 - в эВ. Отсутствие колонок 4 или 6 означает, что соответствующие изменения пренебрежимо малы.

 ^{208}Pb

I	2	$-\Delta E_{4f}$ 3	$-\Delta E_{5g}$ 4	$\Delta \Gamma_{4f}$ 5	$\Delta \Gamma_{5g}$ 6	ΔE_{5g-4f} 7
\mathcal{I}	0	+0.639	+5	+1.996	+7.0	+0.634
S^+	-0.0293 ± 0.01465	+0.376 -0.420	+4 -58	0.460 -0.284	- -	+0.372 -0.362
S^-	-0.078 ± 0.0156	+0.039 -0.077	+2 -2	+0.082 -0.074	- -	+0.037 -0.075
$I_m B_o$	0.0428 ± 0.00856	-0.028 +0.033	- -	+0.080 -0.086	- -	-0.030 +0.031
P^+	0.227 ± 0.0454	+0.496 -0.449	+5 -	+0.332 -0.226	- -	+0.491 -0.449
$I_m C_o$	0.076 ± 0.0152	-0.007 +0.007	+1 -4	+0.070 -0.110	+0.4 -0.2	-0.011 +0.011
P^-	0.18 ± 0.036	+0.074 -0.072	+5 -5	+0.048 -0.044	+0.2 -0.2	+0.069 -0.067
		-1.646 ΔE_{n-4f}	-6 ΔE_{n-5g}	1.128 Γ_{4f}	3.0 Γ_{5g}	575.542 Γ_{5g-4f}

I	2	$-\Delta E_{3d}$ 3	$-\Delta E_{4f}$ 4	$\Delta \Gamma_{3d}$ 5	$\Delta \Gamma_{4f}$ 6	ΔE_{4f-3d} 7
\mathcal{I}	0	+1.530	+4	3.268	+8.0	+1.526
S^+	-0.0293 ± 0.01465	+1.036 -1.021	+1 -36	+0.956 -0.588	- -	+1.035 -0.985
S^-	-0.078 ± 0.0156	+0.173 -0.164	-1 -1	+0.134 -0.120	+0.7 -0.4	+0.173 -0.163
$I_m B_o$	0.0428 ± 0.00856	-0.059 +0.060	-0.1 0	+0.210 -0.222	+0.1 0	-0.058 +0.060
P^+	0.0227 ± 0.0454	+0.098 -0.919	+3 -4	+0.490 -0.362	+0.1 0	+0.995 -0.915
$I_m C_o$	0.076 ± 0.0152	-0.026 +0.030	- -	+0.186 -0.188	+0.1 -0.1	-0.026 +0.030

Продолжение таблицы 3

I	2	$-\Delta E_{3d}$ 3	$-\Delta E_{4f}$ 4	$\Delta \Gamma_{3d}$ 5	$\Delta \Gamma_{4f}$ 6	ΔE_{4f-3d} 7
P^-	0.18 ± 0.036	+0.129 -0.124	- -	+0.056 -0.054	- -	+0.129 -0.124
		ΔE_{n-3d} -2.981	Γ_{3d} -13	Γ_{4f} 2.344	Γ_{4f} 4.0	Γ_{4f-3d} 461.697
^{40}Ca						
I	2	$-\Delta E_{2p}$ 3	$\Delta \Gamma_{2p}$ 5	$\Delta \Gamma_{3d}$ 6	ΔE_{3d-2p} 7	
\mathcal{I}	0	+0.667	+0.750	-	+0.667	
S^+	-0.0293 ± 0.01465	+0.794 -0.663	+0.360 -0.242	+0.08 -0.02	+0.794 -0.663	
S^-	-0.078 ± 0.0156	0 0	0 0	0 0	0 0	
$I_m B_o$	0.0428 ± 0.00856	-0.020 +0.019	+0.140 -0.142	+0.09 0	-0.020 +0.019	
P^+	0.227 ± 0.0454	+0.530 -0.511	+0.146 -0.118	+0.12 0	+0.530 -0.511	
$I_m C_o$	0.076 ± 0.0152	-0.008 +0.008	+0.094 -0.094	+0.12 0	-0.008 +0.008	
P^-	0.18 ± 0.036	0 0	0 0	0 0	0 0	
		-1.429 ΔE_{n-2p}	1.230 Γ_{2p}	0.64 Γ_{3d}	209.078 Γ_{3d-2p}	
^{40}C						
I	2	$-\Delta E_{1s}$ 3	$\Delta \Gamma_{1s}$ 5	$\Delta \Gamma_{2p}$ 6	ΔE_{2p-1s} 7	
\mathcal{I}	0	+0.100	+0.152	+1.0	+0.100	
S^+	-0.0293 ± 0.01465	+2.321 -1.822	+1.002 -0.620	+0.09 -0.05	+2.321 -1.822	
S^-	-0.078 ± 0.0156	0 0	0 0	0 0	0 0	
$I_m B_o$	0.0428 ± 0.00856	-0.067 +0.055	-0.524 +0.536	+0.07 0	-0.067 +0.055	
P^+	0.227 ± 0.0454	+0.074 -0.039	-0.074 +0.076	-0.02 -0.06	+0.073 -0.039	
$I_m C_o$	0.076 ± 0.0152	+0.004 -0.005	+0.012 -0.012	+0.13 -0.09	+0.004 -0.005	
P^-	0.18 ± 0.036	0 0	0 0	0 0	0 0	
		5.895 ΔE_{n-1s}	2.802 Γ_{1s}	0.87 Γ_{2p}	93.184 Γ_{2p-1s}	

Продолжение таблицы 3

	δ_{Lz}	ΔE_{1S}	Δr_{1S}	ΔE_{2P-1S}
I	2	3	5	7
χ	0	-	-	-
S^+	-0.0293 ± 0.01465	+0.209 -0.182	+0.024 -0.020	+0.209 -0.182
S^-	-0.078 ± 0.0156	0 0	0 0	0 0
T_{mB_0}	0.0428 ± 0.0856	0 0	+0.028 -0.024	0 0
P^+	0.227 ± 0.0454	0 0	-0.002 0	0 0
T_{mC_0}	0.076 ± 0.0152	0 0	0 0	0 0
P^-	0.18 ± 0.036	0 0	0 0	0 0
	0.452 ΔE_{NIS}	0.144 r_{1S}	24.077 E_{2P-1S}	

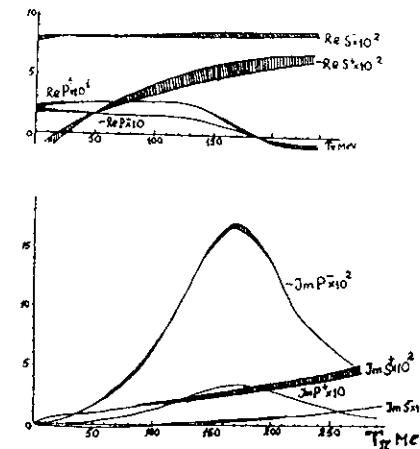


Рис. I

Параметры эффективного потенциала S^+ , P^+ , построенные по фазам $\delta_{Lz}^{2\pi}$ πN -рассеяния (см. текст).

Из-за неточности экспериментального определения $\delta_{Lz}^{2\pi}$ S и P лежат внутри заштрихованных областей.

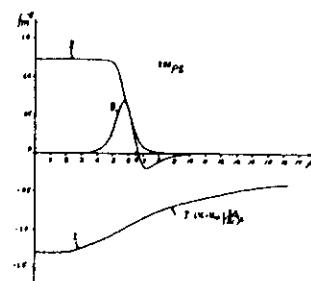


Рис. 2

Поведение различных слагаемых в эффективном потенциале в уравнении (3).

Кривая I- $V_c + v_p$, кривая II - $Re (\frac{\phi}{z})$,
кривая III- $Re (\frac{1}{z}) \{ \dots \}$.

Литература

1. M.Ericson and T.E.O.Ericson. Ann.of Phys. 36(1966),323.
2. J.P.Dedonder. Nucl.Phys. A174(1970),461;
Nucl.Phys.A180(1972),472.
3. J.Hufner. Nucl.Phys. B28(1973),55.
4. M.Sternheim and E.H.Auerbach. Phys.Rev. Lett.25(1970),1500.
5. M.Krell and T.E.O.Ericson. Nucl.Phys.B11(1969),521.
6. E.H.Auerbach, P.M.Fleming, M.M.Sternheim. Phys.Rev.162,
(1967),1683.
7. L.D.Roper et al. Phys.Rev.138B (1965),191.
8. B.Fricke. Z.Phys.218(1969),495.
9. H.R.Collard, L.R.B.Elton and R.Hofstadter, Landolt-
Börnstein, Nuclear Radii, New Series 1/2 ed. by H.Schopper
(Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1967).
10. M.Krell and T.E.O.Ericson. J.Comput. Phys.2(1968),202.
11. G.Backenstoss. Ann.Rev.Nucl.Sci.20(1970),467.
12. G.Backenstoss et al. Nucl.Phys.B66(1973),125.
13. H.Koch, M.Krell et al. Phys.Lett.28B(1969),140.
29B(1970),279.
14. W.W.Sapp, J.M.Eckkause et al. Phys.Rev.5C(1972),690.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 апреля 1975 г.