объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-88-845

В.Г.Соловьев

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ 0^+-СОСТОЯНИЙ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Направлено в журнал "Zeitschrift fur Physik A - Atomic Nuclei"

1988

1. ВВЕДЕНИЕ

Возбужденные 0^+-состояния занимают особое место в теории ядра. На них как бы сконцентрированы математические трудности. Возбужденные состояния с $K^{\pi} = 0^+$, где K - проекция углового момента на ось симметрии, в четно-четных деформированных ядрах имеют различную структуру, определяемую β- и парными вибрациями и двухфононными компонентами в волновых функциях. Сначала их описание проводилось в RPA с учетом монопольного спаривания и частично-дырочных квадруполь-квадрупольных взаимодействий /см., например,[1,2] /. Более сложное описание 0^+-состояний сделано в ряде работ, например в[3-5]. В рамках квазичастично-фононной модели ядра /КФМЯ/[6-10] расчеты выполнены с волновыми функциями, содержащими однофононные и двухфононные компоненты, при учете принципа Паули в двухфононных компонентах. На основе таких расчетов в[11] сделан вывод об отсутствии двухфононных 0^+-состояний в четно-четных деформированных ядрах. Двухфононными считаем такие состояния, в которых вклад двухфононных компонент в нормировке функций превышает 50%.

В [12-16] продемонстрировано, что частично-частичное взаимодействие в дополнение к частично-дырочному взаимодействию в ряде случаев играет важную роль. Поэтому представляет интерес получить уравнения КФМЯ для описания 0^+-состояний в деформированных ядрах с учетом монопольного спаривания и частично-дырочных и частично-частичных взаимодействий. Выполнению этой задачи посвящена данная статья.

2. ГАМИЛЬТОНИАН КФМЯ

Гамильтониан КФМЯ содержит среднее поле нейтронной и протонной систем в форме потенциала Саксона-Вудса, взаимодействия, приводящие к парным корреляциям сверхпроводящего типа, и эффективные частично-дырочные $(p-h)$- и частично-частичные $(p-p)$-взаимодействия между квазичастицами. Исходный гамильтониан запишем в виде

$$H = \sum_{\tau} \{ \sum_{q\sigma}^{\tau} [E'(q) - \lambda_{\tau}] a^{+}_{q\sigma} a_{q\sigma} - G_{\tau} \sum_{qq'}^{\tau} a^{+}_{q+} a^{+}_{q-} a_{q'-} a_{q'+} -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{\rho=\pm 1}\sum_{\lambda\mu}\frac{\kappa_0^{\lambda\mu}+\rho\kappa_1^{\lambda\mu}}{1+\delta_{\mu o}}\sum_{\sigma} M^{+}_{\lambda\mu\sigma}(\tau)M_{\lambda\mu\sigma}(\rho\tau)- \qquad /1/$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu\sigma}\frac{G_{\tau}^{\lambda\mu}}{1+\delta_{\mu o}}P^{+}_{\lambda\mu\sigma}(\tau)P_{\lambda\mu\sigma}(\tau)\},$$

где

$$M^{+}_{\lambda\mu\sigma}(\tau)=\sum^{\tau}_{q_1q_2\sigma_1\sigma_2}\langle q_1\sigma_1|R_{\lambda}(r)Y_{\lambda\mu\sigma}(\theta\phi)|q_2\sigma_2\rangle a^{+}_{q_1\sigma_1}a_{q_2\sigma_2},$$

$$P^{+}_{\lambda\mu\sigma}(\tau)=\sum^{\tau}_{q_1q_2\sigma_1\sigma_2}\langle q_1\sigma_1|\tilde{R}_{\lambda}(r)Y_{\lambda\mu\sigma}(\theta\phi)|q_2\sigma_2\rangle\sigma_2 a_{q_1\sigma_1}a_{q_2-\sigma_2}.$$

Здесь $q\sigma$ - квантовые числа, $\sigma=\pm 1$, $E(q)$ - энергия одночастичных состояний, причем $E(q)=E'(q)-(1/2)G_{\tau}v_q^2$, $\sum^{\tau}_{qq'}$ - означает суммирование по одночастичным уровням нейтронной при $\tau=n$ или протонной при $\tau=p$ систем, λ_{τ} - химические потенциалы. Далее, G_{τ} - константы монопольного спаривания, $\kappa_0^{\lambda\mu},\kappa_1^{\lambda\mu}$ - изоскалярная и изовекторная константы $(p-h)$-взаимодействия мультипольности λ с проекцией μ; $G_{\tau}^{\lambda\mu}$ - константы $(p-p)$-взаимодействия, $R_{\lambda}(r),\tilde{R}_{\lambda}(r)$ - радиальные части взаимодействий, $a^{+}_{q\sigma}$ - оператор рождения нуклона.

Преобразуем гамильтониан /1/. Для этого проведем каноническое преобразование Боголюбова

$$a_{q\sigma}=u_q\alpha_{q\sigma}+\sigma v_q\alpha^{+}_{q-\sigma}$$

и введем оператор рождения фонона

$$Q^{+}_{\lambda\mu i\sigma}=\frac{1}{2}\sum_{qq'}[\psi^{\lambda\mu i}_{qq'}A^{+}(qq';\mu\sigma)-\phi^{\lambda\mu i}_{qq'}A(qq';\mu-\sigma)], \qquad /2/$$

где

$$A^{+}(qq';\mu\sigma)=\sum_{\sigma'}\delta_{\sigma'(K-K'),\sigma\mu}\,\sigma'\alpha^{+}_{q\sigma}\alpha^{+}_{q'-\sigma'},\ \text{или}\ \sum_{\sigma'}\delta_{\sigma'(K+K'),\sigma\mu}\,\alpha^{+}_{q\sigma'}\alpha^{+}_{q'\sigma'},$$

$\psi^{\lambda\mu i}_{qq'},\phi^{\lambda\mu i}_{qq'}$ - прямая и обратная амплитуды, $i=1,2,3,\ldots$ - номер корня RPA секулярного уравнения.

После преобразований гамильтониан КФМЯ запишем в виде

$$H_{QPNM}=\sum_{q\sigma}\tilde{\epsilon}_q\alpha^{+}_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}+H_v+H_{vq}, \qquad /3/$$

$$H_v=H_v^{00}+\sum_{\lambda\mu}H_v^{\lambda\mu}, \qquad /4/$$

$$H_v^{00}=-\sum_{ii'}W^{00}_{ii'}Q^{+}_{20i}Q_{20i'},\quad H_v^{\lambda\mu}=-\sum_{ii'\sigma}W^{\lambda\mu}_{ii'}Q^{+}_{\lambda\mu i\sigma}Q_{\lambda\mu i'\sigma}, \qquad /4'/$$

$$W^{00}_{ii'}=\frac{1}{2}\sum_{\tau}G_{\tau}\sum^{\tau}_{qq'}[(u_q^2-v_q^2)(u_{q'}^2-v_{q'}^2)g^{20i}_{qq}g^{20i'}_{q'q'}+w^{20i}_{qq}w^{20i'}_{q'q'}], \qquad /5/$$

$$W^{\lambda\mu}_{ii'}=\frac{1+\delta_{\mu 0}}{4}\sum_{\tau}\{G_{\tau}^{\lambda\mu}(D^{\lambda\mu i}_{g\tau}D^{\lambda\mu i'}_{g\tau}+D^{\lambda\mu i}_{w\tau}D^{\lambda\mu i'}_{w\tau})+$$

$$+\sum_{\rho=\pm 1}(\kappa_0^{\lambda\mu}+\rho\kappa_1^{\lambda\mu})D^{\lambda\mu i}_{\tau}D^{\lambda\mu i'}_{\rho\tau}\}, \qquad /5'/$$

$$\tilde{W}^{20}_{ii'}=W^{00}_{ii'}+W^{20}_{ii'}, \qquad /5''/$$

$$H_{vq}=H^{00}_{vq}+\sum_{\lambda\mu}H^{\lambda\mu}_{vq}, \qquad /6/$$

$$H^{00}_{vq}=-\sum_{i\tau}G_{\tau}\sum^{\tau}_{qq'}(u_q^2-v_q^2)u_{q'}v_{q'}\{(\psi^{20i}_{qq}Q^{+}_{20i}+\phi^{20i}_{qq}Q_{20i})\times \qquad /6'/$$

$$\times\sum_{\sigma}\alpha^{+}_{q'\sigma}\alpha_{q'\sigma}+h.c.\},$$

$$H^{\lambda\mu}_{vq}=\frac{1}{4}\sum_{i\sigma\tau}G_{\tau}^{\lambda\mu}\sum^{\tau}_{qq'}f^{\lambda\mu}(qq')\{[D^{\lambda\mu i}_{g\tau}(Q^{+}_{\lambda\mu i\sigma}+Q_{\lambda\mu i-\sigma})+D^{\lambda\mu i}_{w\tau}(Q^{+}_{\lambda\mu i\sigma}-Q_{\lambda\mu i-\sigma})]\times$$

$$\times[u_{q'}v_qB(qq';\mu-\sigma)+u_qv_{q'}B(q'q;\mu-\sigma)]+h.c.\}-$$

$$-\frac{1}{4}\sum_{\substack{i\sigma\tau\\ \rho=\pm 1}}(\kappa_0^{\lambda\mu}+\rho\kappa_1^{\lambda\mu})D^{\lambda\mu i}_{\rho\tau}\sum^{\tau}_{qq'}f^{\lambda\mu}(qq')v^{(-)}_{qq'}[(Q^{+}_{\lambda\mu i\sigma}+Q_{\lambda\mu i-\sigma})B(qq';\mu-\sigma)+h.c.].$$

В случае $\mu=0$ операторы фононов $Q^{+}_{\lambda 0i},Q_{\lambda 0i}$ не зависят от σ и в /4'/ и /6''/ нет суммирования по σ. При учете монопольного и квадрупольного спаривания $\tilde{\epsilon}_q=[\Delta_q^2+\xi^2(q)]^{1/2}$, $\xi(q)=E(q)-\lambda_{\tau}$, $\Delta_q=C_{\tau}+f(q)C_{2\tau}$, $C_{\tau}=G_{\tau}\sum_q u_qv_q$, $C_{2\tau}=G_{\tau}^{20}\sum_q f(q)u_qv_q$. Уравнения для функций монопольного C_τ и квадрупольного $C_{2\tau}$ спаривания будут получены из условия исключения духовых 0^+-состояний. Используем следующие обозначения:

$$f^{\lambda\mu}(qq') = \langle q | R_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\theta\phi) | q' \rangle, \quad f^{20}(qq) \equiv f(q), \; f^{20}(qq') \equiv f(qq'),$$

$$B(qq';\mu\sigma) = \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K-K'),\mu} a^+_{q\sigma'} a_{q'\sigma'}, \qquad \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K+K'),\sigma\mu} \sigma' a^+_{q\sigma'} a_{q'-\sigma'},$$

$$D^{\lambda\mu i}_{\tau} = \sum_{qq'}^{\tau} f^{\lambda\mu}(qq') u^{(+)}_{qq'} g^{\lambda\mu i}_{qq'},$$

$$D^{\lambda\mu i}_{g\tau} = \sum_{qq'}^{\tau} f^{\lambda\mu}(qq') v^{(-)}_{qq'} g^{\lambda\mu i}_{qq'}, \qquad /7/$$

$$D^{\lambda\mu i}_{w\tau} = \sum_{qq'}^{\tau} f^{\lambda\mu}(qq') v^{(+)}_{qq'} w^{\lambda\mu i}_{qq'},$$

$$u^{(\pm)}_{qq'} = u_q v_{q'} \pm u_{q'} v_q, \qquad v^{(\pm)}_{qq'} = u_q u_{q'} \pm v_q v_{q'},$$

$$g^{\lambda\mu i}_{qq'} = \psi^{\lambda\mu i}_{qq'} + \phi^{\lambda\mu i}_{qq'}, \qquad w^{\lambda\mu i}_{qq'} = \psi^{\lambda\mu i}_{qq'} - \phi^{\lambda\mu i}_{qq'}.$$

Расчеты в КФМЯ проводятся в четыре этапа. Первый этап - нахождение собственных одночастичных энергий и волновых функций потенциала Саксона - Вудса. Второй этап - расчеты в модели независимых квазичастиц с учетом монопольного и квадрупольного спаривания. В КФМЯ в качестве базиса используются однофононные состояния. Поэтому третий этап - RPA-расчеты однофононного базиса. На этом этапе фиксируются все константы КФМЯ. Четвертый этап - учет взаимодействия квазичастиц с фононами, ответственного за фрагментацию квазичастичных и коллективных состояний.

3. RPA-УРАВНЕНИЯ И ИСКЛЮЧЕНИЕ ДУХОВЫХ СОСТОЯНИЙ

Получим RPA-уравнения для нахождения энергий ω_i и волновых функций однофононных $K^\pi = 0^+$ состояний

$$Q^+_{20i} \Psi_0, \qquad /8/$$

где Ψ_0 - волновая функция основного состояния четно-четного ядра, определенная как фононный вакуум. Нормировка /8/ имеет вид

$$\sum_{qq'} (\psi^i_{qq'} \psi^{i'}_{qq'} - \phi^i_{qq'} \phi^{i'}_{qq'}) = \delta_{ii'}. \qquad /8'/$$

Далее вместо 20i будем писать i.

Для описания 0^+-состояний используем следующую часть гамильтониана /3/:

$$\sum_{q\sigma} \tilde{\epsilon}_q a^+_{q\sigma} a_{q\sigma} + H^{00}_v + H^{20}_v. \qquad /9/$$

Находим среднее значение /9/ по состоянию /8/ и, воспользовавшись вариационным принципом, получим следующие уравнения:

$$\tilde{\epsilon}_{qq'} g^i_{qq'} - \omega_i w^i_{qq'} - G_\tau \delta_{qq'} (u^2_q - v^2_q) d^i_{g\tau} - G^{20}_\tau f(qq') v^{(-)}_{qq'} D^{20i}_{g\tau} -$$

$$-(\kappa^{20}_0 + \kappa^{20}_1) f(qq') u^{(+)}_{qq'} D^{20i}_\tau - (\kappa^{20}_0 - \kappa^{20}_1) f(qq') u^{(+)}_{qq'} D^{20i}_{-\tau} = 0, \qquad /10/$$

$$\tilde{\epsilon}_{qq'} w^i_{qq'} - \omega_i g^i_{qq'} - G_\tau \delta_{qq'} d^i_{w\tau} - G^{20}_\tau f(qq') v^{(+)}_{qq'} D^{20i}_{w\tau} = 0, \qquad /10'/$$

где

$$\tilde{\epsilon}_{qq'} = \tilde{\epsilon}_q + \tilde{\epsilon}_{q'},$$

$$d^i_{g\tau} = \sum_q^\tau \frac{\xi(q)}{\tilde{\epsilon}_q} g^i_{qq}, \qquad d^i_{w\tau} = \sum_q^\tau w^i_{qq}. \qquad /11/$$

Отметим, что уравнения /10/, /10'/ можно получить из общих уравнений /8.26/ в/2/ при соответствующем выборе взаимодействий.

Из /10/, /10'/ находим $g^i_{qq'}$, $w^i_{qq'}$, подставим их в D^{20i}_τ, $D^{20i}_{g\tau}$, $D^{20i}_{w\tau}$, $d^i_{g\tau}$, $d^i_{w\tau}$ и получим следующую систему уравнений:

$$d^i_{w\tau} \Big[G_\tau \sum_q^\tau \frac{2\tilde{\epsilon}_q}{4\tilde{\epsilon}^2_q - \omega^2_i} - 1 \Big] + D^{20i}_{w\tau} G^{20}_\tau \sum_q^\tau \frac{f(q)\, 2\tilde{\epsilon}_q}{4\tilde{\epsilon}^2_q - \omega^2_i} +$$

$$+ d^i_{g\tau} G_\tau \omega_i \sum_q^\tau \frac{\xi(q)}{\tilde{\epsilon}_q (4\tilde{\epsilon}^2_q - \omega^2_i)} + D^{20i}_{g\tau} G^{20}_\tau \omega_i V^{5i}_\tau + \qquad /12/$$

$$+ [(\kappa_0 + \kappa_1) D^{20i}_\tau + (\kappa_0 - \kappa_1) D^{20i}_{-\tau}] \omega_i V^{1i}_\tau = 0,$$

$$d^{i}_{w\tau}\, G_\tau \cdot \sum_q^\tau \frac{f(q)\, 2\tilde\epsilon_q}{4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2} + D^{20i}_{w\tau}\, [G^{20}_\tau \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\, v^{(+)}_{qq'})^2 \tilde\epsilon_{qq'}}{\tilde\epsilon^2_{qq'} - \omega_i^2} - 1] +$$

$$+ d^{i}_{g\tau}\, G_\tau \omega_i V^{5i}_\tau + D^{20i}_{g\tau}\, G^{20}_\tau \omega_i \bar{X}^{i+-}_\tau +$$

$$+ [(\kappa_0 + \kappa_1) D^{20i}_\tau + (\kappa_0 - \kappa_1) D^{20i}_{-\tau}]\, \omega_i W^{1i}_\tau = 0, \qquad /12'/$$

$$d^{i}_{w\tau} G_\tau \omega_i \sum^\tau \frac{\xi(q)}{\tilde\epsilon_q (4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2)} + D^{20i}_{w\tau}\, G^{20}_\tau \omega_i V^{5i}_\tau + d^{i}_{g\tau}\, [G_\tau \mathcal{L}^{i}_\tau - 1] +$$

$$+ D^{20i}_{g\tau}\, G^{20}_\tau V^{6i}_\tau + [(\kappa_0 + \kappa_1) D^{20i}_\tau + (\kappa_0 - \kappa_1) D^{20i}_{-\tau}]\, V^{2i}_\tau = 0, \qquad /13/$$

$$d^{i}_{w\tau}\, G_\tau \omega_i V^{5i}_\tau + D^{20i}_{w\tau}\, G^{20}_\tau \omega_i X^{i+-}_\tau + d^{i}_{g\tau}\, G_\tau V^{6i}_\tau +$$

$$+ D^{20i}_{g\tau}\, [G^{20}_\tau X^{i-}_\tau - 1] + [(\kappa_0 + \kappa_1) D^{20i}_\tau + (\kappa_0 - \kappa_1) D^{20i}_{-\tau}]\, W^{2i}_\tau = 0, \qquad /13'/$$

$$d^{i}_{w\tau}\, G_\tau \omega_i V^{1i}_\tau + D^{20i}_{w\tau}\, G^{20}_\tau \omega_i W^{1i}_\tau + d^{i}_{g\tau}\, G_\tau V^{2i}_\tau + D^{20i}_{g\tau}\, G^{20}_\tau W^{2i}_\tau +$$

$$+ D^{20i}_\tau\, [(\kappa_0 + \kappa_1) X^{i}_\tau - 1] + D^{20i}_{-\tau} (\kappa_0 - \kappa_1) X^{i}_\tau = 0, \qquad /14/$$

где

$$X^{i}_\tau = \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\, u^{(+)}_{qq'})^2 \tilde\epsilon_{qq'}}{\tilde\epsilon^2_{qq'} - \omega_i^2}, \quad X^{i\pm}_\tau = \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\, v^{(\pm)}_{qq'})^2 \tilde\epsilon_{qq'}}{\tilde\epsilon^2_{qq'} - \omega_i^2},$$

$$X^{i+-}_\tau = \sum_{qq'}^\tau \frac{f^2(qq')\, v^{(+)}_{qq'}\, v^{(-)}_{qq'}}{\tilde\epsilon^2_{qq'} - \omega_i^2}, \quad W^{1i}_\tau = \sum_{qq'}^\tau \frac{f^2(qq')\, u^{(+)}_{qq'}\, v^{(+)}_{qq'}}{\tilde\epsilon^2_{qq'} - \omega_i^2}, \qquad /15/$$

$$W^{2i}_\tau = \sum_{qq'}^\tau \frac{f^2(qq')\, u^{(+)}_{qq'}\, v^{(-)}_{qq'}\, \tilde\epsilon_{qq'}}{\tilde\epsilon^2_{qq'} - \omega_i^2}, \quad V^{1i}_\tau = \sum_q^\tau \frac{f(q)\, C_\tau}{\tilde\epsilon_q (4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2)},$$

$$V^{2i}_\tau = \sum_q^\tau \frac{f(q)\, 2\xi(q)\, C_\tau}{\tilde\epsilon_q (4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2)}, \quad V^{5i}_\tau = \sum_q^\tau \frac{f(q)\, \xi(q)}{\tilde\epsilon_q (4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2)},$$

$$V^{6i}_\tau = \sum_q^\tau \frac{f(q)\, 2\xi^2(q)}{\tilde\epsilon_q (4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2)}, \quad \mathcal{L}^{i}_\tau = \sum_q^\tau \frac{2\xi^2(q)}{\tilde\epsilon_q (4\tilde\epsilon_q^2 - \omega_i^2)}. \qquad /15'/$$

Из условия исключения духовых состояний с $\omega_i = 0$, как в[17], получим уравнения для функций монопольного C_τ и квадрупольного $C_{2\tau}$ спаривания. Для этого уравнение /12/ умножим на C_τ, уравнение /12'/ на $C_{2\tau}$, сложим их и при $\omega_i = 0$ получим

$$d^{i}_{w\tau} C_\tau [\frac{G_\tau}{2} \sum_q^\tau \frac{C_\tau + f(q)\, C_{2\tau}}{C_\tau \tilde\epsilon_q} - 1] +$$

$$+ D^{20i}_{w\tau} C_{2\tau} \{G^{20}_\tau [\sum_q^\tau \frac{f(q)\, C_\tau}{2\tilde\epsilon_q C_{2\tau}} + \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\, v^{(+)}_{qq'})^2}{\tilde\epsilon_{qq'}}] - 1\} = 0.$$

Отсюда следуют уравнения для нахождения C_τ и $C_{2\tau}$ в виде

$$1 = \frac{G_\tau}{2} \sum_q^\tau \frac{C_\tau + f(q)\, C_{2\tau}}{C_\tau \tilde\epsilon_q}, \qquad /16/$$

$$1 = G^{20}_\tau \{\sum_q^\tau \frac{f(q) C_\tau}{2\tilde\epsilon_q C_{2\tau}} + \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\, v^{(+)}_{qq'})^2}{\tilde\epsilon_{qq'}}\}. \qquad /17/$$

К ним следует добавить условие сохранения в среднем числа нуклонов N_τ:

$$N_\tau = \sum_q^\tau [1 - \frac{\xi(q)}{\tilde\epsilon_q}]. \qquad /18/$$

Уравнения /16/ и /18/ совпадают с уравнениями в[3], а уравнение /17/ переходит в соответствующее уравнение в[3] при пренебрежении недиагональными матричными элементами $f(qq')$.

Энергии однофононных состояний ω_i находим из равенства нулю детерминанта 10 ранга системы уравнений /12/, /12'/, /13/, /13'/ и /14/ при $\tau = p$ и $\tau = n$. Так же, как и в[4], исключим духовые состояния с $\omega_i = 0$. Для этого воспользуемся уравнениями /16/, /17/. Первую строку умножим на C_p, вторую на C_{2p}, сложим их и получим первую строку детерминанта, из которой выделим множитель ω_i. Такую же процедуру проделаем над шестой и седьмой строками. Далее первый столбец умножим на $C_p G^{20}_p / G_p$, второй на C_{2p}, сложим их и получим первый столбец детерминанта, из которого выделим ω_i. Такую же процедуру проделаем над шестым и седьмым столбцами. В результате получим ω_i^4, умноженный на следующий детерминант:

$$
\begin{vmatrix}
V_p^{3i} & \omega_i V_p^{4i} & \mathcal{L}_p^{2i} & X_p^{2i} & (\varkappa_0+\varkappa_1)(C_p V_p^{1i}+C_{2p}W_p^{1i}) & 0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)(C_p V_p^{1i}+C_{2p}W_p^{1i}) \\
\omega_i V_p^{4i} & X_p^{i+}-1/G_p^{20} & \omega_i V_p^{5i} & \omega_i X_p^{i+-} & (\varkappa_0+\varkappa_1)\omega_i W_p^{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)\omega_i W_p^{1i} \\
\mathcal{L}_p^{2i} & \omega_i V_p^{5i} & \mathcal{L}_p^{i}-1/G_p & V_p^{6i} & (\varkappa_0+\varkappa_1)V_p^{2i} & 0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)V_p^{1i} \\
X_p^{2i} & \omega_i X_p^{i+-} & V_p^{6i} & X_p^{i-}-1/G_p^{20} & (\varkappa_0+\varkappa_1)W_p^{2i} & 0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)W_p^{2i} \\
(C_p V_p^{1i}+C_{2p}W_p^{1i}) & \omega_i W_p^{1i} & V_p^{2i} & W_p^{2i} & (\varkappa_0+\varkappa_1)X_p^{i}-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)X_p^{i} \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)(C_n V_n^{1i}+C_{2n}W_n^{1i}) & V_n^{3i} & \omega_i V_n^{4i} & \mathcal{L}_n^{2i} & X_n^{1i} & (\varkappa_0+\varkappa_1)(C_n V_n^{1i}+C_{2n}W_n^{1i}) \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)\omega_i W_n^{1i} & \omega_i V_n^{4i} & X_n^{i+}-1/G_n^{20} & \omega_i V_n^{5i} & \omega_i X_n^{i+-} & (\varkappa_0+\varkappa_1)\omega_i W_n^{1i} \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)V_n^{2i} & \mathcal{L}_n^{2i} & \omega_i V_n^{5i} & \mathcal{L}_n^{i}-1/G_n & V_n^{6i} & (\varkappa_0-\varkappa_1)V_n^{2i} \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)W_n^{2i} & X_n^{2i} & \omega_i X_n^{i+-} & V_n^{6i} & X_n^{i-}-1/G_n^{20} & (\varkappa_0+\varkappa_1)W_n^{2i} \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\varkappa_0-\varkappa_1)X_n^{i} & (C_n V_n^{1i}+C_{2n}W_n^{1i}) & \omega_i W_n^{1i} & V_n^{2i} & W_n^{2i} & (\varkappa_0+\varkappa_1)X_n^{i}-1
\end{vmatrix} = 0. \qquad (19)
$$

Здесь

$$X_\tau^{2i} = \sum_q^\tau \frac{f(q)\,\xi(q)}{\tilde\epsilon_q(4\tilde\epsilon_q^2-\omega_i^2)} + \sum_{qq'}^\tau \frac{f^2(qq')\,v_{qq'}^{(-)}\,v_{qq'}^{(+)}\,C_{2\tau}}{\tilde\epsilon_{qq'}^2-\omega_i^2},$$

$$V_\tau^{3i} = \sum_q^\tau \frac{C_\tau^2+2f(q)\,C_\tau C_{2\tau}}{2\tilde\epsilon_q(4\tilde\epsilon_q^2-\omega_i^2)} + \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\,v_{qq'}^{(+)})^2 C_{2\tau}^2}{\tilde\epsilon_{qq'}(\tilde\epsilon_{qq'}^2-\omega_i^2)},$$

$$V_\tau^{4i} = \sum_q^\tau \frac{f(q)\,C_\tau}{2\tilde\epsilon_q(4\tilde\epsilon_q^2-\omega_i^2)} + \sum_{qq'}^\tau \frac{(f(qq')\,v_{qq'}^{(+)})^2 C_{2\tau}}{\tilde\epsilon_{qq'}(\tilde\epsilon_{qq'}^2-\omega_i^2)}, \qquad /20/$$

$$\mathcal{L}_\tau^{2i} = \sum_q^\tau \frac{\Delta_q\xi(q)}{\tilde\epsilon_q(4\tilde\epsilon_q^2-\omega_i^2)}.$$

Для решений ω_i секулярного уравнения /19/ из уравнений /8'/, /10/ и /10'/ находим функции $g_{qq'}^i$, $w_{qq'}^i$ или $\psi_{qq'}^i$, $\phi_{qq'}^i$ и тем самым волновые функции /8/ однофононных 0^+-состояний.

Если дополнительно включить в гамильтониан /1/ спин-квадрупольные взаимодействия, то ранг детерминанта /19/ будет равен 16. При описании 0^+-состояний отличными от нуля являются только недиагональные спин-квадрупольные матричные элементы. Роль их, по-видимому, невелика и мы ими пренебрегаем. Заметим, что не составляет труда включить в RPA-расчеты спин-квадрупольное взаимодействие.

4. УРАВНЕНИЯ КФМЯ

Волновые функции возбужденных состояний четно-четных ядер в КФМЯ записываются в виде суммы одно- и двухфононных членов. Волновую функцию $K^\pi = 0^+$ состояния запишем в виде

$$\Psi_\nu(0^+) = \Big\{ \sum_i R_{i_0}^\nu Q_{20i_0}^+ + \sum_{ii'} \frac{(1+\delta_{ii'})^{1/2}}{2} P_{i_1 i_2}^\nu Q_{20i_1}^+ Q_{20i_2}^+ + \sum_{\substack{g_1 g_2 \sigma \\ \lambda_1=\lambda_2 \\ \mu_1=\mu_2}} \frac{1}{2}\left(\frac{1+\delta_{ii'}}{2}\right)^{1/2} P_{g_1 g_2}^\nu Q_{g_1\sigma}^+ Q_{g_2-\sigma}^+ \Big\}\Psi_0. \qquad /21/$$

Двухфононная часть состоит из фононов $\lambda\mu = 20$ и фононов $g_1 = \lambda_1\mu_1 i_1$, $g_2 = \lambda_1\mu_1 i_2$, $\nu = 1,2,3\ldots$ - номер 0^+-состояния. Далее единым образом запишем фононы $\lambda\mu = 20$ и $\lambda\mu \neq 20$. Условие нормировки /21/ в диагональном по $\mathcal{K}^{K_0=0}$-приближении /см. [7-10, 18] / имеет вид

$$\sum_{i_0} (R^{\nu}_{i_0})^2 + \sum_{g_1 \geq g_2} (P^{\nu}_{g_1 g_2})^2 [1 + \mathcal{K}^{K_0=0}(g_1 g_2)] = 1, \qquad /22/$$

где используем определение

$$\mathcal{K}^{K_0}(g_2, \lambda_1\mu_1 i' | g_1, g_2) = \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1}}{1 + \delta_{K_0 0}(1 - \delta_{\mu_1 0})} \sum_{\sigma_1 \sigma_2} \delta_{\sigma_1\mu_1 + \sigma_2\mu_2, \sigma_0 K_0}$$

$$\langle Q_{g_2\sigma_2} [[Q_{\lambda_1\mu_1 i'\sigma_1}, Q^+_{g_1\sigma_1}], Q^+_{g_2\sigma_2}] \rangle, \qquad /23/$$

$$\mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2) \equiv \mathcal{K}^{K_0}(g_2, g_1 | g_1, g_2).$$

Для описания 0^+-состояний используем следующую часть гамильтониана /3/:

$$\sum_{q\sigma} \tilde{\epsilon}_q a^+_{q\sigma} a_{q\sigma} + H^{00}_v + H^{20}_v + H_{vq}. \qquad /24/$$

Найдем среднее значение /24/ по состоянию /21/, воспользуемся вариационным принципом и получим

$$(\omega_{i_0} - \eta_\nu) R^{\nu}_{i_0} - \sum_{g_1 \geq g_2} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{(2 - \delta_{\mu_1 0})^{1/2}} P^{\nu}_{g_1 g_2} U^{20 i_0}_{g_1 g_2} [1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)] = 0,$$

$$(\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) - \eta_\nu) P^{\nu}_{g_1 g_2} - \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{(2 - \delta_{\mu_1 0})^{1/2}} \sum_{i_0} U^{20 i_0}_{g_1 g_2} R^{\nu}_{i_0} = 0. \qquad /25/$$

Секулярное уравнение для нахождения энергий ω_i принимает вид

$$\det \left\| (\omega_{i_0} - \eta_\nu) \delta_{i_0 i_0'} - \sum_{g_1 \geq g_2} \frac{(2 - \delta_{\mu_1 0})^{-1}}{1 + \delta_{g_1 g_2}} \frac{U^{20 i_0}_{g_1 g_2} U^{20 i_0'}_{g_1 g_2} [1 + \mathcal{K}^{K_0=0}(g_1 g_2)]}{\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) - \eta_\nu} \right\| = 0. \qquad /26/$$

Для каждого значения η_ν из уравнений /22/, /25/ находим R^{ν}_{i} и $P^{\nu}_{g_1 g_2}$. Учет принципа Паули в двухфононных членах /21/ приводит к множителю $1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)$ и к сдвигам двухфононных по-

люсов $\Delta\omega(g_1 g_2)$. Уравнения /25/, /26/ имеют такой же вид, как уравнения в [8-11, 18], когда не учитываются (p-p)-взаимодействия. Отличие имеет место в функциях $\Delta\omega(g_1 g_2)$ и $U^{20 i_0}_{g_1 g_2}$, так,

$$\Delta\omega(g_1 g_2) = - \sum \{ \tilde{W}^{\lambda_1\mu_1}_{i_1 i'} \mathcal{K}^{K_0=0}(g_2, \lambda_1\mu_1 i' | g_1 g_2) + \tilde{W}^{\lambda_1\mu_1}_{i' i_2} \mathcal{K}^{K_0=0}(g_1, \lambda_1\mu_1 i' | g_2, g_1) \}, \qquad /27/$$

где $\tilde{W}^{20}_{ii'}$ определяется /5''/, а $\tilde{W}^{\lambda\mu\neq 20}_{ii'}$ формулой /5'/.

$$U^{20 i_0}_{g_1 g_2} = \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{\mu_1 \mu_2} \sum_{\tau} \sum_{qq'}^{\tau} \{ V^{\lambda_1\mu_1 i_1}_{\tau}(qq') \ell^{20 i_0}_{\lambda_1\mu_1 i_2}(qq') + V^{\lambda_1\mu_1 i_2}_{\tau}(qq') \ell^{20 i_0}_{\lambda_1\mu_1 i_1}(qq') \}, \qquad /28/$$

где

$$V^{\lambda\mu i}_{\tau}(qq') = -\frac{1}{2} \sum_{\rho} (\kappa^{\lambda\mu}_0 + \rho\kappa^{\lambda\mu}_1) D^{\lambda\mu i}_{\rho\tau} v^{(-)}_{qq'} - \frac{1}{2} G^{20}_{\tau} D^{\lambda\mu i}_{g\tau} u^{(+)}_{qq'}, \qquad /29/$$

$$\ell^{20 i_0}_{\lambda\mu i}(qq') = f^{\lambda\mu}(qq')(1 + \delta_{\mu 0}) \sum_{q_3} (\psi^{20 i_0}_{q' q_3} \psi^{\lambda\mu i}_{q q_3} + \phi^{20 i_0}_{q q_3} \phi^{\lambda\mu i}_{q_3 q'}). \qquad /30/$$

При вычислении $\Delta\omega(g_1 g_2)$ и $U^{20 i_0}_{g_1 g_2}$ используются также фононы с $\lambda\mu \neq 20$, формулы для которых даны в [16]. Они могут быть получены из /10/, /10'/ путем исключения членов, содержащих $d^{i}_{g\tau}$ и $d^{i}_{w\tau}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный в статье математический аппарат может служить основой для вычисления энергий, B(E2)- и ρ(E0)-величин $K^{\pi} = 0^+$ состояний в четно-четных деформированных ядрах, а также спектроскопических факторов реакций одно- и двухнуклонных передач.

В расчетах с монопольным спариванием константы G_τ определяются из парных энергий. При учете квадрупольного спаривания появляются новые константы G^{20}_{τ}. Их верхний предел можно найти из энергий протонных и нейтронных двухквазичастичных состояний с $K^{\pi} = 4^-$, $5^{\pm}$, $6^{\pm}$, $7^{\pm}$ и $8^{\pm}$. Константы G_τ и G^{20}_{τ} могут быть фиксированы по парным энергиям, энергиям и B(E2)-величинам для первых возбужденных 0^+-состояний деформированных ядер. При необходимости можно учесть спаривание от взаимодействий с $\lambda\mu = 40$, 60 и т.д., которое не должно быть велико.

В заключение благодарю В.М.Михайлова, Р.Г.Назмитдинова, В.О.Нестеренко и Н.Ю.Ширикову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Soloviev V.G. - Nucl. Phys., 1965, v.61, p.1.
2. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
3. Rignarsson I., Broglia R.A. - Nucl. Phys., 1976, A263, p.315.
4. Михайлов В.М. - Ядерная физика, 1974, т.20, с.21; Кузьменко Н.К., Михайлов В.М. - Изв. АН СССР сер. физ., 1979, т.43, с.2082.
5. Митропольский И.А. - Ядерная физика, 1979, т.29, с.1466.
6. Соловьев В.Г. - ЭЧАЯ, 1978, т.9, с.580; Малов Л.А., Соловьев В.Г. - ЭЧАЯ, 1980, т.11, с.301.
7. Соловьев В.Г. - ТМФ, 1982, т.53, с.399.
8. Нестеренко В.О., Соловьев В.Г., Сушков А.А. Сообщение ОИЯИ Р4-85-115, Дубна, 1985.
9. Soloviev V.G. - Prog. Part. Nucl. Phys., 1987, v.19, p.107.
10. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1988.
11. Soloviev V.G., Shirikova N.Yu. - Z. Phys. A - Atoms and Nuclei, 1981, v.301, p.163; Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю. - Ядерная физика, 1982, т.36, с.1376.
12. Vogel P., Zirnbauer M.R. - Phys. Rev. Lett., 1986, v.57, p.3148; Civitarese P., Faessler A., Tomoda T. - Phys. Lett., 1987, v.B194, p.11; Muto K., Klapdor H.V. - Phys. Lett., 1988, v.B201, p.420.
13. Кузьмин В.А., Соловьев В.Г. - Письма в ЖЭТФ, 1988, т.47, с.68; Kuzmin V.A., Soloviev V.G. - Nucl. Phys., 1988, v.A486, p.118.
14. Suhonen J., Faessler A., Taigel T., Tomoda T. - Phys.Lett., 1988, v.B202, p.174; Suhonen J., Taigel T., Faessler A. - Nucl. Phys., 1988, v.A486, p.91.
15. Соловьев В.Г., Сушков А.В. Препринт ОИЯИ Р4-88-509, Дубна, 1988.
16. Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю. - Изв. АН СССР, сер. физ., 1988, т.52, с. 2095.
17. Михайлов И.Н., Молина Х.Л., Назмитдинов Р.Г. - ТМФ, 1980, т.42, с.253.
18. Malov L.A., Meliev F.M., Soloviev V.G. - Z. Phys. A - Atoms and Nuclei, 1985, v.320, p.521.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 декабря 1988 года.

Соловьев В.Г. Р4-88-845

Уравнения для 0^+-состояний в деформированных ядрах

Получены уравнения квазичастично-фононной модели ядра для описания $K^\pi = 0^+$ состояний в четно-четных деформированных ядрах с учетом частично-дырочных и частично-частичных взаимодействий между квазичастицами. Учет частично-частичных взаимодействий приводит к усложнению RPA-уравнений. Из условия исключения духовых решений для RPA-уравнений получены уравнения для функций монопольного и квадрупольного спаривания. Учет частично-частичного взаимодействия не приводит к значительному усложнению расчетов в квазичастично-фононной модели ядра. Полученные уравнения могут служить основой для вычисления характеристик $K^\pi = 0^+$ состояний четно-четных деформированных ядер.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод Г.Г.Сандуковской

Soloviev V.G. P4-88-845

Equations for 0^+ States in Deformed Nuclei

The quasiparticle-phonon nuclear model equations are derived for describing the $K^\pi = 0^+$ states in doubly even deformed nuclei taking account of particle-hole and particle-particle interactions between quasiparticles. Inclusion of particle-particle interactions complicates the RPA equations. Equations for the functions of monopole and quadrupole pairing are derived from the condition of eliminating spurious RPA solutions. In the QPNM, inclusion of a particle-particle interaction does not lead to very complicated calculations. The obtained equations can serve as a basis for calculating characteristics of the 0^+ excited states of doubly even deformed nuclei.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988