

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

К 18

P4-88-799

М. Камаль¹, В. Т. Ворончев², В. И. Кукулин³

САМОСОГЛАСОВАННЫЙ РАСЧЕТ
ПОТЕНЦИАЛОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
НУКЛОНОВ И ДЕЙТРОНОВ С ЯДРОМ ${}^6\text{Li}$

Направлено в журналы "Вопросы атомной науки и техники", серия "Ядерные константы".

¹ Каирский университет, А.Р. Египет.

² Институт кристаллографии АН СССР, Москва.

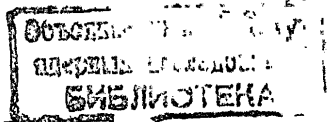
³ Институт ядерной физики МГУ.

ВВЕДЕНИЕ

Низкоэнергетические ядерные реакции, инициируемые нуклонами и дейтронами на ядре ${}^6\text{Li}$, имеют очень большое как теоретическое, так и практическое значение. С теоретической точки зрения существенно, что ядро ${}^6\text{Li}$ имеет ярко выраженную кластерную структуру, аномально малую энергию связи (по α -d каналу) и небольшую плотность возбужденных состояний вплоть до энергий возбуждения 16 МэВ, что означает неприменимость стандартных правил выбора параметров оптических потенциалов для взаимодействия нуклонов и дейтронов с этим ядром. С другой стороны, при неприменимости общих правил нахождения оптических потенциалов взаимодействия конкретные подгонки параметров потенциалов для разных энергий часто дают весьма неоднозначные результаты, особенно при небольших энергиях столкновения, что в свою очередь приводит к резко различающимся предсказаниям для сечений большинства прямых ядерных реакций, найденным на основе метода искаженных волн (МИВ).

С практической стороны, реакции нуклонов и дейтронов с ${}^6\text{Li}$ представляют огромную важность для разнообразных приложений, в частности, для астрофизики и проблемы управляемого термоядерного (т/я) синтеза. Например, низкоэнергетическая реакция ${}^6\text{Li}(n, T){}^4\text{He}$ служит основой работы литиевого blankets т/я реакторов ^{1/}, а реакции ${}^6\text{Li}(D, n){}^7\text{Be}$, ${}^6\text{Li}(D, n){}^7\text{Be}^*$, ${}^6\text{Li}(D, p){}^7\text{Li}^*$ и ${}^6\text{Li}(D, p){}^7\text{Li}$ весьма удобны для ядерно-физической диагностики горячей плазмы ^{2/}. Кроме того, ${}^6\text{Li}$ — важный компонент конструкционных элементов т/я реактора, и нахождение различных сечений различных низкоэнергетических реакций с этим ядром является целью множества экспериментальных исследований (см. напр., ^{3/}). Поэтому нахождение надежного оптического потенциала взаимодействия нуклонов и дейтронов с легкими ядрами, и, в частности, с ${}^6\text{Li}$, имеет большое значение. Весьма удобным универсальным средством для решения этой задачи является модель свертки, в особенности с использованием эффективных N-N сил, широко применявшаяся в последние годы для описания столкновений тяжелых ионов ^{4/}. Однако применимость этого подхода для рассматриваемых нами пар N + ${}^6\text{Li}$ и D + ${}^6\text{Li}$ совсем не ясна, поскольку природа взаимодействия нуклонов и дейтронов с ${}^6\text{Li}$ совсем не та, что, например, для взаимодействия ${}^{12}\text{C} + {}^{28}\text{Si}$ или ${}^{16}\text{O} + {}^{40}\text{Ca}$.

Поэтому мы избрали другой метод, а именно: применим самосогласованный подход, в котором N-N силы, используемые для нахождения



оптических потенциалов методом свертки, будут, во-первых, братья из пустотных N-N сил (т.е. подогнанных под наблюдаемые свойства дейтрона и N-N фазовые сдвиги), и во-вторых, будут совпадать с N-N силами, использованными для динамического расчета самого ядра-мишени.

Более конкретно мы будем использовать следующий подход. В серии работ /5-9/ (см. также обзоры /10/) была развита и проверена во многих процессах с участием сильных и электромагнитных взаимодействий новая версия мультикластерной модели легких ядер - МДМП (мультикластерная динамическая модель с Паули-проектированием), которая применительно к ${}^6\text{Li}$ использует $\alpha + n + p$ структуру с реалистическими N-N и N- α силами. Точно те же силы (подогнанные под N-N и N- α фазовые сдвиги) используются и для учета взаимодействия налетающего на ${}^6\text{Li}$ нуклона или дейтрона, а в качестве функции плотности основного состояния берется теоретическая плотность (т.е. $|\psi(\alpha n p)|^2$), рассчитанная на основе МДМП, т.е. весь расчет делается самосогласованным образом. Надежность такого подхода представляется высокой еще по той причине, что обменные эффекты, не полностью учитываемые в этом подходе, существенны только во внутренней области ядра, которая будет сильно экранирована поглощающим потенциалом, начиная с энергий уже в несколько МэВ.

РАСЧЕТ ПОТЕНЦИАЛОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СИСТЕМАХ $d + {}^6\text{Li}, N + {}^6\text{Li}$ ($N = n, p$)

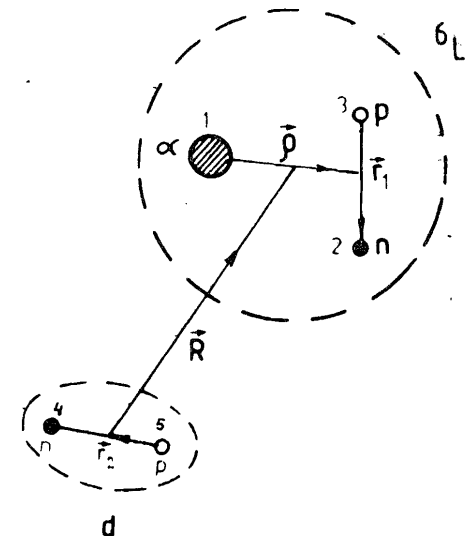
Обратимся теперь непосредственно к расчету действительной части прямого ядерного потенциала $d + {}^6\text{Li}$ взаимодействия. Оптический потенциал взаимодействия в системе $d + {}^6\text{Li}$ определялся через сумму тех же N-N и N- α взаимодействий, которые были использованы для расчетов ядра ${}^6\text{Li}$, взвешенную по внутренним волновым функциям реагирующих ядер $\psi_{\alpha\text{Li}}^{1M\text{Li}}$ и $\phi_d^{1M\text{d}}$, т.е. весь расчет выполняется самосогласованным образом без введения свободных параметров.

Итак, рассматривая ${}^6\text{Li}$ на основе трехчастичной модели $\alpha + n + p$, а дейтрон состоящим из нуклонов $n + p$ (см. рис. 1) и используя модель свертки для вычисления вещественной части оптического потенциала $d + {}^6\text{Li}$, находим:

$$V_{d\text{Li}}(\mathbf{R}) = \langle \psi_{\alpha\text{Li}}^{1M\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) \phi_d^{1M\text{d}}(\vec{r}_2) | v_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R}) | \psi_{\alpha\text{Li}}^{1M\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) \phi_d^{1M\text{d}}(\vec{r}_2) \rangle, \quad (1)$$

где $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}$ - набор внутренних координат ядер d и ${}^6\text{Li}$, а \vec{R} - радиус-вектор, соединяющий центры масс дейтрона и ядра ${}^6\text{Li}$.

Рис. 1. Выбор внутренних координат ядер d и ${}^6\text{Li}$.



Затем полученный потенциал взаимодействия усредним по возможным спиновым ориентациям, что означает взаимодействие между неполяризованными ядрами:

$$\bar{V}_{d\text{Li}}(\mathbf{R}) = \frac{1}{9} \sum_{M_{\text{Li}} M_{\text{d}}} V_{d\text{Li}}(\mathbf{R}). \quad (2)$$

Поясним, что в формуле (1)

$$v_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R}) = v_{15} + v_{14} + v_{35} + v_{34} + v_{24} + v_{25}, \quad (3)$$

где v_{ij} - суть потенциал ядерного взаимодействия между частицами i и j , зависящий от их взаимного расстояния \vec{r}_{ij} , причем векторы \vec{r}_{ij} связаны с внутренними координатами ядер ($\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}$) и вектором \vec{R} следующим образом (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} \vec{r}_{15} &= \frac{1}{2} \vec{r}_2 + \frac{1}{3} \vec{\rho} - \vec{R}, \\ \vec{r}_{14} &= -\frac{1}{2} \vec{r}_2 + \frac{1}{3} \vec{\rho} - \vec{R}, \\ \vec{r}_{35} &= \frac{1}{2} \vec{r}_1 + \frac{1}{2} \vec{r}_2 - \frac{2}{3} \vec{\rho} - \vec{R}, \\ \vec{r}_{34} &= \frac{1}{2} \vec{r}_1 - \frac{1}{2} \vec{r}_2 - \frac{2}{3} \vec{\rho} - \vec{R}, \\ \vec{r}_{24} &= -\frac{1}{2} \vec{r}_1 - \frac{1}{2} \vec{r}_2 - \frac{2}{3} \vec{\rho} - \vec{R}, \\ \vec{r}_{25} &= -\frac{1}{2} \vec{r}_1 + \frac{1}{2} \vec{r}_2 - \frac{2}{3} \vec{\rho} - \vec{R}. \end{aligned} \quad (4)$$

В качестве внутренних волновых функций дейтрона $\phi_d^{1M_d}$ и ${}^6\text{Li}/\psi_{6\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}$ были использованы "точные" волновые функции, отвечающие данным потенциалам N-N и N-a взаимодействия, найденные в работах^{5,6/} на основе разложений по гауссову базису. Они имеют вид:

$$\psi_{6\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) = \Phi_{6\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) \chi^{1M_{\text{Li}}}(2, 3),$$

$$\phi_d^{1M_d}(\vec{r}_2) = \Phi_d(\vec{r}_2) \chi^{1M_d}(4, 5),$$
(5)

где орбитальные части волновых функций разлагаются по гауссову базису:

$$\Phi_{6\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) = \frac{1}{4\pi} \sum_i C_i e^{-a_1 r_1^2 - b_1 \rho^2},$$

$$\Phi_d(\vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_m D_m e^{-d_m r_2^2}.$$
(6)

В приведенных выражениях (C_i, D_m) — линейные и (a_1, b_1, d_m) — нелинейные параметры волновых функций, а $\chi(i, j)$ — спиновая волновая функция пары нуклонов (i, j) , причем функции (5)-(6) являются основными, S-орбитальными компонентами, соответствующими нулевым орбитальным моментам, сопряженным внутренним координатам ядер $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho})$.

Надежность используемых здесь волновых функций (5)-(6) продемонстрирована в ряде работ^{6-9/}. В частности, было показано, что трехчастичная модель ${}^6\text{Li}$ без единого подгоночного параметра позволяет дать высококачественное описание структуры ${}^6\text{Li}$ и многих процессов с участием этого ядра. При этом степень согласия с экспериментом для большинства исследованных величин даже лучше, чем дают феноменологические модели с подгоночными параметрами. Так, волновая функция основного состояния ${}^6\text{Li}$ $\psi_{6\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}$ дает одновременно хорошее описание следующих характеристик:

1. Энергия связи $E_{gr. st.}$ (и энергия отделения дейтрона), среднеквадратичный зарядовый радиус $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$, спектроскопический фактор α -d канала $P_{\alpha d}$ и асимптотическая константа α -d канала C .
2. Электромагнитная структура ${}^6\text{Li}$, т.е. электромагнитные формфакторы.
3. Сечения реакций квазиупругого рассеяния $(d, 2\alpha)$, (p, pd) и $(p, p\alpha)$ в рамках импульсного приближения с плоскими волнами.

4. Сечения дифракционного рассеяния протонов высокой энергии в рамках подхода Глаубера — Ситенко.

Подставляя выражения для волновых функций дейтрона и ${}^6\text{Li}$ (5) в (2), получаем

$$\bar{V}_{d\text{Li}}^{6\text{Li}}(R) = \frac{1}{(4\pi)^3} \sum_{ijmn} C_i C_j D_m D_n \bar{V}_{ijmn}(R),$$
(7)

где матрица интегралов

$$\bar{V}_{ijmn}(R) = \int e^{-a_{ij} r_1^2 - b_{ij} \rho^2 - d_{mn} r_2^2} \times$$

$$\times \bar{v}_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R}) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{\rho},$$
(8)

здесь $a_{ij} = a_i + a_j$; $b_{ij} = b_i + b_j$; $d_{mn} = d_m + d_n$. Усредненный по спиновым состояниям ядер потенциал $\bar{v}_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R})$ равен

$$\bar{v}_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R}) =$$

$$= \frac{1}{9} \sum_{M_{\text{Li}} M_d} \langle \chi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(2, 3) \chi_d^{1M_d}(4, 5) | v_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R}) | \chi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(2, 3) \chi_d^{1M_d}(4, 5) \rangle,$$
(9)

где $v_{d\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R})$ дается выражением (3).

В качестве N-a взаимодействия был выбран потенциал Сака — Биденхарна — Брейта (SBB)^{11/}, а в качестве N-N сил испытано два взаимодействия — потенциалы Афнана-Тана $S1^{12/}$ и Мальфлие-Тьона $MTIV^{13/}$. Для указанных потенциалов взаимодействий расчет интеграла (8) с учетом линейных преобразований координат (4) не представляет большого труда. Поэтому опустим здесь подробности численного расчета пространственного потенциала (2), однако остановимся на расчете спиновой части потенциала для системы d- ${}^6\text{Li}$.

Поскольку нуклон-нуклонные силы различны в синглетном и триплетном спиновых состояниях (в частности, потенциал Афнана-Тана можно записать в виде^{12/}:

$$v_{NN}(r) = \frac{1}{2}(1 + P^\sigma) v_{NN}^t(r) + \frac{1}{2}(1 - P^\sigma) v_{NN}^s(r),$$
(10)

где оператор $P^\sigma = (-1)^{S+1}$, S — спин NN-пары), то потенциал D- ${}^6\text{Li}$ -взаимодействия тоже будет зависеть от полного спина системы. Расчет оптического d- ${}^6\text{Li}$ потенциала поэтому должен производиться с уче-

том соотношения (10). Рассмотрим, например, пару нуклонов (2, 4). Для вычисления усредненного по спиновым функциям потенциала \bar{v}_{24} выделим обычным образом полный спиновый момент пары S_{24} .

Полная спиновая функция $\chi_{d\ ^6\text{Li}}^{\text{JM}}$ системы $d + \ ^6\text{Li}$ равна:

$$\chi_{L_1}^{\text{JM}_{L_1}}(2,3) \chi_d^{\text{JM}_d}(4,5) = \sum_J \langle 1 M_{L_1} 1 M_d | \text{JM} \rangle \chi_{dL_1}^{\text{JM}}(2,3,4,5). \quad (11)$$

Произведем теперь перевязку спиновых моментов в функции $\chi_{dL_1}^{\text{JM}}(2,3,4,5)$ с выделением спина S_{24} частиц (2, 4):

$$\chi_{dL_1}^{\text{JM}}(2,3,4,5) = |(2,3) S_{L_1}, (4,5) S_d; \text{JM} \rangle = \quad (12)$$

$$= \sum_{S_{24} S_{35}} 3 \sqrt{(2S_{24}+1)(2S_{35}+1)} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_{24} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_{35} \\ 1 & 1 & J \end{array} \right\} \times$$

$$\times |(2,4) S_{24}, (3,5) S_{35}; \text{JM} \rangle.$$

Следовательно, учитывая (10), получаем:

$$\bar{v}_{24} = \frac{1}{9} \sum_{M_{L_1} M_d} \langle \chi_{dL_1}^{\text{JM}_{L_1}}(2,3) \chi_d^{\text{JM}_d}(4,5) | v_{24} | \chi_{dL_1}^{\text{JM}_{L_1}}(2,3) \chi_d^{\text{JM}_d}(4,5) \rangle =$$

$$= \sum_J (2J+1) \left\{ v_{24}^s (2J+1) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J \\ 1 & 1 & J \end{array} \right\}^2 + \right.$$

$$+ v_{24}^t \cdot 3 \sum_{S_{35}} (2S_{35}+1) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_{35} \\ 1 & 1 & J \end{array} \right\}^2 = \quad (13)$$

$$= \frac{1}{4} v_{24}^s + \frac{3}{4} v_{24}^t,$$

что было почти очевидно заранее.

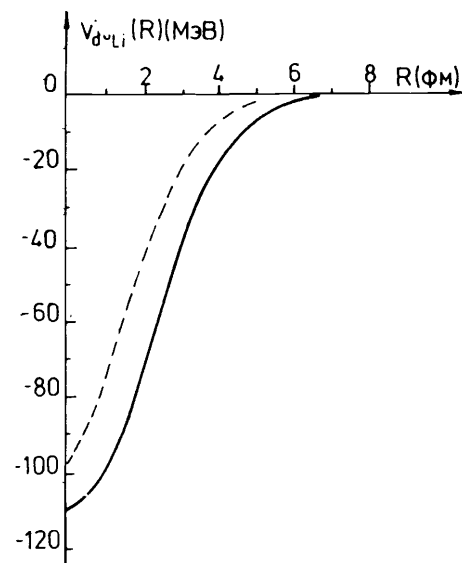
Аналогичный результат можно обнаружить для всех остальных нуклонных пар (3, 4), (3, 5) и (2, 5). Таким образом, рассчитав (13), получаем окончательное выражение для усредненного потенциала (9):

$$v_{d\ ^6\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\rho}, \vec{R}) = v_{15} + v_{14} + \quad (14)$$

$$+ \frac{1}{4} (v_{35}^s + v_{34}^s + v_{24}^s + v_{25}^s) + \frac{3}{4} (v_{35}^t + v_{34}^t + v_{24}^t + v_{25}^t).$$

Обратимся теперь к результатам. Рассчитанный таким образом потенциал $\bar{V}_{d\ ^6\text{Li}}(R)$ (2) представлен на рис. 2 сплошной линией. Для сравнения на том же рисунке изображен принятый в литературе оптический потенциал, предложенный Сач-

Рис. 2. Действительная часть прямого ядерного потенциала $d + \ ^6\text{Li}$ взаимодействия; — результат настоящей работы, $\bar{V}_{d\ ^6\text{Li}}(R)$ — — — оптический потенциал, предложенный Сачлером и др. /14/.



лером и др.^{/14/} и использованный^{/15/} при исследовании реакции $d + {}^6\text{Li}$ в рамках DWBA-процедуры (пунктирная кривая). Из рисунка видно, что потенциал (2) существенно шире оптического потенциала, предложенного Сачлером с сотрудниками. Этого и следовало ожидать, поскольку и дейтрон и ядро ${}^6\text{Li}$ являются весьма рыхлыми системами, и общие правила нахождения параметров оптического потенциала, использованные в^{/14/}, типа $R = r_{01}A_1^{1/3} + r_{02}A_2^{1/3}$ и аналогичные им, здесь едва ли применимы. Найденный нами потенциал в целом можно аппроксимировать потенциалом вуде-саксоновской формы с параметрами:

$$\bar{V}_{d{}^6\text{Li}}(R) = - \frac{120,74}{\{1 + e^{(R-2,26)/0,91}\}^{0,908}} \quad (\text{МэВ}), \quad (15)$$

где расстояние R выражается в фм. В то же время периферическая часть ядерного потенциала $\bar{V}_{d{}^6\text{Li}}(R)$ очень хорошо воспроизводится функцией

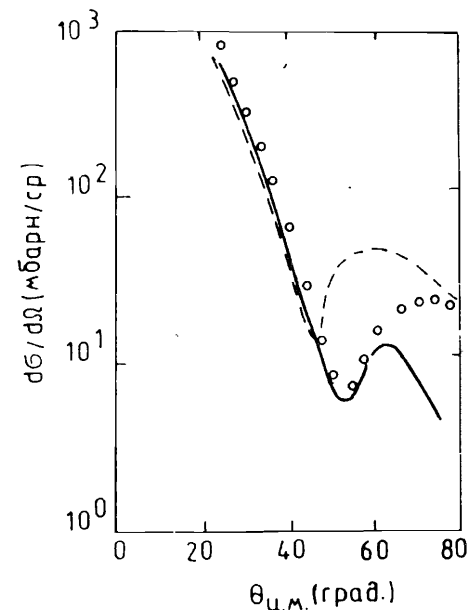
$$\bar{V}_{d{}^6\text{Li}}(R) = - \frac{120,74}{\{1 + e^{(R-2,786)/0,833}\}} \quad (\text{МэВ}) \quad (16)$$

при $R = 7,1 \div 10$ фм. Поскольку самосогласованная модель свертки, использованная нами, не полностью учитывает вклад обменных эффектов, существенный во внутренней области, модель (2) должна давать надежные предсказания в периферической области, которая и представляет наибольший интерес для наших целей и которая важна для оценки высоты и формы кулоновского барьера. Для проверки надежности полученного нами потенциала $d + {}^6\text{Li}$ взаимодействия в периферической области было выполнено исследование упругого рассеяния дейтронов на ${}^6\text{Li}$ в передней полусфере на основе оптической модели, т.е. с добавлением к рассчитанному здесь вещественному потенциалу соответствующей мнимой части, учитывающей поглощение и развал системы. Результаты расчета при $E_{\text{ц.м.}} = 9$ МэВ в сравнении с экспериментальными данными, взятыми из работы^{/16/}, представлены на рис. 3. Пунктирная кривая отвечает использованию мнимой части оптического потенциала в виде

$$W(R) = -W_I \left\{ \frac{1}{1 + \exp[(R-R_I)/a_I]} + \frac{4 \exp[(R-R_I)/a_I]}{(1 + \exp[(R-R_I)/a_I])^2} \right\} \quad (17)$$

с параметрами, найденными в работе Тана^{/17/}: $R_I = 4,0$ фм; $a_I = 0,6$ фм; $W_I = 2,2$ МэВ.

Рис. 3. Дифференциальные сечения упругого рассеяния дейтронов на ${}^6\text{Li}$ при $E_{\text{ц.м.}} = 9$ МэВ. $\circ \circ$ — экспериментальные данные, — — — расчет без подгонки мнимой части $W(R)$ потенциала $d + {}^6\text{Li}$ взаимодействия, — — — расчет с подгонкой по χ^2 мнимой части $W(R)$.

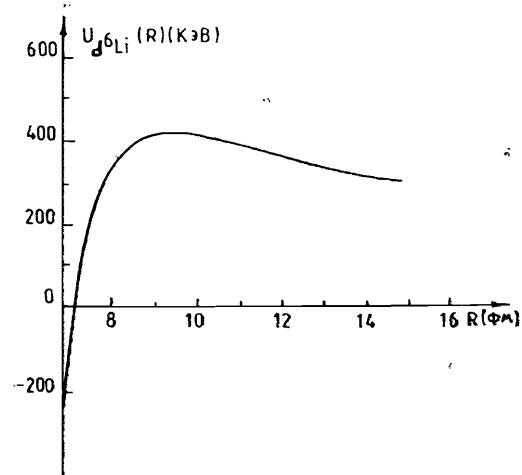


Сплошная линия на рисунке дает результаты расчета с подгонкой R_I , a_I , W_I по χ^2 и незначительным изменением глубины действительного потенциала (2). Таким образом, можно заключить, что рассчитанный потенциал $\bar{V}_{d{}^6\text{Li}}(R)$ (2) позволяет

удовлетворительно описать упругое $d + {}^6\text{Li}$ -рассеяние в передней полусфере при $\theta_{\text{ц.м.}} < 60^\circ$. Следовательно, потенциал $\bar{V}_{d{}^6\text{Li}}(R)$ правильно воспроизводит периферическую часть потенциала взаимодействия в системе, важную для расчетов многих типов прямых ядерных реакций в системе $D + {}^6\text{Li}$ в рамках метода искаженных волн, а также для оценки высоты кулоновского барьера. Расхождение же с экспериментом в области больших углов скорее всего связано с вкладом обменных процессов и процессов с виртуальными возбуждениями частиц.

Рис. 4. Кулоновский барьер в системе $d + {}^6\text{Li}$

$$U_{d{}^6\text{Li}}(R) = \bar{V}_{d{}^6\text{Li}}(R) + V_{d{}^6\text{Li}}^{\text{кулон}}(R).$$



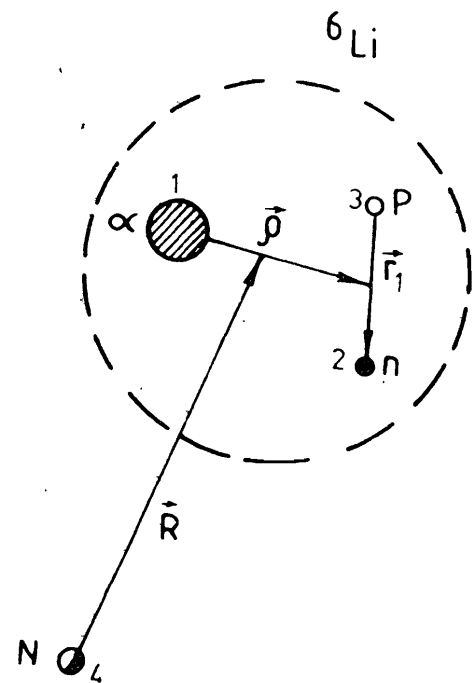
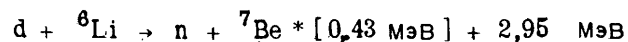


Рис. 5. Выбор координат для $N + {}^6\text{Li}$ -системы.

Найденный потенциал $\bar{V}_{d\text{Li}}(R)$ теперь можно использовать для построения точной формы кулоновского барьера в этой системе. Рис. 4 показывает найденный нами кулоновский барьер. Видно, что высота кулоновского барьера равна ~ 400 кэВ и существенно меньше стандартно используемой величины $0,28 Z_d Z_{\text{Li}}^{18/}$, равной ~ 800 кэВ. Благодаря этому проницаемость барьера уже при энергии дейтронов $E_d = 100$ кэВ увеличивается в сравнении со стандартными оценками примерно в три раза. Интересно отметить в этой связи, что последнее измерение сечений реакции



показало^{19/}, что ее низкоэнергетическое сечение, найденное в^{20/} путем экстраполяции экспериментальных данных, и, соответственно скорость реакции $\langle \sigma v \rangle$, приводимая в стандартных таблицах^{21/}, были занижены значительно. Подробное изучение вопроса о низкоэнергетических сечениях реакции $d + {}^6\text{Li}$ с привлечением найденного потенциала $\bar{V}_{d\text{Li}}(R)$ можно найти в работах^{22, 23/}.

Теперь обратимся к расчету потенциала взаимодействия в системе $N + {}^6\text{Li}$ на основе той же модели ($N = n, p$). Выбор координат показан на рис. 5. Аналогично (1) имеем:

$$\begin{aligned} V_{N\text{Li}}(R) = \\ = \langle \psi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} | v_{N\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}, R) | \psi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} \rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

где в отличие от (1) \vec{R} — вектор, соединяющий нуклон 4 с центром масс ${}^6\text{Li}$, а $\chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)}$ — спиновая волновая функция нуклона 4. Причем

$$v_{N\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}, \vec{R}) = v_{14} + v_{24} + v_{34}, \quad (19)$$

где v_{ij} — потенциал ядерного взаимодействия между частицами i и j . В качестве волновой функции ${}^6\text{Li}$ была взята та же функция (5)-(6), что и для $d + {}^6\text{Li}$ случая.

Из (18) получаем:

$$V_{N\text{Li}}(R) = \frac{1}{(4\pi)^2} \sum_{ij} C_i C_j v_{ij}(R), \quad (20)$$

где

$$v_{ij}(R) = \int e^{-a_{ij}r_1^2 - b_{ij}\rho^2} \omega_{N\text{Li}}(M_{\text{Li}}, M_N) d\vec{r}_1 d\vec{\rho}, \quad (21)$$

причем $a_{ij} = a_i + a_j$ и $b_{ij} = b_i + b_j$. Величина $\omega_{N\text{Li}}(M_{\text{Li}}, M_N)$ представляет собой потенциал $v_{N\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}, \vec{R})$ (19), взвешенный по спиновым волновым функциям ядра ${}^6\text{Li}$ и нуклона 4:

$$\begin{aligned} \omega_{N\text{Li}}(M_{\text{Li}}, M_N) = \\ = \langle \chi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(2,3) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} | v_{N\text{Li}}(\vec{r}_1, \vec{\rho}, \vec{R}) | \chi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(2,3) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Полная спиновая функция $\chi_{N\text{Li}}^{JM}$ системы $N + {}^6\text{Li}$ определяется равенством:

$$\chi_{\text{Li}}^{1M_{\text{Li}}}(2,3) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} = \sum_J \langle 1M_{\text{Li}} \frac{1}{2}M_N | JM \rangle \chi_{N\text{Li}}^{JM}(2,3,4). \quad (23)$$

Следовательно, (22) можно переписать в виде:

$$\omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) = \langle 1M_{Li} \frac{1}{2} M_N | \frac{1}{2} M \rangle^2 v_{N^6Li}^{(1/2)} +$$

$$+ \langle 1M_{Li} \frac{1}{2} M_N | \frac{3}{2} M \rangle^2 v_{N^6Li}^{(3/2)}, \quad (24)$$

где

$$v^{(J)} \equiv \langle \chi_{NLI}^{JM}(2,3,4) | v_{N^6Li}(\vec{r}_1, \vec{p}, \vec{R}) | \chi_{NLI}^{JM}(2,3,4) \rangle; J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}. \quad (25)$$

Тогда, заменяя в (21) ω_{N^6Li} на $v_{N^6Li}^{(J)}$, из (20) можно определить потенциал взаимодействия в системе $N+Li$, находящейся в дуплетном ($J=1/2$) или квартетном ($J=3/2$) состоянии, т.е. найти $V_{N^6Li}^{(1/2)}(R)$ или $V_{N^6Li}^{(3/2)}(R)$ соответственно.

Рассмотрим теперь различные возможные спиновые ориентации реагирующих ядер. При этом необходимо произвести следующую замену ω_{N^6Li} :

1. Неориентированные ядра:

$$\omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) \rightarrow \frac{1}{6} \sum_{M_{Li} M_N} \omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) \equiv \bar{v}_{N^6Li}. \quad (26)$$

2. Спины N и 6Li "параллельны", т.е. $M_{Li} = 1, M_N = 1/2$:

$$\omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) \rightarrow \omega_{N^6Li}(1, \frac{1}{2}) \equiv v_{N^6Li}^{\uparrow\uparrow}. \quad (27)$$

3. Спины N и 6Li "антипараллельны", т.е. $M_{Li} = 1, M_N = -1/2$:

$$\omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) \rightarrow \omega_{N^6Li}(1, -\frac{1}{2}) \equiv v_{N^6Li}^{\uparrow\downarrow}. \quad (28)$$

4. Ориентирован только спин ядра 6Li , т.е. $M_{Li} = 1$:

$$\omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) \rightarrow \frac{1}{2} \sum_{M_N} \omega_{N^6Li}(1, M_N) \equiv v_{N^6Li}^{0\uparrow}. \quad (29)$$

5. Ориентирован только спин нуклона N , $M_N = 1/2$:

$$\omega_{N^6Li}(M_{Li}, M_N) \rightarrow \frac{1}{3} \sum_{M_{Li}} \omega_{N^6Li}(M_{Li}, \frac{1}{2}) \equiv v_{N^6Li}^{\uparrow 0}. \quad (30)$$

Тогда из (20) получаем соответственно $\bar{V}_{N^6Li}(R)$, $V_{N^6Li}^{\uparrow\uparrow}(R)$, $V_{N^6Li}^{\uparrow\downarrow}(R)$, $V_{N^6Li}^{0\uparrow}(R)$, $V_{N^6Li}^{\uparrow 0}(R)$. Зависимость нуклон-нуклонных сил от полного спина взаимодействующей $N-N$ пары (10) учтем способом, аналогичным описанному выше.

Рассмотрим пару частиц (2, 4). Выделим в явном виде ее спин S_{24} в волновой функции $\chi_{NLI}^{JM}(2,3,4)$ (23)

$$\chi_{NLI}^{JM}(2,3,4) = |(2,3) S_{Li}, S_N; JM \rangle =$$

$$= \sum_{S_{24}} (-1)^{\frac{3}{2}+J} \sqrt{3(2S_{24}+1)} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & J & S_{24} \end{matrix} \right\} |S_3, (24) S_{24}; JM \rangle, \quad (31)$$

Теперь из (22) с учетом (23) сразу получаем:

$$\omega_{24}(M_{Li}, M_N) = \langle \chi_{Li}^{1M_{Li}}(2,3) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} | v_{24} | \chi_{Li}^{1M_{Li}}(2,3) \chi_{\frac{1}{2}M_N}^{(4)} \rangle =$$

$$= \sum_J \langle 1M_{Li} \frac{1}{2} M_N | JM \rangle^2 \times \quad (32)$$

$$\times 3(-1)^{1+2J} \left[v_{24}^s \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & J & 0 \end{Bmatrix}^2 + 3v_{24}^t \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & J & 1 \end{Bmatrix}^2 \right] =$$

$$= \langle 1M_{Li} \frac{1}{2} M_N | \frac{1}{2} M \rangle^2 \left(\frac{3}{4} v_{24}^s + \frac{1}{4} v_{24}^t \right) +$$

$$+ \langle 1M_{Li} \frac{1}{2} M_N | \frac{3}{2} M \rangle^2 \cdot v_{24}^t. \quad (32)$$

Аналогичный результат имеет место и для пары (3, 4). Окончательно, для описанных выше случаев различных спиновых состояний системы $N + {}^6\text{Li}$ (24)-(25) и ориентаций ядер (26)-(30) нетрудно получить:

$$v_{N^6\text{Li}}^{(1/2)} = v_{14} + \frac{3}{4}(v_{24}^s + v_{34}^s) + \frac{1}{4}(v_{24}^t + v_{34}^t),$$

$$v_{N^6\text{Li}}^{(3/2)} = v_{14} + v_{24}^t + v_{34}^t,$$

$$\bar{v}_{N^6\text{Li}} = v_{14} + \frac{1}{4}(v_{24}^s + v_{34}^s) + \frac{3}{4}(v_{24}^t + v_{34}^t),$$

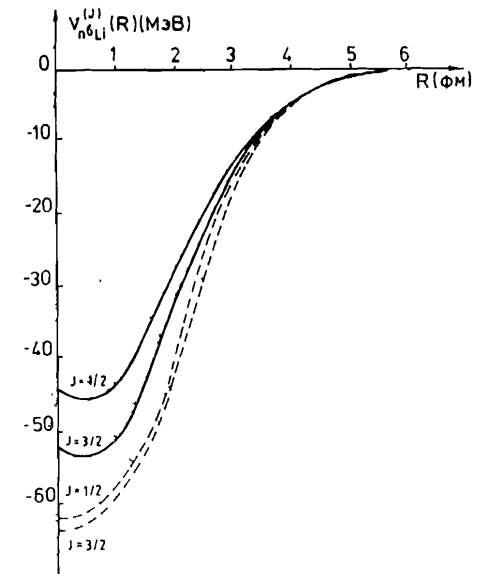
$$v_{N^6\text{Li}}^{\uparrow\uparrow} = v_{14} + v_{24}^t + v_{34}^t = v_{N^6\text{Li}}^{(3/2)}, \quad (33)$$

$$v_{N^6\text{Li}}^{\uparrow\downarrow} = v_{14} + \frac{1}{2}(v_{24}^s + v_{34}^s + v_{24}^t + v_{34}^t),$$

$$v_{N^6\text{Li}}^{0\uparrow} = v_{N^6\text{Li}}^{\uparrow 0} = \bar{v}_{N^6\text{Li}}.$$

Обратимся теперь к результатам расчета потенциалов $N + {}^6\text{Li}$ взаимодействия ($N = n, p$). Потенциалы для дуплетного ($J = 1/2$) $v_{N^6\text{Li}}^{(1/2)}(R)$ и квартетного ($J = 3/2$) $v_{N^6\text{Li}}^{(3/2)}(R)$ спиновых состояний $n + {}^6\text{Li}$ системы

Рис. 6. Действительная часть ядерного потенциала взаимодействия в системе $n + {}^6\text{Li}$, находящейся в дуплетном ($J = 1/2$) и квартетном ($J = 3/2$) спиновых состояниях; — — — — результат настоящей работы; — — — — потенциал Баркера /19/.



представлены на рис. 6 сплошными линиями. Пунктирными линиями изображены потенциалы, определенные Баркером путем подгонки под ${}^6\text{Li}(n, n)$ экспериментальных данных /24/. Из рисунка видно, что, несмотря на некоторое различие во внутренней области, рассчитанные нами потенциалы хорошо согласуются с результатами подгонки на основе феноменологической модели в периферической области, важной для оценки высоты кулоновского барьера в системе $p + {}^6\text{Li}$.

Отличие же потенциала (так называемой фолдинг-модели), найденного нами, от феноменологического оптического потенциала /24/ во внутренней ($R < 3,5$ фм) области, объясняется вкладом обменных процессов, учет которых почти всегда приводит к некоторому углублению потенциальной ямы без заметного изменения ее формы. Для компенсации этого недостатка в современных моделях свертки, используемых для описания рассеяния тяжелых ионов, применя-

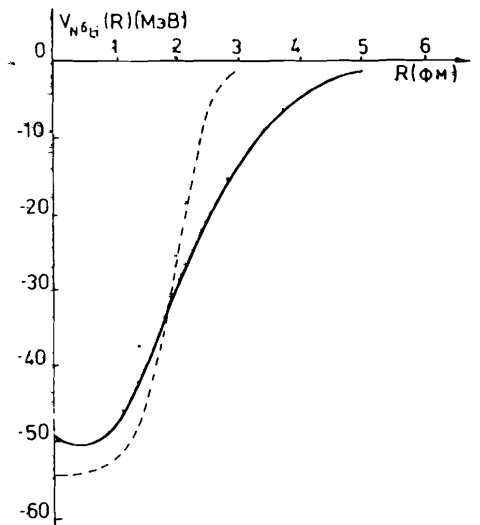


Рис. 7. Действительная часть ядерного потенциала $N + {}^6\text{Li}$ взаимодействия: — — — — результат настоящей работы, $\bar{v}_{N^6\text{Li}}(R)$ — — — — оптический потенциал /20/.

ются эффективные (типа МУ-3 и др.) NN-силы. Однако это различие практически малосущественно, т.к. при низких (т.е. подбарьерных) энергиях (которые нас, в основном, и интересуют) важна лишь периферическая часть взаимодействия, а при средних энергиях мнимая часть потенциала приводит к практически полной экранировке внутренней области. Вместе с тем хвост ядерного потенциала, определяющий форму запирающего барьера, определяется в нашем подходе более надежно, нежели в обычном феноменологическом подходе /24, 25/

В частности, на рис. 7 найденный усредненный ядерный потенциал $\bar{V}_{N^6Li}(R)$ сравнивается с оптическим потенциалом, подогнанным под упругое рассеяние ${}^6Li(p, p)$ при $E_{ц.м.} = 25,6 \text{ МэВ}$ /25/. Как и в случае $d + {}^6Li$ системы (см. выше), потенциал, найденный нами, оказывается шире оптического потенциала /25/.

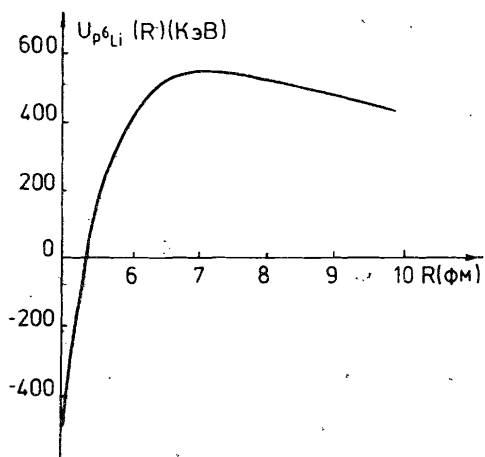
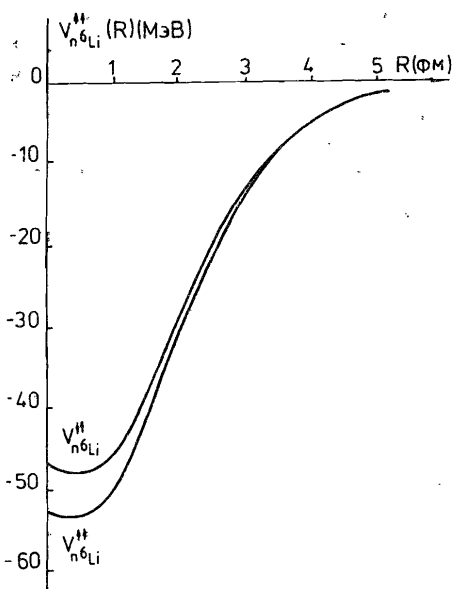


Рис. 8. Кулоновский барьер в системе $p + {}^6Li$.

$$U_{p^6Li}(R) = \bar{V}_{p^6Li}(R) + V_{p^6Li}^{кулон}(R).$$

Рис. 9. Потенциалы взаимодействий в системе "параллельно" и "антипараллельно" ориентированных спинов n и 6Li .

Этот факт является следствием того, что ядро 6Li является рыхлой системой, а внутренняя структура 6Li прямо учитывалась в проведенных расчетах путем использования надежной трехчастичной волновой функции $\psi_{6Li}^{1M}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ (5).



имеющей правильную асимптотику. Кулоновский барьер в системе $p + {}^6Li$, соответствующий ядерному потенциалу $\bar{V}_{N^6Li}(R)$, изображен на рис. 8. На рис. 9 приведены потенциалы $n + {}^6Li$ взаимодействия $V_{n^6Li}^{++}(R)$ и $V_{n^6Li}^{+-}(R)$ соответственно для "параллельно" (27) и "антипараллельно" (28) ориентированных спинов N и 6Li . Очевидно, что различие этих взаимодействий связано исключительно с различием синглетных и триплетных нуклон-нуклонных сил. Потенциалы взаимодействий $N + {}^6Li$ в случае определенной ориентации спина одного ядра (N или 6Li) в соответствии с (33), полностью совпадают с усредненным потенциалом $\bar{V}_{N^6Li}(R)$.

Качество $\bar{V}_{N^6Li}(R)$ продемонстрировано на рис. 10 и 11, где представлены результаты описания упругого рассеяния нейтронов и протонов на 6Li (при $E_{ц.м.} = 12 \text{ МэВ}$ и $22,2 \text{ МэВ}$ соответственно) в сравнении с экспериментальными данными, взятыми из /26, 27/.

Эти результаты получены в рамках оптической модели с исполь-

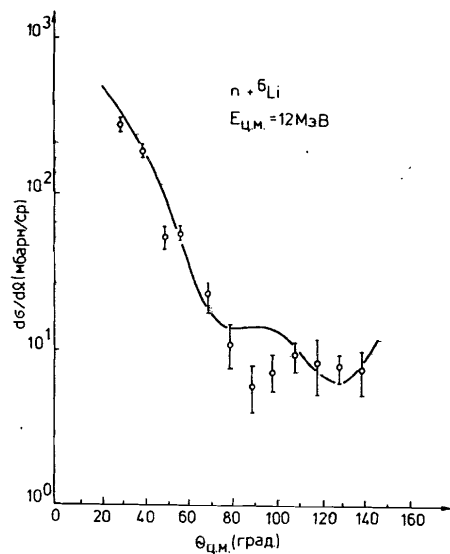


Рис. 10. Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов на 6Li при $E_{ц.м.} = 12 \text{ МэВ}$: ϕ — экспериментальные данные /21/; — — расчет.

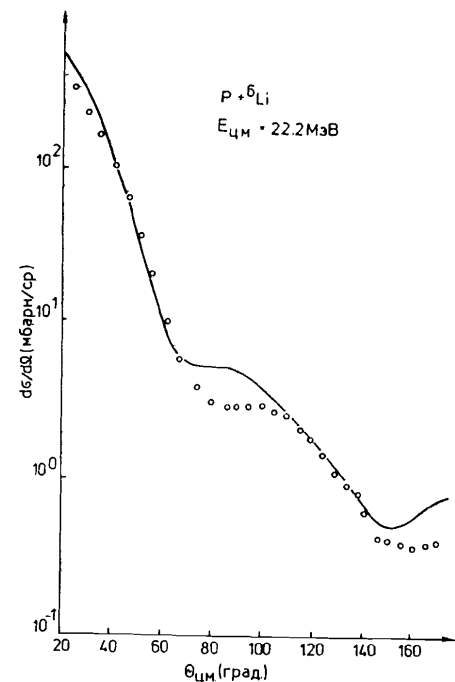


Рис. 11. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов на 6Li при $E_{ц.м.} = 22,2 \text{ МэВ}$: \circ — экспериментальные данные /22/; — — расчет.

зованием действительного потенциала $\bar{V}_{N^6Li}(R)$ и подгонкой по χ^2 мнимой части $W_{N^6Li}(R)$ потенциала $N + ^6Li$ взаимодействия вида (17). Как и в случае $d + ^6Li$ системы, найденный нами потенциал $\bar{V}_{N^6Li}(R)$ позволяет получить удовлетворительное описание упругого рассеяния $N + ^6Li$ в передней полусфере (при $\theta_{ц.м.} < 70^\circ$). Это означает, что потенциал $\bar{V}_{N^6Li}(R)$ правильно воспроизводит периферическую часть истинного взаимодействия в системе. Причина расхождения с экспериментом в области больших углов для $N + ^6Li$ системы аналогична системе $d + ^6Li$ (см. выше).

В заключение приведем аналитическую формулу, представляющую собой удовлетворительную аппроксимацию рассчитанных нами ядерных потенциалов $N + ^6Li$ формой Вудса-Саксона:

$$V_{N^6Li}(R) = - \frac{V_0}{1 + e^{(R - R_0)/a}} \quad (34)$$

с параметрами:

для $V_{N^6Li}^{(1/2)}(R)$: $V_0 = 47,29$ МэВ; $R_0 = 2,287$ фм; $a = 0,734$ фм,

для $V_{N^6Li}^{(3/2)}(R)$: $V_0 = 55,01$ МэВ; $R_0 = 2,233$ фм; $a = 0,721$ фм,

для $\bar{V}_{N^6Li}(R)$: $V_0 = 52,49$ МэВ; $R_0 = 2,247$ фм; $a = 0,725$ фм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на основе модели свертки и микроскопически найденных ранее волновых функций 6Li произведен расчет ядерных потенциалов взаимодействий в системах $d + ^6Li$ и $N + ^6Li$ ($N = n, p$). При этом получены действительные потенциалы взаимодействий как для неориентированных, так и для ориентированных спинов ядер. Использование надежных внутренних волновых функций ядер 6Li и d позволило учесть в расчетах рыхлую внутреннюю структуру реагирующих ядер. Это в конечном итоге привело к большей, по сравнению со стандартными оптическими потенциалами, ширине рассчитанных ядерных взаимодействий, что сказалось на высоте кулоновского барьера в системе. Рассчитанные потенциалы взаимодействий позволили провести удовлетворительное описание упругого рассеяния $^6Li(d, d)$ и $^6Li(N, N)$ в передней полусфере.

Следовательно, найденные потенциалы правильно воспроизводят периферическую часть истинного взаимодействия в системе, влияющую на оценку высоты и формы кулоновского барьера. Поэтому полученные в работе кулоновские барьеры в системах $^6Li + D$ и $^6Li + p$, важные для изучения низкоэнергетических реакций и связанных с этим некоторых прикладных вопросов физики термоядерного синтеза, представляются вполне надежными.

Авторы выражают благодарность В.М.Краснопольскому за полезные обсуждения полученных результатов, а также дирекции ОИЯИ за предоставленную возможность работать на ЭВМ Института.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хеглер М., Кристиансен М. Введение в управляемый термоядерный синтез. М., Мир, 1890 (пер. с англ. под ред. В.В.Коробкина).
2. Кукулин В.И. 38-я конференция по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Баку, 1988, Сб. тезисов, изд. "Наука", Ленинград, 1988, с. 396.
3. Hopkins J.C., Drake D.M., Conde H. — Nucl. Phys., 1968, A107, p. 139. Cookson J.A., Dandy D., Hopkins J.C. — Nucl. Phys., 1967, A91, p. 273. Higuchi S.-I. et al. — Nucl. Phys., 1982, A384, p. 51; Lin Ch.-Sh. et al. — Nucl. Phys., 1977, A275, p. 93.
4. Park J.Y., Satchler G.R. — Part. and Nuclei, 1971, No. 4, v. 1, p. 233; Love W.G., Satchler G.R. — Nucl. Phys., 1970, A159, p. 1.
5. Voronchev V.T., Krasnopol'sky V.M., Kukulin V.I. — J. Phys. G, Nucl. Phys., 1982, 8, pp. 649;667.
6. Kukulin V.I. et al. — Nucl. Phys., 1984, A417, p. 128.
7. Ворончев В.Т. и др. Препринт ИЯИ АН СССР, П-0472, 1986, с. 48.
8. Ворончев В.Т. и др. Препринт ИЯИ АН СССР, П-0488, 1986, с. 23.
9. Peresyupkin V.V. et al. Preprint Inst. for theor. Phys., Kiev, ITP-82-112E, 1982, p. 25.
10. Кукулин В.И., Эрамжян Р.А. Динамическое описание легких ядер в рамках модели нескольких составных частиц. В сб.: Малочастичные и кварк-адронные системы (Труды международн. совещ.). ОИЯИ, Д4-87-692, Дубна, 1987, с. 97; Burkova N.A., Kukulin V.I., Eramjian R.A. Probing of clustering in light nuclei by photons, electrons and pions. In: proc. of the 1987 Int. Symp. on Modern Development in Nucl. Phys. Novosibirsk 1987, Singapore press, 1988, p. 761.
11. Sack S., Biedenharn L.C., Breit G. Phys. Rev., 1954, 93, p. 321.
12. Afnan I.R., Tang Y.C. Phys. Rev., 1968, 175, p. 1337.
13. Malfliet R.A., Tjon J.A. Nucl. Phys., 1969, A127, p. 161.

14. Satchler G.R. — *Nucl. Phys.*, 1966, 85, p. 273.
15. Elwyn A.J., Monahan J.E. — *Phys. Rev.*, 1979, C19, p. 2114.
16. Bingham H.G. et al. — *Nucl. Phys.*, 1971, A173, p. 265.
17. LeMere M., Tang Y.C. — *Nucl. Phys.*, 1980, A339, p. 43.
18. Clark R.G. et al. — *Phys. Rev.*, 1978, C18, p. 1127.
19. Cecil F.E., Fahlring R.F., Nelson R.A. — *Nucl. Phys.*, 1982, A376, p. 379.
20. Monahan J.E., Elwyn A.J., Serduke F.J.D. — *Nucl. Phys.*, 1976, A269, p. 61.
21. Elwyn A.J., Monahan J.E., Serduke F.J.D. — *Nucl. Sci. Engin.*, 1977, 63, p. 343.
22. Kukulin V.I. et al. — *J. Phys. G*; — *Nucl. Phys.*, 1984, 10, p. 213.
23. Kamal M. et al. — *Proc. Math. Phys. Soc. (Egypt)*, 1988, in press.
24. Barker F.C. — *Australian J. Phys.*, 1980, 33, p. 177; *Preprint Research Sch. Phys. Sci. Austr. Nat. Univ.*, 1979.
25. Bray K.H. et al. — *Nucl. Phys.*, 1972, A189, p. 35.
26. Abbondanno U. et al. — *Nuovo Cimento*, 1970, 66A, p. 139.
27. Stubeda D.J., Fujiwara Y., Tang Y.C. — *Phys. Rev.*, 1982, C26, p. 2410.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 ноября 1988 года.

Камаль М., Ворончев В.Т., Кукулин В.И.
Самосогласованный расчет потенциалов взаимодействия
нуклонов и дейтронов с ядром ${}^6\text{Li}$

P4-88-799

Потенциалы взаимодействия в системах ${}^6\text{Li} + \text{N}$ и ${}^6\text{Li} + \text{D}$ рассчитаны с использованием мультикластерной динамической модели ${}^6\text{Li}$ и модели свертки N-N и N- α потенциалов по плотности взаимодействующих частиц. При этом использованы в точности те же N-N и N- α потенциалы взаимодействия, которые применялись для динамического расчета самого ядра-мишени ${}^6\text{Li}$, т.е. расчеты вещественных частей потенциалов являются самосогласованными и не включают свободных параметров. Показано хорошее согласие теоретических предсказаний и соответствующих экспериментальных данных для дифференциальных сечений упругого рассеяния нуклонов и дейтронов на ${}^6\text{Li}$. Найденные потенциалы взаимодействия параметризованы в стандартной форме Вудса-Саксона.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод авторов.

Kamal M., Voronchev V.T., Kukulin V.I.
Compatible Calculation of the Interaction
of Nucleons and Deuterons with ${}^6\text{Li}$ Nucleus

P4-88-799

Interactions for the $\text{N} + {}^6\text{Li}$ and $\text{d} + {}^6\text{Li}$ systems are calculated, by using the multi-cluster dynamical model of ${}^6\text{Li}$ and the folding model for N-N and N- α potentials of the interacted particles. In this case we use the same N-N and N- α interactions as the ones used for the calculation of the dynamical model of the target ${}^6\text{Li}$ i.e. the calculations of the real part of the potentials are compatible and do not contain free parameters. The predicted theoretical calculations are in good agreement with the corresponding experimental data on the differential cross-section of elastic scattering of the nucleons and deuterons on ${}^6\text{Li}$. The interaction potentials found are approximated in the standard Woods-Saxon form.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988