

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

A 16

P4-88-747

А.Г.Абрашкевич\*, С.И.Виницкий, М.С.Касчиев,  
И.В.Пузынин

КОЭФФИЦИЕНТ ПРИЛИПАНИЯ  
В РЕАКЦИИ  $dt\mu \rightarrow \mu^4\text{He}+n$   
В АДИАБАТИЧЕСКОМ  
ГИПЕРСФЕРИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ

Направлено в журнал "Physics Letters B"

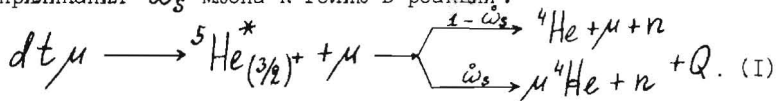
---

\* Ужгородский государственный университет

I. Адиабатический подход к задаче трех тел традиционно используется в атомной и молекулярной физике. Этот метод получил развитие в задачах мезоатомной физики, связанных с проблемой мюонного катализа /1-2/. Гиперсферическая версия адиабатического подхода первоначально была предложена для описания спектра двукратно возбужденных состояний атома гелия /3/, а также для расчета различных характеристик и других атомов /4/. В работах /5-6/ было введено гиперсферическое адиабатическое (HSA) представление, ориентированное на расчеты мезоатомных процессов и характеристик мезомолекул. В этих работах впервые дана полная классификация состояний HSA - базиса, асимптотически согласованного с физическими граничными условиями задачи рассеяния.

HSA - базис определен как полный набор из  $L^2(S^2 \times S^3)$  и задается с помощью решений спектральной задачи для двумерного эллиптического оператора с неразделяющимися переменными. Математически корректная постановка задачи, сопоставление классификаций состояний со стандартным базисом /2/ и первое численное исследование сходимости HSA - разложения даны в работе /7/.

Настоящая работа посвящена вычислению в HSA - подходе коэффициента прилипания  $\omega_s$  мюона к гелию в реакции:

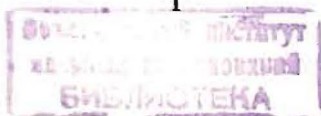


Общее число циклов  $\mu$  - катализа, которое один  $\mu$ -мезон успевает осуществить за время жизни  $\tau = 2.2 \cdot 10^{-6}$  с, обратно пропорционально вероятности прилипания /8/. Поэтому величина  $\omega_s$  является ключевой для выяснения вопроса о возможности практического использования мюонного катализа.

Имеется ряд теоретических оценок коэффициента прилипания, полученных в рамках различных подходов и приближений /9-13/, включая недавние прецизионные вариационные расчеты  $\omega_s = 0,8859 \cdot 10^{-2}$  /14-16/. Результаты этих вычислений согласуются между собой, однако превышают экспериментальное значение  $\omega_s^{\text{exp}} = \omega_s^{\text{exp}}(1-R) \approx (0,49 \div 0,70) \cdot 10^{-2}$ .

Здесь  $\omega_s^{\text{exp}} = (0,35 \div 0,45) \cdot 10^{-2}$  - наблюдаемый в эксперименте коэффициент прилипания /17,18/, а  $R = 0,28 \div 0,36$  - вероятность страгивания мюона с  ${}^4\text{He}$ , зависящая от плотности смеси  $\phi = 0,1 \div 1,2$  /8,13,19/. Таким образом, результаты теоретических расчетов превышают экспериментальные значения более чем на 27%.

Для вычисления вероятности прилипания  $\omega_s$  мюона к гелию обычно используют приближение внезапных возмущений /20/, которое для реакции (I) имеет вид /13/



$$\dot{\omega}_s = \left| \int d^3r \Psi_f^*(\vec{r}) \Psi_i(\vec{r}) \right|^2,$$

где  $\Psi_i(\vec{r}) = \Psi_{dt\mu}(\vec{r}, \vec{R})|_{R=0}$  - волновая функция мюона в мезомолекуле  $dt\mu$  в точке парного соударения  $(dt)$ ,  $\Psi_f(\vec{r}) = e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \Psi_{\mu^4\text{He}}(\vec{r})$  - волновая функция мезоатома  $\mu^4\text{He}$  с импульсом  $q = 5.846 \text{ м.е.}$  в системе центра инерции (см. рис. I). При этом на первом этапе расчетов обычно пренебрегают эффектами, обусловленными конечными размерами ядер и конечным радиусом действия ядерных сил, а также наличием околопорогового  ${}^5\text{He}^*(3/2)^+$  ядерного резонанса в промежуточном  $({}^5\text{He}\mu)$ -канале. Как показано в недавней работе <sup>/16/</sup>, учет ядерных сил увеличивает значение коэффициента прилипания на 4~5%. Оценка точности указанных приближений дана, например, в <sup>/13/</sup>. Определение коэффициента прилипания в рамках фаддеевских уравнений и соответствующее выражение для  $\dot{\omega}_s$  в первом борновском приближении с учетом дополнительного резонансного канала даны в работе <sup>/21/</sup>. Необходимое для этого микроскопическое рассмотрение ядерной реакции  $d+t \rightarrow n + {}^4\text{He}$  в адиабатическом подходе дано в <sup>/22/</sup>.

Имеющееся расхождение между экспериментальным и теоретическим значением  $\dot{\omega}_s$ , если принять во внимание высокую точность вариационных расчетов <sup>/14-16/</sup>, можно объяснить одним из возможных "сюрпризов" теоретической физики <sup>/23/</sup>. Так, например, при вычислении волновой функции начального состояния необходимо корректно задать граничные условия не только в точках парных столкновений, но и в точке тройного соударения - центре инерции мезомолекулы  $dt\mu$ . Такую возможность предоставляет HSA - подход, в котором точка тройного соударения выделяется явно с помощью введения в качестве адиабатической переменной гиперрадиуса  $\mathcal{R} = \sqrt{M R^2 + m r^2}$  <sup>/5,6/</sup>. Корректная формулировка многоканальной теории рассеяния в HSA - представлении, согласованная с граничными условиями, вытекающими из уравнений Фаддеева, дана в <sup>/24/</sup>. Первая попытка использовать для оценки гиперсферического адиабатического приближение <sup>/25/</sup> без учета неадиабатических поправок, была предпринята в работе <sup>/26/</sup>. Целью данной работы является исследование возможностей HSA-подхода для вычисления вероятности  $\dot{\omega}_s$  прилипания мюона к гелию в реакции (I).

2. Уравнение Шредингера для рассматриваемой мезомолекулярной системы в гиперсферических координатах

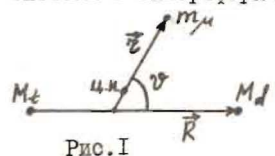


Рис. I

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \sqrt{M R^2 + m r^2}, \\ \alpha &= 2 \arctg \left[ \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} \frac{r}{R} \right], \\ \psi &= \arccos \left[ (\vec{r} \cdot \vec{R}) / r R \right] \end{aligned}$$

имеет вид

$$\hat{H} \Psi^{j=0}(\mathcal{R}, \alpha, \psi) = \varepsilon \Psi^{j=0}(\mathcal{R}, \alpha, \psi), \quad (2)$$

где

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\mathcal{R}^5} \frac{\partial}{\partial \mathcal{R}} \mathcal{R}^5 \frac{\partial}{\partial \mathcal{R}} + h(\mathcal{R}),$$

$$M^{-1} = M_t^{-1} + M_d^{-1}, \quad m^{-1} = (M_t + M_d)^{-1} + m_\mu^{-1},$$

$M_t = 5496,918 m_e$ ,  $M_d = 3670,481 m_e$ ,  $m_\mu = 206,7686 m_e$ ,  $\varepsilon = \hbar = m_\mu^{-1}$ . Здесь  $h(\mathcal{R})$  есть угловая часть гамильтониана на сфере  $S^2(\alpha, \psi)$ , зависящая от  $\mathcal{R}$  как от параметра:

$$h(\mathcal{R}) = T(\mathcal{R}) + \mathcal{R}^{-4} V(\alpha, \psi),$$

$$T(\mathcal{R}) = -\frac{1}{2\mathcal{R}^2} \frac{4}{\sin^2 \alpha} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} \sin^2 \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{1}{\sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \sin \psi \frac{\partial}{\partial \psi} \right), \quad (3)$$

$$V(\alpha, \psi) = \frac{\gamma M}{\sin \alpha/2} \left[ -\sum_{p=t,d} \left( \frac{M}{m} \text{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \pm 2\gamma_p \sqrt{\frac{M}{m}} \text{ctg} \frac{\alpha}{2} \cos \psi + \gamma_p \right) + 1 \right]^{-1/2},$$

$$\gamma_t = M_d / (M_t + M_d), \quad \gamma_d = M_t / (M_t + M_d).$$

Потенциальная энергия  $\mathcal{R}^{-4} V(\alpha, \psi)$  обращается в бесконечность в точке тройного соударения  $\mathcal{R} = 0$  и в точках парных соударений частиц:

$$(t\mu) \quad \psi = \pi, \quad \text{ctg} \alpha/2 = \gamma_t \sqrt{m/M}, \quad \alpha = 166.16^\circ,$$

$$(d\mu) \quad \psi = 0, \quad \text{ctg} \alpha/2 = \gamma_d \sqrt{m/M}, \quad \alpha = 159.28^\circ, \quad (4)$$

$$(td) \quad \psi \in [0, \pi], \quad \alpha = 0.$$

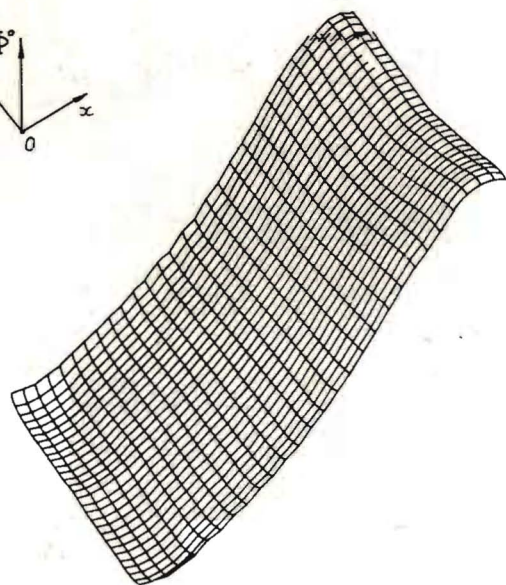
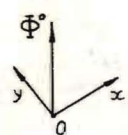
В качестве HSA - базиса используется полный набор решений  $\{\Phi_i^\circ\}_{i=1}^\infty \in L^2(S^2)$  двумерной задачи на собственные значения

$$h(\mathcal{R}) \Phi_i^\circ(\alpha, \psi; \mathcal{R}) = E_i(\mathcal{R}) \Phi_i^\circ(\alpha, \psi; \mathcal{R}), \quad (5)$$

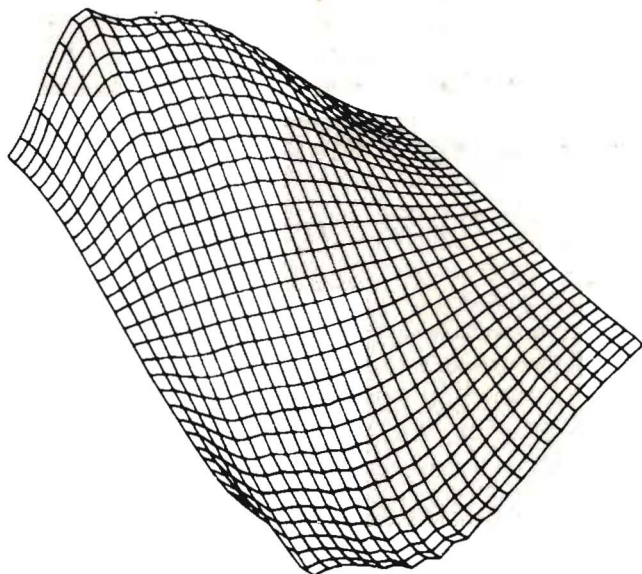
$$\{\alpha, \psi\} \in \omega = \{0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \psi \leq \pi\},$$

нормированных условием

$$\langle \Phi_i^\circ | \Phi_j^\circ \rangle = \int_\omega d\tau(\mathcal{R}) \Phi_i^*(\alpha, \psi; \mathcal{R}) \Phi_j^\circ(\alpha, \psi; \mathcal{R}) = \delta_{ij},$$

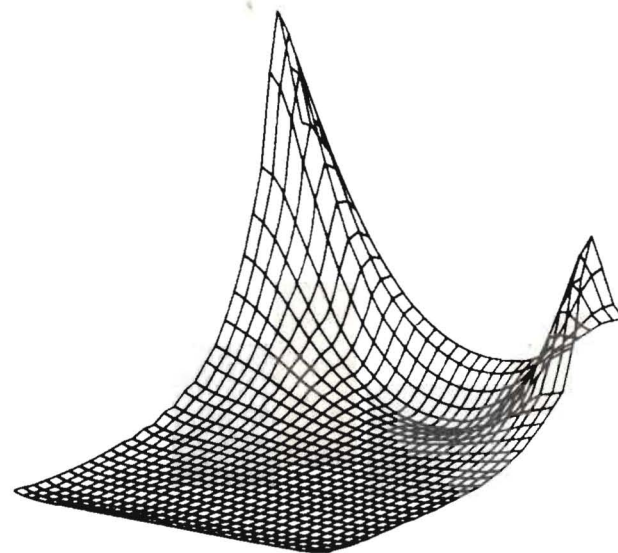


а

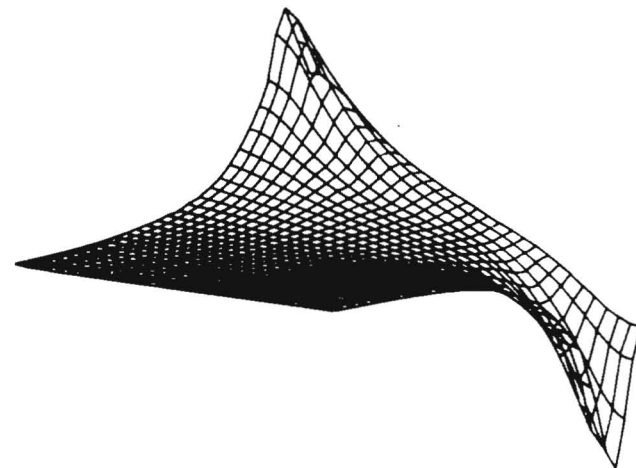


б

4



в



г

Рис. 2. На рис. 2а и 2б изображены НБА-функции  $\Phi_1^\circ(\alpha, \nu; \mathcal{R})$  и  $\Phi_2^\circ(\alpha, \nu; \mathcal{R})$ , заданные в области  $\omega = \{0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \nu \leq \pi\}$  при значении параметра  $\mathcal{R} = 1$ . По оси x отложены значения угла  $\alpha$ , по оси y - угла  $\nu$ . На рис. 2в и 2г изображены соответственно те же функции при значении параметра  $\mathcal{R} = 20$ .

5

$$d\tau(\mathcal{R}) = \frac{1}{8} (mM)^{-3/2} \mathcal{R}^3 \sin^2 \alpha \sin \nu d\alpha d\nu. \quad (6)$$

Здесь  $E_i(\mathcal{R})$  - собственные значения (термы), зависящие параметрически от  $\mathcal{R}$  для фиксированного набора квантовых чисел  $i$ . Граничные условия, выражающие ограниченность волновой функции на границе области  $\omega$ , задаются следующим образом <sup>/17/</sup>:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0, \pi} \sin^2 \alpha \frac{\partial \Phi_i^\circ}{\partial \alpha} = 0, \quad \lim_{\nu \rightarrow 0, \pi} \sin \nu \frac{\partial \Phi_i^\circ}{\partial \nu} = 0. \quad (7)$$

Разложение полной волновой функции  $\Psi_{J=0}^{J=0}$  по HSA - базису (4) имеет вид

$$\Psi_{J=0}^{J=0}(\mathcal{R}, \alpha, \nu) = \mathcal{R}^{-1} \sum_{i=1} X_i(\mathcal{R}) \Phi_i^\circ(\alpha, \nu; \mathcal{R}). \quad (8)$$

Использование гиперрадиуса  $\mathcal{R}$  в качестве медленной переменной позволяет явно выделить точку тройного соударения - центр инерции  $d\mu$  и учесть логарифмическую особенность фока <sup>/27/</sup> в HSA - представлении

$$X_i(\mathcal{R}) = \sum_{i_0} \mathcal{R}^{K_0 + 5/2} F_{ii_0}(\mathcal{R}),$$

где

$$F_{ii_0}(\mathcal{R}) = \sum_{t=0} F_{ii_0}^{(t)} \mathcal{R}^t + \sum_{t=2} \sum_{s=1} F_{ii_0}^{(t,s)} \mathcal{R}^t (\ln \mathcal{R})^s. \quad (9)$$

Первые коэффициенты разложения (9) при фиксированном значении гипермомента  $K_0$  приведены в <sup>/6/</sup>.

Решение задачи (5)-(7) осуществлялось методом конечных элементов с использованием 584 восьмиузловых изопараметрических элементов <sup>/17/</sup>.

Конечно-элементная сетка содержала 1800 узлов. Точность используемой схемы  $O(h_\omega^4)$ , где  $h_\omega \leq a_1$  - характерный шаг сетки. Расчеты проводились в следующих точках по гиперрадиусу  $\mathcal{R}$ : 0, 1 (0, 1) 2I (в скобках указан шаг). Точность вычисления термов  $E_i(\mathcal{R}) \approx 10^{-5}$  м.а.е.

(1 м.а.е. = 5626.51 эВ). На рис. 2 изображены HSA - функции  $\Phi_i^\circ(\alpha, \nu; \mathcal{R})$ ,  $i=1, 2$ , заданные в области  $\omega$ , при двух фиксированных значениях гиперрадиуса  $\mathcal{R} = 1$  и 20. При малых  $\mathcal{R}$  HSA - функции переходят в линейные комбинации стандартных  $K$  - гармоник - собственных функций угловой части оператора Лапласа на  $L^2(S^2) \sim L^2(S^2 \times S^1)$ , которые при  $J=0$  сводятся к полному набору функций из  $L^2(S^2(\omega))$ .

Соответственно термы  $E_i(\mathcal{R})$  определяются значением гипермомента  $K$

$$E_i(\mathcal{R})_{\mathcal{R} \rightarrow 0} = K(K+4)/2\mathcal{R}^2 + E_i^{(4)}/\mathcal{R} + \dots, \quad (10)$$

где  $E_i^{(4)}$  - корни секулярного уравнения оператора потенциальной энергии  $V^{1/6}$ . При больших  $\mathcal{R}$  HSA - функции переходят в линейные комбинации функций разведенных  $t\mu$  и  $d\mu$  атомов, которые локализуются в окрестности точек парных столкновений (4) (см. рис. 2).

Соответственно термы  $E_i(\mathcal{R})$  при больших  $\mathcal{R}$  переходят в энергии  $t\mu$  и  $d\mu$  атомов

$$E_{ip}(\mathcal{R})_{\mathcal{R} \rightarrow \infty} = E_{ip}^{(0)} + E_{ip}^{(2)} (\mathcal{R}/\sqrt{m})^{-2} + \dots, \quad (11)$$

где  $E_{ip}^{(0)} = -m_p/2n^2$ ,  $m_p^{-1} = M_p^{-1} + m_a^{-1}$ ,  $p=t, d$ . Квадратичные поправки  $E_{ip}^{(2)}$  есть собственные значения дипольного интеграла движения  $\hat{\Lambda}^{1/6}/ip$ . Графики эффективного потенциала  $U_{11}(\mathcal{R})$  и функции  $X_1(\mathcal{R})$  представлены на рис. 3.

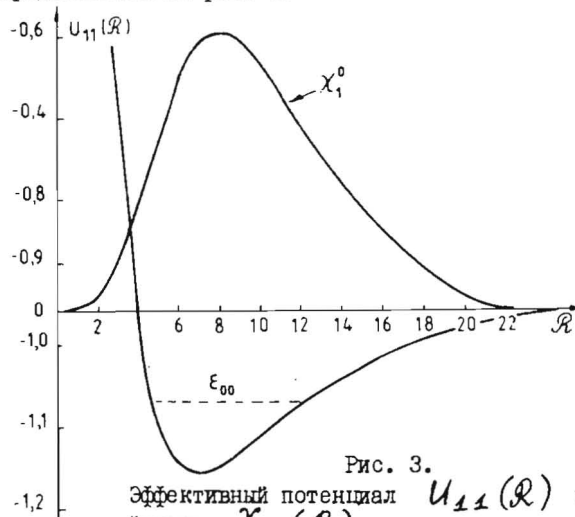


Рис. 3. Эффективный потенциал  $U_{11}(\mathcal{R})$  и радиальная функция  $X_1(\mathcal{R})$ .

Подстановка HSA - разложения (8) в уравнение (2) приводит к системе радиальных уравнений вида

$$-\hat{I} \frac{d^2}{d\mathcal{R}^2} X + \hat{U} X + \hat{Q} \frac{dX}{d\mathcal{R}} + \frac{d}{d\mathcal{R}} (\hat{Q} X) = 2 \cdot \epsilon \cdot \hat{I} \cdot X, \quad (12)$$

$$X(0) = X(\infty) = 0. \quad (13)$$

Здесь  $\hat{I}$ ,  $\hat{U}$ ,  $\hat{Q}$  - квадратные матрицы, которые определяются соотношениями  $I_{ij} = \delta_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots$

$$U_{ij} = W_i \delta_{ij} + H_{ij} - \frac{1}{4} R^{-2} \delta_{ij},$$

$$W_i = 2E_i + 4R^{-2}, \quad (14)$$

$$H_{ij} = H_{ji} = \int_{\omega} d\tau(R) \frac{\partial \Phi_i^*}{\partial R} \frac{\partial \Phi_j}{\partial R} - \frac{2}{4} R^{-2} \delta_{ij},$$

$$Q_{ij} = -Q_{ji} = -\int_{\omega} d\tau(R) \Phi_i^* \frac{\partial \Phi_j}{\partial R} - \frac{3}{2} R^{-1} \delta_{ij}.$$

В конкретных расчетах ограничиваются первыми  $N_E$  членами в разложении (8), что приводит к системе  $N_E$  уравнений. Полубесконечный интервал по переменной  $R \in [0, \infty)$  заменяется конечным  $[0, R_{max}]$ .

В настоящей работе мы рассчитали энергию связи  $E_{00} = -(2E - U_{11}(\infty))$   $m_e R_y$ ,  $R_y = 13,605804$  эВ,  $U_{11}(\infty) = 0,963748$  м.а.е., мезомолекулы  $d^+t_{\mu}(J=0)$  в двухуровневом приближении. При численном решении задачи (12) методом конечных элементов использовались кубические конечные элементы (степень базисного многочлена  $n_n = 3$ ), обеспечивающие точность  $O(h_E^3)$  относительно собственных значений (здесь  $h_E = a_1$  - длина элемента). В таблице I приведена зависимость энергии связи  $E_{00}$  (в эВ) от значения правой границы интервала интегрирования  $R_{max}$  (при фиксированном шаге сетки  $h_R = 0,1$ ). Зависимость  $E_{00}$  от числа элементов  $n_E$  (при  $R_{max} = 50$ ) представлена в таблице 2. Вычисленное в двухуровневом приближении (при  $R_{max} = 80$  и  $n_E = 800$ ) значение энергии связи мезомолекулы  $d^+t_{\mu}$  равно:  $E_{00} = 317,42$  эВ. Укажем на некоторые другие результаты:  $E_{00}^{ad} = 317,04$  эВ - двухуровневое адиабатическое приближение /26/,  $E_{00}^{var} = 319,140$  эВ - вариационный расчет /15, 16, 29/. О качестве вычисленных волновых функций  $X_i(R)$  можно судить также по средним значениям  $\langle R \rangle$  и  $\langle R^2 \rangle$ , которые соответственно равны 9,18 и 92,14 м.а.е. Дальнейшее уточнение энергии связи мезомолекулы  $d^+t_{\mu}$  в HSA-подходе связано с выходом за рамки двухуровневого приближения (т.е. с учетом следующих оболочек), а также с уточнением асимптотик эффективных потенциалов при больших значениях гиперрадиуса  $R$ .

3. Для вычисления вероятности прилипания  $\omega_s$  мюона к гелию мы используем приближение внезапного возмущения, в котором амплитуда

Таблица I. Зависимость энергии связи  $E_{00}$  (в эВ) от значения  $R_{max}$  при фиксированном шаге сетки  $h_R = 0,1$ .

$E_{00}$	Число уравнений	$R_{max}$		
		30	40	50
$E_{00}$	1	317,35241	317,35500	317,35500
	2	317,41824	317,42080	317,42080

перехода пропорциональна интегралу перекрытия между функцией начального и конечного состояний:

$$A_{fi} = \int d^3r \Psi_f^*(\vec{r}) \Psi_i(\vec{r}), \quad (15)$$

где  $\Psi_f(\vec{r})$  - волновая функция конечного состояния

$$\Psi_f(\vec{r}) = \sum_{nl} R_{nl}(r) Y_{l0}(\vartheta, \varphi) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}}, \quad (16)$$

$\Psi_i(\vec{r})$  - волновая функция начального состояния

$$\Psi_i(\vec{r}) = N \Psi_i(\vec{R}, \vec{r}) \Big|_{R=0}, \quad (17)$$

а  $N$  - нормировочная константа

$$N = \left[ \int d^3r |\Psi_i(0, \vec{r})|^2 \right]^{-1/2}. \quad (18)$$

Здесь  $R_{nl}(r)$  - радиальная функция водородоподобного  $^4\text{He}^+$ -иона,  $Y_{l0}$  - сферическая гармоника,  $|\vec{q}| = 5,8460$  м.а.е. /15/,  $\Psi_i(0, \vec{r}) = \lim_{R \rightarrow 0} \Psi_i(\vec{R}, \vec{r})$ , где  $\Psi_i(\vec{R}, \vec{r})$  волновая функция мезомолекулы  $d^+t_{\mu}(J=0)$ . Амплитуда перехода  $A_{fi}^{nl}$  из состояния  $J = \nu = 0$  мезомолекулы  $d^+t_{\mu}$  в связанное состояние  $\mu$   $^4\text{He}$  иона с орбитальным моментом  $l$  и главным квантовым числом  $n$  в HSA - представлении имеет вид:

$$A_{fi}^{nl} = m^{-3/2} \sum_{l'=0} \sum_{j=1} \int_0^{R_{max}} R_{nl}(m^{-1/2} R) j_0(q m^{-1/2} R) X_j^N(R) I_{ccj}(R) R dR,$$

где

$$\chi_j^N(\mathcal{R}) = N \chi_j(\mathcal{R}),$$

$$I_{ell'j}(\mathcal{R}) = \sqrt{\frac{2l'+1}{2}} (2l'+1) \int_0^\pi P_l(\cos v) P_{l'}(\cos v) \Phi_j^0(\alpha=0, v; \mathcal{R}) \sin v dv,$$

$$N = \left[ m^{-3/2} \sum_i \sum_j \int_0^{\mathcal{R}_{max}} \chi_i(\mathcal{R}) \chi_j(\mathcal{R}) I_{ij}^N(\mathcal{R}) d\mathcal{R} \right]^{-1/2}, \quad (19)$$

$$I_{ij}^N(\mathcal{R}) = \int_0^\pi \Phi_i^{0*}(\alpha=0, v; \mathcal{R}) \Phi_j^0(\alpha=0, v; \mathcal{R}) \sin v dv.$$

Полная вероятность прилипания  $\dot{\omega}_s$  выражается через парциальную следующим образом:

$$\dot{\omega}_s = \sum_{nl} \dot{\omega}_{nl}, \quad \dot{\omega}_{nl} = |A_{fi}^{nl}|^2. \quad (20)$$

При получении формулы (19) мы учли то обстоятельство, что при  $\mathcal{R} = 0$  (в точке парного столкновения  $d$  и  $t$ ) гиперугол  $\alpha$  равен 0. В этом случае  $r = m^{-1/2} \mathcal{R}$ , т.е. гиперрадиус  $\mathcal{R}$  фактически совпадает ( $m = 0,978 \approx 1$ ) с модулем вектора  $\vec{r}$ , проходящего через центр инерции  $d$  и  $t$  (см. рис. 1). Соответственно функция начального состояния в HSA-приближении имеет вид

$$\Psi_i = \mathcal{R}^{-1} \sum_j \chi_j^N(\mathcal{R}) \Phi_j^0(\alpha=0, v; \mathcal{R}). \quad (21)$$

Здесь  $\chi_j^N(\mathcal{R})$  имеет смысл радиальной, а  $\Phi_j^0(\alpha=0, v; \mathcal{R})$  — угловой функции мюона в пределе объединенного атома. Таким образом, видно, что в пределе объединенного атома медленная HSA-переменная соответствует быстрой переменной  $z$  в стандартном адиабатическом подходе с разделяющимися переменными  $z/|z|$ . Это обстоятельство еще раз подчеркивает согласованность HSA-представления со всеми возможными асимптотическими каналами задачи рассеяния. Отсюда следует, что коэффициент прилипания мюона к гелию, который определяется интегралом перекрытия волновых функций начального и конечного состояний, набирается в конечной области изменения  $\mathcal{R}$ :  $0 < \mathcal{R} < 10 \approx \langle \mathcal{R} \rangle$ . В таблицах 3 и 4 приведены значения угловых интегралов  $I_{ell'j}(\mathcal{R})$  и  $I_{ij}^N(\mathcal{R})$  для ряда значений  $l, l', i$  и  $j$  в некоторых точках по  $\mathcal{R}$ . Видно, что максимальные значения эти интегралы принимают в окрестности точки тройного соударения и с ростом  $\mathcal{R}$  быстро убывают. На рис. 4 дано качественное поведение функций  $\chi_1^N(\mathcal{R})$ ,  $R_{10}(\mathcal{R})$  и  $I_{001}(\mathcal{R})$ . Видно, что основной вклад в коэффициент прилипания вносит окрестность точки тройного соударения. В таблице 5 приведены значения парциального коэффициента прилипания  $\dot{\omega}_{nl}$

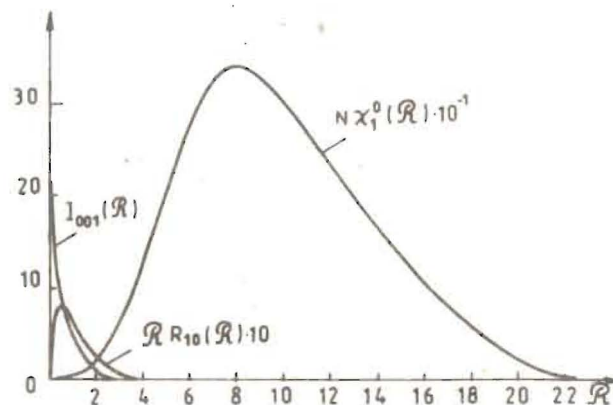


Рис. 4. Качественное поведение функций  $\chi_1^N(\mathcal{R})$ ,  $R_{10}(\mathcal{R})$  и  $I_{001}(\mathcal{R})$  для различных конечных состояний  $(\mu^4\text{He})_{nl}$  в зависимости от числа  $N_e$  уравнений в системе (12). Они сравниваются с данными работы [26], полученными в одноуровневом адиабатическом приближении без учета неадиабатических поправок. В таблице 6 проводится сравнение наших результатов с некоторыми другими известными оценками  $\dot{\omega}_s$ , полученными в рамках различных подходов и приближений. Значения вероятности прилипания  $\dot{\omega}_s$  мюона к гелию для основного  $v=0$  и первого возбужденного  $v=1$  состояний мезомолекулы  $d\bar{t}\mu$ , полученные в настоящей работе в двухуровневом приближении при  $\mathcal{R}_{max}=21$ ,  $n_e = 52$ ,  $n_n = 4$ ,  $n_{max} = 20$ ,  $l_{max} = 3$ ,  $l'_{max} = 3$ ,  $N_e = 2$ , равны:  $\dot{\omega}_s(v=0) = 0,340 \cdot 10^{-2}$  и  $\dot{\omega}_s(v=1) = 0,345 \cdot 10^{-2}$ . Расчет, выполненный в пренебрежении отличием  $m$  от 1, уменьшает значения  $\dot{\omega}_s$  на 0,003%. Использование правил сумм, подобных [13], позволяет оценить вклад от остальных оболочек, который составляет  $\sim 25\%$  от адиабатического приближения. Это дает следующую приближенную оценку  $\dot{\omega}_s$  в HSA-подходе:  $(0,29 + 0,31) \cdot 10^{-2}$  с учетом вероятности стряхивания  $\mu^-$ -мезонов при торможении мезоатомов  $(\mu^4\text{He})^+$ , образующихся в процессе реакции (1). Полученная нами оценка  $\dot{\omega}_s$  несколько ниже имеющихся экспериментальных данных:  $(0,35 \pm 0,07) \cdot 10^{-2}$  и  $(0,45 \pm 0,05) \cdot 10^{-2}$  [18]. Отметим, что известные прецизионные расчеты [13-16], полученные при учете гораздо большего числа состояний, выше экспериментальных данных приблизительно на ту же величину.

Дальнейшее уточнение оценки для  $\dot{\omega}_s$  в HSA-подходе связано прежде всего с аккуратным учетом неадиабатических поправок, т.е. вклада от следующих оболочек, ядерных сил и уточнением асимптотических эффективных потенциалов, необходимых для прецизионного расчета уров-

ней энергии и волновых функций  $dt_{\mu}$ . Требуется также уточнить вид волновой функции конечного состояния и саму формулу (19). Указанный круг вопросов будет рассмотрен в нашей следующей работе.

В заключение авторы благодарят В.С. Мележика за полезные обсуждения, Н.И. Говоруна и Л.И. Пономарева - за поддержку работы.

Таблица 2. Зависимость энергии связи  $\epsilon_{00}$  от числа элементов  $n_{\alpha}$  ( $R_{max} = 50$ )

Энергия связи (эВ)	Число уравнений	$n_{\alpha}$		
		200	400	600
$\epsilon_{00}$	1	317,35491	317,35496	317,35496
	2	317,41434	317,42076	317,42081

Таблица 3. Зависимость значений интеграла  $I_{ll'j}(R)$  от гиперрадиуса  $R$  для некоторых значений  $l, l', j$

$l, l', j$	$R$					
	0,1	0,5	1	3	6	10
0 0 1	,196E+2	,793E+0	,103E+0	,393E-3	,735E-6	,106E-8
0 0 2	-,239E+1	-,140E+0	-,260E-1	,712E-4	-,838E-6	-,133E-8
1 1 1	,611E+1	,247E+1	,321E+0	,122E-2	,231E-5	,349E-8
1 1 2	-,747E+1	-,437E+0	-,810E-1	,222E-3	-,262E-5	-,427E-8
2 2 1	,938E+2	,380E+1	,494E+1	,188E-2	,354E-5	,525E-8
2 2 2	-,115E+2	-,671E+0	-,125E+0	,341E-3	-,401E-5	-,489E-8
1 0 1	-,437E-6	-,503E-6	-,522E-6	-,181E-7	,105E-8	,172E-10
1 0 2	-,244E-2	-,201E-3	-,385E-4	,526E-5	-,254E-6	-,120E-8

Таблица 4. Зависимость значений интеграла  $I_{ij}^N(R)$  от гиперрадиуса  $R$  для некоторых значений  $i$  и  $j$

$i, j$	$R$					
	0,1	0,5	1	3	8	10
1 1	,345E+4	,566E+1	,956E-1	,139E-5	,492E-11	,115E-15
1 2	-,422E+3	-,998E+0	-,241E-1	,247E-4	-,561E-11	-,135E-16
2 2	,516E+2	,177E+0	,608E-2	,455E-7	,665E-11	,224E-16

Таблица 5. Значения коэффициента прилипания  $\omega_s^i$  (в процентах) для различных конечных состояний  $(\mu^4\text{He})_{nl}$  в зависимости от числа  $N_{\alpha}$  уравнений в системе (12) (учет первой оболочki).  $R_{max} = 21$ ,  $n_n = 4$ ,  $n_{\alpha} = 52$ ,  $N(v=0) = 1127,8$ ,  $N(v=1) = 820,1$ .

$nl$	Ad. <sup>x)</sup>	$j=0, v=0$		$j=0, v=1$	
		$N_{\alpha} = 1$	$N_{\alpha} = 2$	$N_{\alpha} = 1$	$N_{\alpha} = 2$
1s	0,13	0,2673	0,2771	0,2719	0,2821
2s	0,02	0,0271	0,0282	0,0275	0,0287
2p	0,0008	0,0095	0,0101	0,0087	0,0102
3s	0,004	0,0077	0,0080	0,0078	0,0081
3p	0,001	0,0031	0,0033	0,0032	0,0034
3d	0,8E-4	0,28E-5	0,19E-5	0,30E-5	0,21E-5
4s	-	0,0032	0,0033	0,0033	0,0034
4p	-	0,0014	0,0015	0,0014	0,0015
4d	-	0,18E-5	0,13E-5	0,20E-5	0,14E-5
$\omega^{total}$	0,156	0,319	0,332	0,325	0,337

x) Данные работы /26/, полученные в одноуровневом адиабатическом приближении без учета неадиабатических поправок.



Таблица 6. Вероятность прилипания мюона к гелию  $\omega_s$   
 ( в процентах) для  $\vec{j} = \vec{v} = 0$  состояния мезомолекулы  
 $d\pi^+$  <sup>x)</sup>.  $R_{max} = 21$ ,  $n_{\pi} = 4$ ,  $n_{\mu} = 52$

$nl$	/I2/	/I3/	/I4/	/I5/	/I6/	Данная работа
1S	0,689	0,6502	0,6932	0,6826	0,6825	0,2771
2S	0,099	0,0934	0,0992	0,0979	0,0978	0,0282
2p	0,024	0,0238	0,0241	0,0238	0,0238	0,0101
3S	0,030	0,0284	0,0302	0,0297	0,0297	0,0080
3p	0,009	0,0086	0,0087	0,0086	0,0086	0,0033
3d	-	0,0003	-	0,0002	0,0002	0,2E-5
4S	0,013	0,0121	0,0128	0,0127	0,0127	0,0032
4p	-	0,0037	0,0039	0,0039	0,0039	0,0015
4d+4f	-	0,0003	-	0,0001	0,0001	0,2E-5
5S	-	-	0,0066	0,0065	0,0065	0,0017
Все другие	0,031	0,0241	0,018	0,0200	0,0200	0,007
$\omega_s$	0,895	0,845	0,897	0,8860	0,8859	0,339

x) Значение  $\omega_s$  для состояния с  $\vec{j} = 0$ ,  $\vec{v} = 1$  мезомолекулы  $d\pi^+$ ,  
 полученное в настоящей работе в двухуровневом приближении, равно  
 0,345. Другие известные результаты для этого состояния: 0,848/I3/  
 0,8896/I6/.

#### Литература

- Ponomarev L.I., Fiorentini G. Muon Catalyzed Fusion, 1 (1987) 3;  
 Ponomarev L.I. Atomic Physics, 10 (1987) 197.
- Виницкий С.И., Пономарев Л.И. ЭЧАЯ, 13 (1982) 556.
- Masek J. J. Phys. B, 1 (1968) 831.
- Fano U. Rau A.R.P. Atomic collisions and spectra.  
 J.Wiley, New York, 1985.
- Soloviev E.A., Vinitzky S.I., J. Phys. B18 (1985) L557.
- Kadomtsev M.B., Vinitzky S.I. J. Phys., B20 (1987) 5723.
- Абрашкевич А.Г., Виницкий С.И., Касчиев М.С., Пузынин И.В.  
 Препринт ОИЯИ, ПИ-87-749, Дубна, 1987; ЯФ, 48 (1988) 945.

- Герштейн С.С. и др. ЖЭТФ, 78 (1980) 2099.
- Jackson J.D. Phys. Rev., 106 (1957) 330.
- Bracci L., Fiorentini G. Nucl. Phys., A364 (1981) 383.
- Герштейн С.С. и др. ЖЭТФ, 80 (1981) 1690.
- Ceperley D., Alder B.J. Phys. Rev., A31 (1985) 1999
- Bogdanova L.N. et.al. Nucl. Phys., A454 (1986) 653.
- Hu C.-Y. Phys. Rev., A34 (1986) 2536.
- Haywood S.E. et al. Phys. Rev., A36 (1988) 4256.
- Kamimura M. Talk given at the Muon Catalyzed Fusion Workshop,  
 1988. Sanibel Island, Florida, 1-6 May 1988.
- Jones S.E. et al. Phys. Rev. Lett., 56 (1986) 588.
- Breunlich W.H. et al. Phys. Rev. Lett., 58 (1987) 329.
- Cohen J.S. Phys. Rev. Lett., 58 (1987) 1407;  
 Markushin V.E. Muon Catalyzed Fusion, 3 (1988) 395.
- Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 9 (1939) 1163; Зельдович Я.Б. ЖЭТФ,  
 33 (1957) 310.
- Motovilov A.K. et al. Preprint JINR, E4-88-291, Dubna, 1988.
- Виницкий С.И. и др. Препринт ОИЯИ, Р4-88-612, Дубна, 1988.
- Пайерлс Р. Сюрпризы в теоретической физике. М., Наука, 1988.
- Виницкий С.И. и др. Препринт ОИЯИ, Р4-88-532, Дубна, 1988.
- Botero J., Greene C.H. Phys. Rev. Lett., 56 (1986) 1366;  
 Botero J. Phys. Rev., A35 (1987) 36.
- Botero J., Masek J.H. Preprint of Freiburg university,  
 Freiburg, 1987.
- Фок В.А. Изв. АН СССР, Сер. физ., 18 (1954) 161;  
 Fock V. Det. Kgl. Vidensk. Selsk. Forbandl., 31 (1959) 138.
- Виницкий С.И. и др. ЖЭТФ, 79 (1980) 698.
- Puzynin I.V., Vinitzky S.I. Muon Catalyzed Fusion, 3 (1988) 307.

Рукопись поступила в издательский отдел  
 11 октября 1988 года.