

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

В 486

P4-88-612 e

С.И.Виницкий, В.М.Дубовик, Ю.А.Куперин*,
Б.Л.Марковски, Ю.Б.Мельников*

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ
ЯДЕРНОЙ РЕАКЦИИ $d + t \rightarrow n + \alpha$
В РАМКАХ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

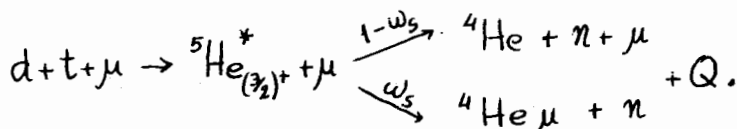
Направлено на Международный семинар
"Микроскопические методы в теории систем
нескольких частиц", Калинин, август 1988 г.
и в "Journal of Physics"

* Ленинградский государственный университет

I. Введение

В процессе решения многотельных задач квантовой механики неизбежно приходится переходить к модельным представлениям, уменьшающим известные вычислительные трудности этих задач. При этом возникает вопрос выбора той или иной модели и связи ее с исходной задачей. Целью настоящей работы является получение в рамках адиабатического подхода ^{1-4/} точных (безмодельных) уравнений для функции относительного движения кластеров входного и выходного каналов реакции ядерного синтеза $d+t \rightarrow n+d$ и явное выделение в этих уравнениях объектов, которые необходимо моделировать. Таким образом, в первую очередь таким оказывается эффективный энергозависящий потенциал, описывающий влияние закрытых каналов. Модальное представление для такого потенциала завершает переход от полной 5-тельной задачи к конкретной модели.

Исследование реакции $d+t \rightarrow n+d$ в рамках такого подхода стимулируется давно стоящей проблемой оценки практической эффективности мюонного катализа синтеза



Эффективность этой реакции определяется прежде всего значением ω_s вероятности прилипания мезона к гелию ^{13/}. В многочисленных работах ^{5-12/}, посвященных этой проблеме, многотельный и многоканальный характер этой задачи вынуждает упрощать представления для операторов связи каналов, эффективных взаимодействий и т.п. В работе ^{15/}, использующей трехканальную модель реакции μ -катализа, операторы связи каналов приводят к дополнительному энергозависящему взаимодействию в окончательных уравнениях Фаддеева. Параметры этого взаимодействия частично извлекаются подгонкой данных по резонансу ${}^5\text{He}_{(3/2)^+}^*$. Однако выбор вида операторов связи каналов и их параметров может существенно сказаться на окончательных уравнениях. Этим определяется интерес к нахождению эффективных потенциалов на основе точных уравнений полной многотельной ядерной задачи $d+t \rightarrow n+d$ и выделению их существенных свойств, которые следует учитывать при моделировании. Кроме того, этот подход позволил бы проследивать на каждом

этапе моделирования связь и отличия между модельными подходами и точной задачей.

Рассмотрение основано на объединении техники адиабатических разложений (в ее геометрическом аспекте /1/) с методом проецирования Фешбаха на открытые каналы /13/. Такой подход позволяет использовать локальные адиабатические представления в физически естественных областях /17/.

В работе найдены эффективные уравнения на функции межкластерного движения и вычислено их асимптотическое поведение. Обсуждена также асимптотика соответствующих потенциалов при разведении кластеров. Прделанный в работе анализ позволяет попутно проследить связь точных уравнений в адиабатическом представлении с популярной моделью резонирующих групп (МРГ) /12,14/.

2. Постановка задачи

Рассмотрим систему $d+t$ как систему пяти бесспиновых частиц в области энергий $-28, 37 \text{ МэВ} \leq E \leq -10 \text{ МэВ}$, энергия отсчитывается от порога полного развала (от рис.1).

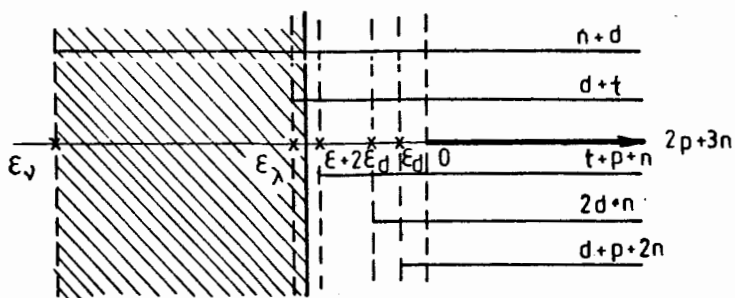


Рис.1. Расположение порогов каналов в системе $d+t$

$E_d = -2,29 \text{ МэВ}$ - энергия связи дейтрона (порог канала $d+p+2n$), $E_t = -8,48 \text{ МэВ}$ - энергия связи трития - порог канала $t+p+n$, $E_\lambda = E_d + E_t = -10,77 \text{ МэВ}$ - порог канала $d+t$, $E_\nu = E_{4\text{He}}$ = энергия связи ${}^4\text{He}$ (порог канала $n+d$), $Q = E_d + E_t - E_{4\text{He}} = 17,6 \text{ МэВ}$ - энергодельта реакции $d+t \rightarrow n+d$. Заштрихована исследуемая область энергий.

После отделения центра масс системы пяти тел гамильтониан при фиксированной кластеризации a_e (ℓ - число кластеров) удобно записать в виде

$$H = -\Delta_{x_{a_e}} - \Delta_{y_{a_e}} + V. \quad (1)$$

Здесь координаты Якоби x_{a_e}, y_{a_e} введены следующим образом: $x_{a_e} \in \mathbb{R}^{15-3\ell}$ - набор приведенных координат нуклонов относительно центра масс "своего" кластера в кластеризации a_e ; $y_{a_e} \in \mathbb{R}^{3(\ell-1)}$ - набор приведенных межкластерных координат.

Через V обозначена сумма всех межнуклонных взаимодействий.

Запись гамильтониана в виде (1) соответствует представлению гильбертова пространства состояний $\mathcal{G} = L^2(\mathbb{R}^{12})$ в карте, отвечающей кластеризации a_e в виде

$$\mathcal{G} = L^2(\mathbb{R}^{3(\ell-1)}_{y_{a_e}}) \times L^2(\mathbb{R}^{15-3\ell}_{x_{a_e}}). \quad (2)$$

В интересующей нас области энергий открыты лишь двухкластерные каналы реакции ($\ell = 2$), поэтому везде ниже будем опускать в записи индекс ℓ , полагая его равным 2.

Будем использовать рассечение пространства \mathcal{G} /1/ с базой $\mathcal{B}^a = \mathbb{R}^a_{y_a}$ и типовым слоем $\mathcal{F}_{y_a} \sim L^2(\mathbb{R}^a_{x_a})$. Тогда при любом выборе ортонормированного базиса $\{\varphi^k(x_a, y_a)\}$ в каждом слое \mathcal{F}_{y_a} , зависящем от точки базы $y_a \in \mathcal{B}^a$ как от параметра, справедливо представление

$$\Psi(X) = \sum_k \chi^k_a(y_a) \varphi^k_a(x_a, y_a). \quad (3)$$

Здесь $\Psi(X)$ - полная волновая функция системы, удовлетворяющая уравнению Шредингера

$$(H - E)\Psi(X) = 0, \quad X \in \mathbb{R}^{12}. \quad (4)$$

Через $\chi^k_a(y_a)$ обозначены коэффициенты разложения Ψ по подвижному гильбертову реперу $\{\varphi^k(y_a, \cdot)\}$.

Функции $\{\varphi^k(x_a, y_a)\}$ будем выбирать специальным образом. Именно, разобьем суммарное взаимодействие $V \equiv V(x_a, y_a)$ на две части:

$$V(x_a, y_a) = V_a^{\text{int}}(x_a) + V_a^{\text{ext}}(x_a, y_a), \quad (5)$$

где V^{int} включает в себя взаимодействия между частицами, объединенными в одном кластере, а $V_a^{ext}(x_a, y_a)$ — между частицами из разных кластеров. Далее, выделим в V_a^{ext} часть, зависящую лишь от межкластерной координаты y_a :

$$V_a^{eff}(y_a) \equiv \int |\Phi_a(x_a)|^2 V_a^{ext}(x_a, y_a) dx_a, \quad (6)$$

$$\hat{V}(x_a, y_a) \equiv V_a^{ext}(x_a, y_a) - V_a^{eff}(y_a). \quad (7)$$

Через $\Phi_a(x_a)$ обозначена функция основного состояния невзаимодействующих кластеров в кластеризации α . Будем обозначать кластеризацию, отвечающую каналу $d+t$, буквой λ , а каналу $n+d$ буквой ν . Тогда $\Phi_\lambda(x_a) = \Phi_d \Phi_t$ — приведение волновых функций дейтерия и трития, а $\Phi_\nu(x_a) = \Phi_{He}$ — волновая функция ядра ${}^4He \equiv d$. Отметим, что у ядер $d, t, {}^4He$ нет возбужденных состояний, что существенно упрощает анализ в рамках сформулированного подхода.

В соответствие с (5)–(7) полный гамильтониан (I) можно записать в виде

$$H = [-\Delta_{y_a} + V_a^{eff}(y_a)] \otimes I + H'_a, \quad (8)$$

где

$$H'_a = h_a \otimes I + \hat{V}(x_a, y_a), \quad (9)$$

$$h_a \equiv -\Delta_{x_a} + V_a^{int}(x_a). \quad (10)$$

Операторы H и H'_a действуют в пространстве \mathcal{G} , а оператор h_a — в $L^2(\mathbb{R}^3_{x_a})$. В соответствии с используемым расслоением пространства \mathcal{G} оператор H'_a можно разложить в прямой интеграл

$$H'_a = \int \oplus H'_a(y_a) dy_a, \quad (11)$$

где $H'_a(y_a)$ суть операторы в $\mathcal{F}_{y_a} \sim L^2(\mathbb{R}^3_{x_a})$ и параметрически зависят от точки базы $y_a \in \mathcal{B}^a$. Операторы $H'_a(y_a)$ самосопряжены на областях определения $\mathcal{D}(H'_a(y_a)) = \mathcal{D}(-\Delta_{x_a}) \in \mathcal{F}_{y_a}$, и следовательно, их собственные функции образуют ортонормированный базис в слое \mathcal{G} . Именно этот базис и будем использовать в разложении (3):

$$H'_a(y_a) \psi_a^k(x_a, y_a) = \varepsilon_a^k(y_a) \psi_a^k(x_a, y_a). \quad (12)$$

Собственные значения $\varepsilon_a^k(y_a)$ представляют собой термы в $\mathbb{R}^3_{y_a}$. Отметим, что наличие непрерывного спектра у реперных гамильтонианов $H'_a(y_a)$ обязывает понимать сумму в разложении (3) в обобщенном смысле — как суммирование по дискретному спектру и интегрирование по непрерывному.

Подстановка представления (3) в уравнение Шредингера (4) с учетом (8)–(12) приводит к зацепляющейся системе уравнений на коэффициенты $\{\chi_a^k(y_a)\} = \vec{\chi}_a(y_a)$,

$$[-(\nabla_{y_a} + A_a)^2 + \text{diag}\{\varepsilon_a^k(y_a)\} + (V_a^{eff}(y_a) - E)] \vec{\chi}_a(y_a) = 0, \quad (13)$$

где оператор A_a определяет связность, ассоциированную с используемой геометрической конструкцией I/I' , и задается бесконечномерной матрицей

$$A_{nm} = \langle \nabla_{y_a} \psi_a^m, \psi_a^n \rangle. \quad (14)$$

Здесь $\langle \cdot, \cdot \rangle$ обозначено скалярное произведение в $L^2(\mathbb{R}^3_{x_a})$

3. Эффективные уравнения

Исследование бесконечномерного векторного уравнения (13) наталкивается на ряд серьезных трудностей и не вполне отвечает целям настоящей работы. Поэтому мы воспользуемся некоторым обобщением метода проецирования Фешбаха I/I' , что позволит разделить вклады открытых и закрытых по энергии каналов и получить более удобные уравнения.

Выделяя в спектре реперных гамильтонианов $H'_a(y_a)$ наименьшее собственное число $\varepsilon_a^0(y_a)$, определим спектральные проекторы:

$$P_a(y_a) = -\frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma(y_a)} (H'_a(y_a) - z)^{-1} dz, \quad (15)$$

где контур $\Gamma(y_a)$ изображен на рис.2. Интегрируя на базе $\mathcal{B}^a \approx \mathbb{R}^3_{y_a}$, введем оператор

$$P_a = \int \oplus P_a(y_a) dy_a. \quad (16)$$

Легко видеть, что P_a действует в \mathcal{G} по правилу

$$P_a F = \int F(x) \overline{\psi_a^0(x'_a, y_a)} dx'_a \psi_a^0(x_a, y_a) = \langle F, \psi_a^0 \rangle \psi_a^0. \quad (17)$$

Разлагая пространство \mathcal{G} в ортогональную сумму

$$\mathcal{G} = P_a \mathcal{G} + Q_a \mathcal{G}, \quad (18)$$

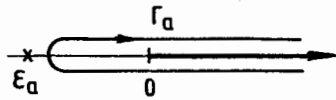


Рис.2.

Спектр реперного гамильтониана.

$$Q_a \equiv I - P_a, \quad (19)$$

представим полную волновую функцию $\Psi(x)$ в виде

$$\Psi = P_a \Psi + Q_a \Psi = \langle \Psi, \varphi_a^0 \rangle \varphi_a^0 + Q_a \Psi. \quad (20)$$

Представление (20) отвечает разделению вкладов открытых и закрытых в интересующей нас области энергий каналов (так как в обеих кластеризациях $d+t$ и $n+d$ в рассматриваемой области энергий открыт только один канал). При этом адиабатическое представление вида (3) осуществляется только на открытых каналах и $\chi_a^0 \equiv \langle \Psi, \varphi_a^0 \rangle$.

Подставляя (20) в уравнение Шредингера (4) и проецируя на $P_a \mathcal{G}$ и $Q_a \mathcal{G}$, получим систему

$$\langle H(\varphi_a^0, \chi_a^0), \varphi_a^0 \rangle - E \chi_a^0 - \langle H Q_a \Psi, \varphi_a^0 \rangle = 0, \quad (21)$$

$$(Q_a H Q_a - E) Q_a \Psi + Q_a H(\varphi_a^0, \chi_a^0) = 0.$$

Исключая функцию $Q_a \Psi$ из системы (21), получаем уравнение на функцию χ_a^0 , которая описывает относительное движение кластеров в кластеризации a :

$$\langle H(\varphi_a^0, \chi_a^0), \varphi_a^0 \rangle + W_a(E+i0) \chi_a^0 - E \chi_a^0 = 0. \quad (22)$$

Энергозависимый оператор $W_a(E)$, учитывающий вклад закрытых каналов, действует в $L^2(\mathbb{R}_{y_a}^3)$ и имеет вид

$$W_a(E) : \chi(y_a) \rightarrow \langle H Q_a (Q_a H Q_a - E)^{-1} Q_a H(\chi, \varphi_a^0), \varphi_a^0 \rangle, \quad (23)$$

то есть

$$\varphi_a^0 \cdot W_a(E) \cdot \chi(y_a) = P_a H Q_a (Q_a H Q_a - E)^{-1} Q_a H P_a(\chi, \varphi_a^0). \quad (24)$$

Определим связности на открытых и закрытых каналах,

$$A_{00}^a \equiv \langle \nabla_{y_a} \varphi_a^0, \varphi_a^0 \rangle, \quad (25)$$

$$(A_Q^a)^2 \equiv \langle Q_a \nabla_{y_a} \varphi_a^0, Q_a \nabla_{y_a} \varphi_a^0 \rangle, \quad (26)$$

и ковариантную производную

$$D_{0a} \equiv \nabla_{y_a} + A_{00}^a. \quad (27)$$

Тогда нетрудно показать, что

$$\langle \Delta_{y_a} \varphi_a^0, \varphi_a^0 \rangle = \nabla_{y_a} A_{00}^a + (A_{00}^a)^2 - (A_Q^a)^2. \quad (28)$$

Пользуясь свойством (12) реперного гамильтониана $H_a'(y_a)$, имеем

$$\langle H_a'(y_a) \varphi_a^0, \varphi_a^0 \rangle = E_a^0(y_a), \quad (29)$$

что позволяет переписать уравнение (22) в виде, аналогичном (13):

$$\left\{ -D_{0a}^2 + E_a^0(y_a) + V_a^{eff}(y_a) + (A_Q^a)^2 + W_a(E) - E \right\} \chi_a^0(y_a) = 0. \quad (30)$$

Полученное уравнение (30) эквивалентно исходному уравнению Шредингера (4), поскольку в процессе его получения нигде не использовались упрощающие предположения, а лишь строго оправданные представления для полной волновой функции Ψ . Поэтому, разумеется, переход к уравнению (30) не устраняет трудностей многотельной задачи, поскольку в энергозависимые операторы (23) $W_a(E)$ входит многотельная резольвента $Q_a(Q_a H Q_a - E)^{-1} Q_a$. Однако такой подход позволяет явно выделить объект, который необходимо моделировать — энергозависимый оператор $W_a(E)$.

Операторы (23) $W_a(E)$ имеют довольно сложный вид, определяемый резольвентой $Q_a(Q_a H Q_a - E)^{-1} Q_a$ в подпространстве $Q_a \mathcal{G}$. Строгий анализ их аналитических и асимптотических свойств представляет собой отдельную нетривиальную задачу. Здесь мы ограничимся некоторыми замечаниями, исходя из общих соображений для такого анализа.

Асимптотически, при больших межкластерных расстояниях, резольвента $G_a(E) = Q_a(Q_a H Q_a - E)^{-1} Q_a$ представима в виде [15]

$$G_a(E) \underset{|y_a| \rightarrow \infty}{\sim} \oint_{\Gamma_a} (-\Delta_{x_a} + V_a^{int}(x_a) - Z)^{-1} (-\Delta_{y_a} + V_a^{eff}(y_a) - E + Z)^{-1} dZ, \quad (31)$$

где контур Γ_a изображен на рис.3. Анализ трехтелной ситуации, проведенный в [15], позволяет предположить следующее связанное с (31) асимптотическое поведение $W_a(E)$:

$$(W_a(E) \chi_a)(y_a) \underset{|y_a| \rightarrow \infty}{\sim} \Xi / |y_a|^4, \quad (32)$$

где величина Ξ играет роль поляризуемости кластеров.

Аналитические по энергии свойства оператора $W_a(E)$ определяются аналитическими свойствами $G_a(E)$. Оператор $W_a(E)$

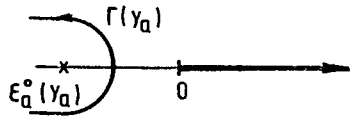


Рис.3.
Спектр оператора G_a .

вообще говоря, несимметричен:

$$\text{Im } W_a(E) = \frac{1}{2i} (W_a(E) - W_a^*(E)) = -\frac{1}{\varphi_a^0} P_a H \varphi_a(E) H P_a (\varphi_a^0), \quad (33)$$

где $\varphi_a(E)$ - скачок резольвенты $G_a(E)$ на непрерывном спектре:

$$\varphi_a(E) = -\frac{1}{2i} (G_a(E+i0) - G_a(E-i0)). \quad (34)$$

Пользуясь для ядра резольвенты $G_a(x, x', E)$ в асимптотике при $|y_a| \rightarrow \infty$ представлением [16]

$$-\frac{1}{\pi} G_a(x, x', E) \underset{|y_a| \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{(2\pi)^6} \int \psi_0(x) \psi_0^*(x') \delta(p^2 - E) dp + \quad (35)$$

$$+ \frac{1}{(2\pi)^3} \int \psi_b(x) \psi_b^*(x') \delta(q_b^2 + \varepsilon_b - E) dq_b,$$

где ψ_0, ψ_b - волновые функции канала полного развала и канала $b \neq a$ соответственно, ε_b - порог канала b , видим, что мнимая часть $W_a(E)$ в асимптотике $|y_a| \rightarrow \infty$ становится нетривиальной при $E \geq \varepsilon_b$, т.е. там, где открывается другой канал реакции.

4. Асимптотические граничные условия

Уравнения (30) на функцию относительного движения кластеров $\chi_a^0(y_a)$ в кластеризации a необходимо снабдить асимптотическими граничными условиями. Для рассматриваемой задачи эта процедура сильно упрощается по сравнению с общим случаем, поскольку открыты лишь двухкластерные каналы. Граничные условия могут быть извлечены из асимптотик для компонент Фаддеева-Якубовского волновой функции ψ [16, I]. Поскольку открыты лишь двухкластерные каналы, кроме плоской волны входного канала

$$\psi_p = \Phi_\lambda(x_\lambda) \exp\{i(p_\lambda y_\lambda)\} \cdot C_p, \quad (36)$$

где $\Phi_\lambda(x_\lambda) = \Phi_a \cdot \Phi_t$ - произведение функций состояния ядер a и t , p_λ - импульс, сопряженный к y_λ (в канале $a+t$: $a=\lambda$), в

асимптотике $\psi(x)$ вне особых направлений присутствуют лишь сферические волны в \mathbb{R}^3 ,

$$J_a(y_a, E) = \exp\{i\sqrt{E - \varepsilon_a} |y_a|\} |y_a|^{-1} \cdot C_a; \quad a = \lambda, \nu. \quad (37)$$

Здесь $\varepsilon_a = \lim_{|y_a| \rightarrow \infty} \varepsilon_a^0(y_a)$ - порог канала a , $C_\nu = 1, C_\lambda, C_p$ - искажающие кулоновские множители [16, I, 7].

Таким образом,

$$\psi(x, p_\lambda) \underset{|x| \rightarrow \infty}{\sim} \Phi_\lambda(x_\lambda) e^{i(p_\lambda y_\lambda)} C_p + \sum_{a=\lambda, \nu} F_{a\lambda}(\hat{y}_a, p_\lambda) e^{i\sqrt{E - \varepsilon_a} |y_a|} |y_a|^{-1} C_a, \quad (38)$$

где $F_{a\lambda}(\hat{y}_a, p_\lambda)$ - соответствующие амплитуды. В силу ортонормированности базиса $\{\varphi_a^0, \chi_a^0 = \langle \psi, \varphi_a^0 \rangle\}$, что позволяет получить из (38) асимптотику для $\chi_a^0(y_a)$ при $|y_a| \rightarrow \infty$. Поскольку $\varphi_a^0(x_a, y_a)$ - функция основного связанного состояния оператора $H_a(y_a)$, то

$$\varphi_a^0(x_a, y_a) \underset{|y_a| \rightarrow \infty}{\sim} \Phi_a(x_a), \quad (39)$$

где $\Phi_a(x_a)$ - функция основного связанного состояния не взаимодействующих кластеров. Тогда

$$\chi_a^0(y_a) = \langle \psi, \varphi_a^0 \rangle \underset{|y_a| \rightarrow \infty}{\sim} \int C_p \Phi_\lambda(x_\lambda) e^{i(p_\lambda y_\lambda)} \overline{\Phi_a(x_a)} dx_a + \quad (40)$$

$$+ \sum_{b=\lambda, \nu} \int F_{b\lambda}(\hat{y}_b, p_\lambda) C_b e^{i\sqrt{E - \varepsilon_b} |y_b|} |y_b|^{-1} \overline{\Phi_a(x_a)} dx_a.$$

Поскольку $\Phi_b(x_b)$ - функция связанных состояний, они локализованы [16] в области малых $|x_b|$:

$$\Phi_b(x_b) \underset{|x_b| \rightarrow \infty}{\sim} f^b \exp\{-\sqrt{E_b} |x_b|\} |x_b|^{-1} (1 + o(1)), \quad (41)$$

поэтому первый член в (40) при $a=\nu$ не дает вклада в асимптотику при $|y_a| \rightarrow \infty$, так как подынтегральное выражение содержит произведение $\Phi_\lambda(x_\lambda) \cdot \overline{\Phi_\nu(x_\nu)}$. При $a=\lambda$ в этом слагаемом экспонента выносится за знак интеграла; то же происходит во втором слагаемом при $a=b$. Остается рассмотреть перекрестные ($a \neq b$) члены во втором слагаемом (40). Наличие множителя $\overline{\Phi_a(x_a)}$ в подынтегральном выражении локализует интеграл в области малых $|x_a|$; это означает, что при $|y_a| \rightarrow \infty$ в старшем порядке y_b под знаком

интеграла можно заменить на C^{ba} , где C^{ba} - часть ортогональной матрицы преобразования координат Якоби ($y_b = C^{ba} y_a - S^{ba} x_a$). Таким образом, в старшем порядке имеем в канале $n+d$:

$$x_\nu^0(y_\nu) \sim_{|y_\nu| \rightarrow \infty} F_{\nu\lambda}(\hat{y}_\nu, p_\nu) e^{i\sqrt{E-\epsilon_\nu}|y_\nu|} |y_\nu|^{-1} \int \overline{\Phi_\nu(x_\nu)} dx_\nu + \\ + F_{\lambda\lambda}(\hat{y}_\nu, p_\lambda) C_\lambda' e^{i\sqrt{E-\epsilon_\lambda}|C^{\lambda\nu} y_\nu|} |C^{\lambda\nu} y_\nu|^{-1} \int \overline{\Phi_\nu(x_\nu)} dx_\nu, \quad (42)$$

в канале $d+t$:

$$x_\lambda^0(y_\lambda) \sim_{|y_\lambda| \rightarrow \infty} C_p e^{i(p_\lambda y_\lambda)} + F_{\lambda\lambda}(\hat{y}_\lambda, p_\lambda) C_\lambda e^{i\sqrt{E-\epsilon_\lambda}|y_\lambda|} \quad (43)$$

$$|y_\lambda|^{-1} \int \overline{\Phi_\lambda(x_\lambda)} dx_\lambda + F_{\nu\lambda}(\hat{y}_\lambda, p_\lambda) e^{i\sqrt{E-\epsilon_\nu}|C^{\nu\lambda} y_\lambda|} |C^{\nu\lambda} y_\lambda|^{-1} \int \overline{\Phi_\lambda(x_\lambda)} dx_\lambda.$$

Выражения (42), (43) задают асимптотические граничные условия для уравнений (30) на функции относительного движения кластеров $\chi_a^0(y_a)$ в упругом ($a=\lambda$) канале и канале перестройки

$$d+t \rightarrow n+d \quad (a=\nu).$$

Проецирование на открытые каналы сохраняет единственный терм $\epsilon_a^0(y_a)$, играющий роль эффективного потенциала в уравнении (30). Для этого термина сравнительно легко может быть вычислена асимптотика при $|y_a| \rightarrow \infty$. Согласно (12), $\epsilon_a^0(y_a)$ есть собственное число оператора $H_a^0(y_a) = h_a + V(x_a, y_a)$. Будем рассматривать оператор $h_a = -\Delta_{x_a} + V_a^{int}(x_a)$ как невозмущенный гамильтониан, а потенциал $V_a(x_a, y_a)$, определяемый формулами (6), (7), - как возмущение. В кластеризации $n+d$ межкластерное взаимодействие является быстроубывающим

$$V_\nu^{ext}(x_\nu, y_\nu) = o(|y_\nu|^{-N}), \quad \forall N > 0, |y_\nu| \rightarrow \infty,$$

а потому при $|y_\nu| \rightarrow \infty$ и

$$\hat{V}_\nu(x_\nu, y_\nu) = V_\nu^{ext}(x_\nu, y_\nu) - \int |\Phi_{\nu\kappa}(x_\nu)|^2 V_\nu^{ext}(x_\nu, y_\nu) dx_\nu = o(|y_\nu|^{-N}), \quad \forall N > 0. \quad (44)$$

Напротив, в кластеризации $d+t$ межкластерное взаимодействие содержит кулоновский член

$$V_\lambda^{ext}(x_\lambda, y_\lambda) = B |x_{pp}|^{-1} + o(|y_\lambda|^{-N}), \quad \forall N > 0, |y_\lambda| \rightarrow \infty,$$

где B - приведенный заряд, x_{pp} - приведенная межпротонная координата. Вектор $x_{pp} \in \mathbb{R}^3$, с помощью якобиевых массовых матриц преобразования \tilde{C} , \tilde{S} , можно выразить через x_λ, y_λ :

$$x_{pp} = \tilde{C} x_\lambda + \tilde{S} y_\lambda.$$

Тогда

$$V_\lambda^{ext}(x_\lambda, y_\lambda) \sim_{|y_\lambda| \rightarrow \infty} B |y_\lambda|^{-1} |\tilde{C} \frac{x_\lambda}{|y_\lambda|} + \tilde{S} \hat{y}_\lambda|^{-1}.$$

При этом

$$V_\lambda(x_\lambda, y_\lambda) \sim_{|y_\lambda| \rightarrow \infty} B |y_\lambda|^{-1} \left\{ |\tilde{C} \frac{x_\lambda}{|y_\lambda|} + \tilde{S} \hat{y}_\lambda|^{-1} - \int |\Phi_\lambda(x_\lambda)|^2 dx_\lambda \right\} \quad (45)$$

$$x \left\{ |\tilde{C} \frac{x_\lambda}{|y_\lambda|} + \tilde{S} \hat{y}_\lambda|^{-1} dx_\lambda \right\} \sim B |y_\lambda|^{-1} \left\{ |\tilde{C} \frac{x_\lambda}{|y_\lambda|} + \tilde{S} \hat{y}_\lambda|^{-1} - |\tilde{S}|^2 \right\}.$$

Последний переход оправдан локализацией $\Phi_\lambda(x_\lambda)$ в области малых $|x_\lambda|$ и нормировкой $\|\Phi_\lambda(x_\lambda)\| = 1$. Представим \hat{V}_λ в виде $\hat{V}_\lambda = |y_\lambda|^{-1} v_\lambda$, где

$$v_\lambda \equiv |y_\lambda| \hat{V}_\lambda \sim_{|y_\lambda| \rightarrow \infty} B \left\{ |\tilde{C} \frac{x_\lambda}{|y_\lambda|} + \tilde{S} \hat{y}_\lambda|^{-1} - |\tilde{S}|^2 \right\}, \quad (46)$$

и будем рассматривать $|y_\lambda|^{-1}$ как параметр малости возмущения оператора h_a .

Тогда методами теории возмущений [18] для термина $\epsilon_\lambda(y_\lambda)$ при $|y_\lambda| \rightarrow \infty$ получим

$$\epsilon_\lambda^0(y_\lambda) = \epsilon_\lambda - \frac{1}{|y_\lambda|^4} B^2 |\tilde{S}|^{-2} \int \frac{v_{0\kappa} v_{\kappa 0}}{k^2 - \epsilon_\lambda} dk [1 + o(1)], \quad (47)$$

где ϵ_λ - порог канала $d+t$:

$$h_\lambda \Phi_\lambda = \epsilon_\lambda \Phi_\lambda,$$

а коэффициенты $v_{0\kappa}, v_{\kappa 0}$ определяются соотношениями

$$v_{0\kappa} = \langle \Phi_\lambda, v_\lambda \Phi(\kappa, x) \rangle; \quad v_{\kappa 0} = \langle \Phi(\kappa, x), v_\lambda \Phi_\lambda \rangle. \quad (48)$$

Через $\phi(k, \chi)$ обозначены собственные функции непрерывного спектра оператора h_λ :

$$(h_\lambda - k^2) \phi(k, \chi) = 0. \quad (49)$$

Для канала $n+d$ в силу (44) аналогичные вычисления (47) дают асимптотику при $|y| \rightarrow \infty$,

$$\xi_\nu(y_\nu) = \varepsilon_\nu + o(|y_\nu|^{-N}), \quad \forall N > 0, \quad (50)$$

где ε_ν - порог канала $n+d$.

5. Связь с МРГ

Обсудим связь описанной выше схемы с моделью МРГ. Как известно, в модели МРГ для волновой функции используется следующий анзац

$$\Psi_{\text{RGM}} = \mathcal{A} \left\{ \phi(x) \chi(y) \right\} = \phi(x) \chi(y) + \sum_{P \neq I} (-1)^P P \left\{ \phi(x) \chi(y) \right\}, \quad (51)$$

где \mathcal{A} означает антисимметризатор по всем перестановкам P частиц, $(-1)^P$ - знак перестановки, I - тождественная перестановка, x, y - пара многомерных координат Якоби, введенных, как в разделе I. В качестве $\phi(x)$ выбираются функции, моделирующие внутрикластерные состояния. При подстановке анзаца (51) в уравнение Шредингера и последующем проецировании на $\phi(x)$ получаем известные уравнения МРГ

$$\langle \phi(x) | H - E | \mathcal{A} \{ \phi(x) \chi(y) \} \rangle = 0 \quad (52)$$

на функцию относительного движения кластеров $\chi(y)$.

Перепишем уравнение (52) в виде

$$\left\{ -\Delta_y + \langle V^{\text{ext}}(x, y) \phi(x), \phi(x) \rangle + \langle [-\Delta_x + V^{\text{int}}(x)] \phi(x), \phi(x) \rangle - E \right\} \chi(y) + \mathcal{D} = 0, \quad (53)$$

где $V^{\text{int}}(x)$ - взаимодействия между частицами из одного кластера, $V^{\text{ext}}(x, y)$ - взаимодействия между частицами из разных кластеров.

$$V^{\text{ext}} + V^{\text{int}} = V; \quad \mathcal{D} = \langle (H - E) \sum_{P \neq I} (-1)^P P \{ \phi(x) \chi(y) \}, \phi(x) \rangle -$$

обменные члены, возникающие вследствие наличия антисимметризатора \mathcal{A} . Тогда, если ε - сумма энергий связи невзаимодействующих кластеров (порог канала), отвечающая функции состояния $\phi(x)$, справедливы формулы

$$[-\Delta_x + V^{\text{int}}(x)] \phi(x) = \varepsilon \phi(x) \Rightarrow \langle [-\Delta_x + V^{\text{int}}] \phi(x), \phi(x) \rangle = \varepsilon,$$

$$\langle V^{\text{ext}}(x, y) \phi(x), \phi(x) \rangle = V^{\text{ext}}(y) \quad (\text{согласно (6)}),$$

$$V^{\text{ext}} + \varepsilon = V^{\mathcal{D}} \quad - \text{прямой потенциал МРГ.}$$

Это позволяет переписать уравнение (53) в виде

$$[-\Delta_y + V^{\text{ext}}(y) + \varepsilon - E] \chi(y) + \mathcal{D} = 0. \quad (54)$$

Отсюда видно, что, с точностью до обменных членов \mathcal{D} , уравнения МРГ (54) возникает из эффективного уравнения адиабатического подхода (30) путем следующих упрощений:

1. Пренебрежением связностью A_{co} в ковариантной производной \mathcal{D}_0 ;
2. Предельным переходом $|y| \rightarrow \infty$ по межкластерному расстоянию при вычислении термов $\xi^c(y)$ и соответственной заменой $\varphi^0(x, y)$ на $\phi(x)$;
3. Отбрасыванием эффекта закрытых каналов, проявляющихся в виде энергозависящего потенциала $W(E)$ и связности A_Q .

Отсутствие обменных членов в уравнении (30) объясняется тем, что используемое в адиабатическом подходе представление (20) для полной волновой функции Ψ является не анзацем, а строго оправданным представлением для точного решения многоклеточного уравнения Шредингера. Таким образом, уравнение (30) эквивалентно исходному уравнению Шредингера (4). Это позволяет не заботиться заранее об антисимметричности волновой функции Ψ относительно перестановки нуклонов, поскольку полный гамильтониан H всегда инвариантен относительно такой перестановки. Тем самым антисимметризацию можно проводить уже после решения уравнения Шредингера. Практически это означает, что все обменные эффекты "запрятаны" в оператор $W(E) + (A_Q)^2$.

Заключение

На основе развитого подхода по экспериментальным данным /4/ реакции $d + t \rightarrow {}^4\text{He} + n$ можно зафиксировать параметры энергозависящего потенциала $W(E)$ в трехканальной модели реакции мюонного катализа /5/. Это позволит нам вычислить коэффициент прилипания ω_3 в корректной формулировке фаддеевских уравнений для выходного канала $\mu + {}^4\text{He} + n$. Результаты этих расчетов будут опубликованы в последующих работах.

Авторы благодарят М.Даноса, И.В.Комарова, С.П.Меркурьева и Б.С.Павлова за полезные обсуждения, а также В.Г.Кадмшевского и Л.И.Пономарева за поддержку работы.

Литература

1. С.И.Виницкий, В.М.Дубовик, Д.А.Куперин, К.А.Макаров, Б.Л.Марковски, Б.С.Павлов. Локальное адиабатическое представление задачи рассеяния в квантовой системе нескольких частиц. Препринт ОИЯИ Р- 87-929, Дубна, 1987, 16 с.
2. J.L. Ballot, M.Fabre de la Ripelle, J.S.Levinger, Phys.Rev. C26, 1982, 230.
3. Yu.V.Petrov, Nature, 285, 1980, 466.
Muon Catalysed Fusion, 1, 1987, 351.
4. M.C.Struensee et al. Phys.Rev. A37, 1988, 340.
5. С.И.Виницкий, Д.А.Куперин, А.К.Мотовилов, А.А.Сузько. Уравнение Фаддеева с дополнительным резонансным каналом в реакции мюонного катализа $dt\mu \rightarrow {}^3\text{He}(\frac{1}{2})^+\mu \rightarrow {}^4\text{He}\mu + n$ Препринт ОИЯИ Р-88-291, Дубна, 1988, 30 с.
6. H.Takahashi, J.Phys. G 12, 1986, L271-277.
7. L.N.Bogdanova et al. Nucl.Phys. A454, 1986, 653.
8. Л.Н.Богданова, В.Е.Маркушин, В.С.Мележик. ЖЭТФ, 81, 1981, с.829.
9. Л.Н.Богданова и др. ЯФ, 1981, 34, с.1191.
10. M.Danos, B.Muller, J.Rafelski. Detuning of Resonant μ -Catalysed Fusion by Muon Stiking. Preprint University of Cape Town, UCT-TP 31/1985.
11. M.Danos, L.C.Blendenharn, A.A.Stahlhofen, J.Rafelski. Theory of Muon Catalysed fusion, Moscow, 7-11 December, 1987.
12. Василевский В.С., Гутич И.Ф., Охрименко И.П. ЯФ, 1987, 46, с.757.
13. Feshbach H. Ann.Phys. 1958, 5, 357.
ibid. 1962, 19, 287.
14. К.Вильдермут, Я.Тан. Единая теория ядра, М., "Мир", 1980.
15. Квицинский А.А., Меркурьев С.П. Эффективный потенциал в задаче рассеяния трех заряженных частиц. ЯФ, 1988 (в печати).
16. С.П.Меркурьев, Л.Д.Фаддеев. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М., "Наука", 1985.

17. С.П.Меркурьев, С.Л.Яковлев. Дифференциальная формулировка задачи рассеяния для системы N тел. Препринт ИТФ АН УССР, ИТФ-82-57Р, Киев, 1982, 23 с.
18. М.Рид, Б.Саймон. Методы современной математической физики, т.1У, М., "Мир", 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 августа 1988 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1.2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. (2 тома)	7 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р. 00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д3.4.17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.
—	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. (2 тома)	13 р. 50 к.
Д1.2-86-888	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. (2 тома)	7 р. 35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. (2 тома)	13 р. 45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986.	7 р. 10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа - 86". Дубна, 1986.	4 р. 45 к.
Д4-87-692	Труды Международного совещания по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Дубна, 1987.	4 р. 30 к.
Д2-87-798	Труды VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1987.	3 р. 55 к.
Д14-87-799	Труды II Международного симпозиума по проблемам взаимодействия мюонов и пионов с веществом. Дубна, 1987.	4 р. 20 к.
Д17-88-95	Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1987.	5 р. 20 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Виницкий С.И. и др.

P4-88-612

Микроскопическое рассмотрение ядерной реакции $d + t \rightarrow n + \alpha$ в рамках адиабатического представления

В рамках адиабатического подхода получены эффективные уравнения для функции относительного движения кластеров входного и выходного каналов ядерной реакции $d+t \rightarrow n+\alpha$. Методом проецирования на открытые каналы построен эффективный энергозависящий потенциал и изучена его асимптотика на больших межкластерных расстояниях. В терминах известной координатной асимптотики микроскопической волновой функции системы пяти тел сформулированы асимптотические граничные условия для эффективной системы уравнений адиабатического представления. Прослежена связь этих уравнений с моделью резонирующих групп.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод авторов

Vinitsky S.I. et al.

P4-88-612

Microscopic Consideration of $d+t \rightarrow n+\alpha$ Nuclear Reaction within the Adiabatic Representation

The effective equations for the cluster relative-motion function of the initial and final channels in the nuclear reaction $d+t \rightarrow n+\alpha$ are derived within the adiabatic approach. The effective energy-dependent potential is constructed by projecting onto the open channels and its asymptotic behaviour at large intercluster distances is studied. The asymptotic boundary conditions for the effective system of equations in the adiabatic representation are formulated in terms of the known coordinate asymptotics of the microscopic wave function of the five-body system. The relation of these equations with the resonating group model is also considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988