сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-88-306

О.М.Князьков*, И.Н.Кухтина

О СХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЙ ДЛЯ ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ И ФОРМФАКТОРОВ НЕУПРУГИХ ПЕРЕХОДОВ

* Ленинградский государственный университет

1988

1. В работе[1] на основе учета обменных нуклон-нуклонных корреляций в формализме матрицы плотности получены замкнутые выражения для нуклонных оптических потенциалов (ОП) и формфакторов неупругих переходов (ФНП). В дальнейшем была учтена зависимость эффективных сил от плотности распределения вещества в ядре, и эти выражения для ОП и ФНП были применены в анализе упругого и неупругого рассеяния нуклонов на ядрах[2]. Обобщенные на случай описания взаимодействия составных частиц с ядрами, они использовались также в анализе рассеяния α-частиц и тяжелых ионов[3]. До сих пор, однако, не рассматривался подробно вопрос о сходимости разложений для полумикроскопических ОП и ФНП. Изучению этого вопроса и посвящена настоящая работа. Во втором разделе представлен новый вывод замкнутых выражений для ОП и ФНП и проведен численный анализ соответствующих разложений. В третьем разделе построено разложение матрицы плотности по параметрам деформации для слабодеформированных ядер и исследован сравнительный вклад компонент матрицы плотности в ФНП.

2. Рассмотрим взаимодействие налетающего нуклона с ядром-мишенью. С учетом прямого и обменного членов для потенциала взаимодействия будем иметь[4]

$$U(\vec{r}) = V_D \int \rho(\vec{r}\,') f(|\vec{r}-\vec{r}\,'|) d\vec{r}\,' + V_E \int \rho(\vec{r},\vec{r}\,') f(|\vec{r}-\vec{r}\,'|) j_0(k(\vec{r})s) d\vec{s}, \quad \vec{s} = \vec{r}\,' - \vec{r}. \tag{1}$$

Здесь V_D и V_E, соответственно, параметры прямой и обменной части эффективных сил, $f(|\vec{r}-\vec{r}\,'|)$ – их радиальная зависимость, $\rho(\vec{r},\vec{r}\,')$ – матрица плотности, $k(\vec{r})$ – локальный импульс.

$$k^2(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(\vec{r}) - \frac{1}{2}(1-\tau_z)V_C(\vec{r})\right]. \tag{2}$$

Перейдем в выражении (1) к безразмерным величинам:

$$U(\vec{r}) = V_D\left[\tilde{U}_0^D(r) + \tilde{U}_1^D(\vec{r}) + V_E/V_D \cdot \tilde{U}^E(\vec{r})\right], \tag{3}$$

$$\tilde{U}^E(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r},\vec{r}\,') f(|\vec{r}-\vec{r}\,'|) j_0(k(\vec{r})s) d\vec{s}. \tag{3a}$$

Здесь в прямой части потенциала выделена сферически-симметричная часть $\tilde{U}_o^D(r)$.

Можно видеть, что для построения $U(\vec{r})$ согласно (I) и (2) необходимо применить итерационную процедуру, поскольку $U(\vec{r})$ входит в правую часть (I) через импульс $K(\vec{r})$ (см. ф.(2)). Для ядер с отличной от нуля динамической деформацией, состояния которых обычно описываются в рамках вибрационной (фононной) модели, ФНП должны быть разложены в ряд по параметрам деформации (см. также /5/). В этом случае непосредственное использование выражения (3а), а также итерационной процедуры невозможно. В поверхностной области ядра при энергии нуклона $E_N \sim 20$ МэВ величина $K(\vec{r})s$ равна примерно 2÷2,5, таким образом, непосредственное разложение $j_o(K(\vec{r})s)$ в ряд по $K(\vec{r})s$ не решает указанной проблемы.

Чтобы получить замкнутые выражения для ОП и ФНП, используем теорему умножения для функции Бесселя $j_o(K(\vec{r})s)$ /6/:

$$j_o(\mu z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} j_n(z) \left(\frac{1-\mu^2}{2} z \right)^n . \qquad (4)$$

Определим μ и z соотношениями

$$\mu \equiv \left[1 - b(\vec{r}) / K_o^2(r) \right]^{1/2}, \qquad (4а)$$

$$K_o^2(r) \equiv \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - U_o^D(r) - \tfrac{1}{2}(1-\tau_z) V_c(r) \right], \qquad (4б)$$

$$b(\vec{r}) \equiv \frac{2m V_D}{\hbar^2} \left[\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + \frac{V_E}{V_D} \tilde{U}^E(\vec{r}) \right], \qquad (4в)$$

$$z(r) \equiv K_o(r) s . \qquad (4г)$$

Подставляя (4а)-(4г) в (4), будем иметь

$$j_o(K(\vec{r})s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} j_n(K_o(r)s) \left[\frac{b(\vec{r})}{K_o^2(r)} \frac{1}{2} K_o(r) s \right]^n . \qquad (5)$$

Подставляя далее разложение (5) в формулу (3а), получим

$$\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + \frac{V_E}{V_D} \tilde{U}^E(\vec{r}) = \tilde{U}_1^D(\vec{r}) + I_o(\vec{r}) + \qquad (6)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \varkappa^n(r) I_n(\vec{r}) \left[\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + \frac{V_E}{V_D} \tilde{U}^E(\vec{r}) \right]^n .$$

Здесь

$$\varkappa(r) = \frac{V_D \, a \, K_o(r)}{2\left[E - U_o^D(r) - \frac{1}{2}(1-\tau_z) V_c(r) \right]} , \qquad (6а)$$

$$I_n(\vec{r}) = \frac{V_E}{n! a^n V_D} \int \rho(\vec{r}, \vec{r}+\vec{s}) f(s) j_n(K_o(r)s) s^n d\vec{s} . \qquad (6б)$$

Соотношение (6) является уравнением для величины $(\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + V_E/V_D \cdot \tilde{U}^E(\vec{r}))$. Ряд в правой части ф.(6) содержит два малых безразмерных параметра. Ими являются величина $\varkappa(r)$, а также отношение $I_n(\vec{r})/I_{n-1}(\vec{r})$. Для конкретности оценок фиксируем выбор эффективных нуклон-нуклонных сил и область энергий. В работах /I-3/ при описании взаимодействия нуклонов и α-частиц низких энергий с ядрами в качестве не зависящей от плотности распределения вещества в ядре части эффективных сил успешно применялись силы Вильдермута-Шмида /7/. Для этих сил $V_D = 20,97$ МэВ, $V_E = 23,64$ МэВ, $a = 1,47$ фм. Используя эти силы при энергиях $E_N = 10÷25$ МэВ для $\varkappa(r)$, согласно (6а), в поверхностной области ядра получаем значения 0.5÷0.6. Вычисления с этими же силами для ядра ^{116}Sn отношений $I_n(\vec{r})/I_{n-1}(\vec{r})$ дают средние (для $n = 1,2,3$) значения в поверхностной области ядра, равные 0,5. Таким образом, среднее значение безразмерного малого параметра, определяющего сходимость ряда в правой части (6) $\varkappa(r) I_n(\vec{r})/I_{n-1}(\vec{r})$, составляет 0,25÷0,3. Свободный член в уравнении (6) $(\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + I_o(\vec{r}))$ при всех z меньше I. Таким образом, решение уравнения (6) может быть построено в виде быстро сходящегося ряда по степеням $\varkappa(r)$. Решая это уравнение методом последовательных приближений и ограничиваясь членами третьего порядка по $\varkappa(r)$, получим

$$\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + \frac{V_E}{V_D} \tilde{U}^E(\vec{r}) = \left[\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + I_o(\vec{r}) \right] \Big\{ 1 + \varkappa(r) I_1(\vec{r}) +$$

$$+ \varkappa^2(r) I_1^2(\vec{r}) + \varkappa^3(r) I_1^3(\vec{r}) + \left[\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + I_o(\vec{r}) \right] \varkappa^2(r) I_2(\vec{r}) \cdot \qquad (7)$$

$$\cdot \left[1 + 3\varkappa(r) I_1(\vec{r}) \right] + \varkappa^3(r) I_3(\vec{r}) \left[\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + I_o(\vec{r}) \right]^2 \Big\} .$$

Формула (7) совместно с выражением (3) является основой для построения ОП и ФНП. Чтобы получить эти величины, необходимо провести разложение по мультиполям:

$$U(\vec{r}) = \sum_{\lambda} C_{\lambda} U_{\lambda}(r) Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}), \tag{8}$$

$$C_{\lambda} = \sqrt{4\pi}, \quad \lambda = 0 \qquad C_{\lambda} = 0, \quad \lambda \neq 0. \tag{9}$$

$$U_1^D(\vec{r}) = \sum_{\lambda}{}' \tilde{U}_{\lambda}^D(r) Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}),$$

$$I_n(\vec{r}) = \sum_{\lambda} I_{\lambda n}(r) Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}). \tag{10}$$

Подстановка (8) и (9)-(10), соответственно, в левую и правую части (3) с учетом (7) и использование стандартной алгебры угловых моментов дает искомые выражения для ОП и ФНП. (Отметим, что введенные в настоящей работе величины $\varkappa(r)$ и $I_{\lambda n}(r)$ отличаются от соответствующих величин из работ[1-3], соответственно, множителями $(a V_D)$ и $(a^n V_D)^{-1}$).

Для проведения численного анализа сходимости выражения (7) рассмотрим вклад обменного члена в сферически-симметричную часть потенциала. Подставляя (7)-(10) в (3), получаем

$$U_0^E(r) = \sum_{n=0}^{3} U_{0n}^E(r), \tag{11}$$

$$U_{00}^E(r) = V_D I_{00}(r), \tag{11а}$$

$$U_{01}^E(r) = V_D I_{00}(r) \varkappa(r) I_{01}(r), \tag{11б}$$

$$U_{02}^E(r) = V_D I_{00}(r) \varkappa^2(r) \left[I_{01}^2(r) + I_{00}(r) I_{02}(r) \right], \tag{11в}$$

$$U_{03}^E(r) = V_D I_{00}(r) \varkappa^3(r) \left[I_{01}^3(r) + 3 I_{00}(r) I_{01}(r) I_{02}(r) + I_{03}(r) I_{00}^2(r) \right]. \tag{11г}$$

Определим величины $\delta_n(r)$, характеризующие вклад отдельных слагаемых из суммы (11) в обменный потенциал:

$$\delta_n(r) \equiv U_{0n}^E(r) \,/\, U_0^E(r). \tag{12}$$

Результаты вычислений величин $\delta_n(r)$ для ядра ^{116}Sn при трех значениях энергии протонов представлены в таблице. Обсудим эти результаты. Наибольший вклад члены второго и третьего порядка по $\varkappa(r)$ дают в обменный потенциал в поверхностной области ядра (r = 4÷5 ф). Этот вклад быстро спадает во внешней области ядра и медленней - во внутренней. С ростом энергии несколько уменьшается вклад в обменный потенциал членов первого и второго порядка. Максимальный вклад этих членов составляет 10% при энергии E_p = 10 МэВ и 5% при E_p = 25 МэВ. Если учесть, что обменный член составляет

25÷30 % от полного потенциала $U_0(r)$, то отсюда следует, что вклад членов третьего порядка по $\varkappa(r)$ в ОП не превышает 3% при энергии E_p = 10 МэВ и 1,5% при E_p = 25 МэВ. Таким образом, из проведенного анализа следует, что для нуклонов с энергией $E_N \geqslant$ 10 МэВ при построении ОП и ФНП вполне можно ограничиться членами второго порядка по $\varkappa(r)$ (при этом надо иметь в виду неопределенности, связанные с выбором эффективных сил и с неучетом поляризационных членов в ОП и ФНП). Если энергия протонов близка к энергии кулоновского барьера, то в этом случае необходим учет большего числа членов в разложении ОП и ФНП по $\varkappa(r)$. В заключение раздела отметим, что величины $\varkappa(r)$ и $I_n(\vec{r})$ слабо зависят от числа нуклонов в ядре, поэтому полученные выводы о сходимости разложений для ОП и ФНП применимы в широкой области изменения массового числа.

2. Матрица плотности $\rho(\vec{r}, \vec{r}')$, входящая в обменный член, может быть, в принципе, построена по одночастичной формуле

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{i=1}^{A} \varphi_i(\vec{r}) \varphi_i^*(\vec{r}'). \tag{13}$$

Однако эта процедура является очень громоздкой даже для легких деформированных ядер[8]. В связи с этим широкое распространение для $\rho(\vec{r}, \vec{r}')$ получило выражение

$$\rho\left(\vec{R} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{R} - \frac{\vec{s}}{2}\right) = \rho(\vec{R}) \, P_{sl}(sK_F(\vec{R})), \tag{14}$$

$$\vec{R} = \frac{\vec{r} + \vec{r}'}{2}, \qquad \vec{s} = \vec{r}' - \vec{r}, \tag{14а}$$

$$P_{sl}(sK_F(\vec{R})) = (3 / sK_F(\vec{R})) j_1(sK_F(\vec{R})), \tag{14б}$$

$$K_F^3(\vec{R}) = \frac{3}{2} \pi^2 \rho(\vec{R}). \tag{14в}$$

Формулы (14) являются первым членом разложения, предложенного в[9], и представляют собой так называемое модифицированное слейтеровское приближение для матрицы плотности $\rho(\vec{r}, \vec{r}')$. Расчеты компонент $\rho_{\lambda 00}(r, s)$ на основе представления (14), проведенные в работе[8], показали, что поведение $\rho_{\lambda 00}(r, s)$, как функции r и s, согласуется с поведением, предсказываемым расчетами по методу Хартри-Фока. Подстановка (14) в (6б) и (7) после разложения по мультиполям (см. ф. (8)-(10)) приведет к выражениям для ФНП.

Как отмечалось в первом разделе, для ядер с динамической деформацией, описываемых в рамках вибрационной модели, необходимо представление ФНП в виде разложений по параметрам β_{λ}. Разложим $\rho(\vec{r})$ в ряд по мультиполям:

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\lambda} C_\lambda \rho_\lambda(r) Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}) . \qquad (15)$$

Для компонент $\rho_\lambda(r)$ используем следующую параметризацию /10/:

$$\rho_\lambda(r) = \beta_\lambda^\rho \, r \left(\frac{r}{R_{0\rho}}\right)^{\nu-2} \frac{d\rho_0(r)}{dr} . \qquad (15а)$$

Здесь параметр ν определяет способ параметризации. Входящая в слейтеровский фактор функция Бесселя $j_1(sK_F(\vec{R}))$ не может быть непосредственно разложена в ряд по $sK_F(\vec{R})$, поскольку в поверхностной области ядра $sK_F(\vec{R}) \sim (1.5 \div 2)$. Чтобы получить разложение $\rho_{sl}(sK_F(\vec{R}))$ по параметрам β_λ, снова применим теорему умножения для функции Бесселя:

$$j_1(\mu' z') = \mu' \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} j_{k+1}(z') \left[\frac{1-(\mu')^2}{2} z'\right]^k . \qquad (16)$$

Определим следующие величины:

$$\mu'(\vec{R}) = \left[1 + K_{1F}^3(\vec{R}) / K_{0F}^3(R)\right]^{1/3} , \qquad (16а)$$

$$K_{0F}^3(R) = \frac{3}{2}\pi^2 \rho_0(R) , \qquad (16б)$$

$$K_{1F}^3(\vec{R}) = \frac{3}{2}\pi^2 {\sum_{\lambda}}' \beta_\lambda^\rho \tilde{\rho}_\lambda(R) Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{R}}) , \qquad (16в)$$

$$z'(R) = sK_{0F}(R) . \qquad (16г)$$

Количество членов, которые нужно оставить в (16), зависит от модели, принятой для описания возбужденных вибрационных состояний ядра-мишени. Будем полагать /11/, что эти состояния являются суперпозицией одно- и двухфононных состояний. В этом случае в (14) должны быть учтены члены первого и второго порядка по β_λ. Подставляя (16а)-(16г) в (16) и учитывая это условие, получим

$$\rho_{sl}(sK_F(\vec{R})) = (3/sK_{0F}(R)) j_1(sK_{0F}(R)) - \qquad (17)$$
$$- (K_{1F}^3(\vec{R}) / K_{0F}^3(R)) j_2(sK_{0F}(R)) .$$

Используя для $K_{0F}(R)$ и $K_{1F}(\vec{R})$ выражения (16б) и (16в), будем иметь для матрицы плотности следующее выражение:

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}+\vec{s}) = \sum_{\lambda} \left[\varphi_\lambda^{(1)}(R,s) + {\sum_{\lambda'\lambda''}}' S(\lambda\lambda'\lambda'') \varphi_{\lambda'\lambda''}^{(2)}(R,s)\right] Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{R}}) , \qquad (18)$$

$$\varphi_\lambda^{(1)}(R,s) = \beta_\lambda^\rho (3/sK_{0F}(R)) j_1(sK_{0F}(R)) C_\lambda \tilde{\rho}_\lambda(R) , \qquad (18а)$$

$$\varphi_{\lambda'\lambda''}^{(2)}(R,s) = -\beta_{\lambda'}^\rho \beta_{\lambda''}^\rho j_2(sK_{0F}(R)) \tilde{\rho}_{\lambda'}(R) \tilde{\rho}_{\lambda''}(R) / \rho_0(R) , \qquad (18б)$$

$$S(\lambda\lambda'\lambda'') = (\lambda' 0 \lambda'' 0 | \lambda 0)^2 \left[\frac{(2\lambda'+1)(2\lambda''+1)}{4\pi(2\lambda+1)}\right]^{1/2} . \qquad (18г)$$

Разлагая $\rho(\vec{r}, \vec{r}+\vec{s})$ в ряд по мультиполям, получаем для обменных интегралов

$$I_{\lambda n}(r) = \frac{\sqrt{4\pi}}{n! a^n} \frac{V_E}{V_D} \int_0^\infty \rho_{\lambda 00}(r,s) f(s) j_n(K_0(r)s) s^{n+2} ds , \qquad (19)$$

где

$$\rho_{\lambda 00}(r,s) = \rho_{\lambda 00}^{(1)}(r,s) + \rho_{\lambda 00}^{(2)}(r,s) , \qquad (19а)$$

$$\rho_{\lambda 00}^{(1)}(r,s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \iint Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}) \sum_{\lambda'} \varphi_{\lambda'}^{(1)}(R,s) Y_{\lambda' 0}(\omega_{\vec{R}}) d\omega_{\vec{s}} d\omega_{\vec{r}} , \qquad (19б)$$

$$\rho_{\lambda 00}^{(2)}(r,s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \iint Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}) \sum_{\lambda' L L'} S(\lambda' L L') \varphi_{LL'}^{(2)}(R,s) Y_{\lambda' 0}(\omega_{\vec{R}}) d\omega_{\vec{r}} d\omega_{\vec{s}} . \qquad (19в)$$

Обсудим полученные результаты. Линейная компонента матрица плотности $\rho_{\lambda 00}^{(1)}(r,s)$ дает вклад как в однофононную, так и в двухфононную компоненты нуклон-фононного взаимодействия. Вклад в однофононную компоненту содержится в линейных по $I_n(\vec{r})$ членах в (7), в то время как вклад в двухфононную компоненту – в билинейных по $I_n(\vec{r})$ членах. Квадратичная же компонента $\rho_{\lambda 00}^{(2)}(r,s)$ дает вклад только в двухфононную компоненту нуклон-фононного взаимодействия (при условии, что члены с числом фононных операторов больше двух не рассматриваются). Сравним вклады линейной $\rho_{\lambda 00}^{(1)}(r,s)$ и квадратичной $\rho_{\lambda 00}^{(2)}(r,s)$ компонент матрицы плотности в квадратичный по параметрам β_λ член в ФНП. Для оценки ограничимся членами в (7), линейными по $\varkappa(r)$:

$$U(\vec{r}) = V_D U_0^D(r) + V_D[\tilde{U}_1^D(\vec{r}) + I_0(\vec{r})][1 + \varkappa(r) I_1(\vec{r})] . \qquad (20)$$

Первое слагаемое в (20) дает вклад только в потенциал, остальные члены после применения разложений (9)-(10) генерируют нуклон-фононное взаимодействие (с учетом стандартной процедуры введения фононных операторов /12/). Для квадратичного по β_λ члена получаем

$$U^{(2)}(\vec{r}) = {\sum_{\lambda\lambda'\lambda''}}' \left[F_{\lambda'\lambda''}^{(1)}(r) + F_{\lambda\lambda'\lambda''}^{(2)}(r)\right] \beta_{\lambda'}^\rho \beta_{\lambda''}^\rho S(\lambda\lambda'\lambda'') Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{r}}) \qquad (21)$$

где ФНП второго порядка $F_{\lambda'\lambda''}^{(1)}(r)$ и $F_{\lambda\lambda'\lambda''}^{(2)}(r)$ определяются, соответственно, $\rho^{(1)}_{\lambda 00}(r,s)$ и $\rho^{(2)}_{\lambda 00}(r,s)$. Рассмотрим конкретные переходы с квантовыми числами $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 2$ и определим отношение

$$\xi(r) = F^{(2)}_{222}(r) \,/\, (F^{(1)}_{22}(r) + F^{(2)}_{222}(r)) \,. \qquad (22)$$

Расчет $\xi(r)$ с силами Вильдермута–Шмида для ядра-мишени ^{116}Sn дает в поверхностной области значения 0,20–0,30 при E_p = I0 МэВ и 0,I5–0,20 при E_p = 25 МэВ. Имея в виду, что чистые двухфононные состояния отсутствуют и реальные состояния являются суперпозицией одно- и двухфононных компонент, при описании неупругого рассеяния нуклонов на ядрах с возбуждением вибрационных состояний в первом приближении можно пренебречь формфактором $F^{(2)}_{\lambda\lambda'\lambda''}(r)$. А это означает, что приближенно $\rho_{\lambda 00}(r,s) \simeq \rho^{(1)}_{\lambda 00}(r,s)$. Используя (I8а) и осуществляя стандартные преобразования /I3/ при вычислении $\rho^{(1)}_{\lambda 00}(r,s)$, в этом случае получаем

$$\rho_{\lambda 00}(r,s) = \beta^{\rho}_{\lambda}\, \tilde{\rho}_{\lambda 00}(r,s)\,, \qquad (23)$$

где $\tilde{\rho}_{\lambda 00}(r,s)$ не зависит от β^{ρ}_{λ}. Таким образом, при отбрасывании $\rho^{(2)}_{\lambda 00}(r,s)$ происходит факторизация зависимости $\rho_{\lambda 00}(r,s)$ от координат и параметра β^{ρ}_{λ}. Более точное описание возбуждения двухфононных компонент вибрационных состояний требует учета квадратичной компоненты матрицы плотности, включая также вклад в нее квадратичного по параметрам β^{ρ}_{λ} члена из (I5).

3. В заключение сформулируем основные результаты и выводы настоящей работы:

I).Представлен новый вывод замкнутых выражений для полумикроскопических ОП и ФНП;

2).Получены разложения ОП и ФНП по малому безразмерному параметру, показано, что сходимость этих разложений улучшается с ростом энергии, и для практических целей при $E_N \geqslant$ I0 МэВ можно в ОП и ФНП ограничиться членами второго порядка по безразмерному малому параметру;

3).В модифицированном слейтеровском приближении построено разложение матрицы плотности по параметрам динамической деформации;

4).Показано, что в первом приближении вкладом квадратичной по параметрам динамической деформации компоненты матрицы плотности в ФНП второго порядка можно пренебречь.

Авторы благодарят Ф.А.Гареева и В.А.Крутова за полезные обсуждения ряда вопросов, рассмотренных в работе.

Таблица

δ_i	E, МэВ \ r, фм	3	4	5	6
δ_1	I0	0.22	0.22	0.22	0.I6
	I5	0.2I	0.22	0.2I	0.I5
	25	0.20	0.2I	0.I9	0.I3
δ_2	I0	0.I3	0.I3	0.I2	0.05
	I5	0.II	0.I2	0.I0	0.04
	25	0.09	0.I0	0.08	0.03
δ_3	I0	0.085	0.I0	0.075	0.020
	I5	0.07	0.08	0.06	0.0I5
	25	0.05	0.05	0.04	0.0II

Приложение

I. Анализ сходимости полумикроскопических разложений для α-частичных ОП и ФНП проводится аналогично тому, как это сделано для нуклонов в основном тексте. Потенциал взаимодействия в этом случае представляется в следующем виде:

$$U(\vec{R}) = U^{D}(\vec{R}) + U^{E}(\vec{R})\,, \qquad (\text{П.I})$$

$$U(R) = 4V_D\Big[\tilde{\tilde{U}}^{D}_{0}(R) + \tilde{\tilde{U}}^{D}_{1}(\vec{R}) + \frac{V_E}{4V_D}\,\tilde{\tilde{U}}^{E}(\vec{R})\Big]\,, \qquad (\text{П.Iа})$$

$$\tilde{\tilde{U}}^{E}(\vec{R}) = 4\pi\int_0^\infty f(s)s^2 ds\int f^{(1)}(\vec{r},s)\,f^{(2)}(\vec{r}-\vec{R},s)\,j_0(K(\vec{R})s/M)\,d\vec{r}\,, \qquad (\text{П.Iб})$$

$$f(s) = U_{Ex}(s)/V_E\,. \qquad (\text{П.Iв})$$

Обозначения входящих сюда величин можно найти в /3б/. Малый безразмерный параметр $\varkappa(r)$ и в случае α-частиц определяется формулой (6а), в которую теперь, соответственно, входят α-частичные импульс, энергия и потенциал. Вновь используя теорему умножения для функции Бесселя $j_0(k(\vec{R})s/M)$ (это сделано в работе /3б/), получаем уравнение, по структуре совпадающее с уравнением (6) основного текста. Поскольку прямые и обменные части α-частичных потенциалов примерно учетверяются по сравнению с нуклонными величинами, согласно (П.I) и (6а), малый безразмерный параметр $\varkappa(R)I_n(\vec{R})/I_{n-1}(\vec{R})$ и в случае α-частиц имеет значения 0,25÷0,3, а вклад членов третьего порядка по $\varkappa(R)$ в ОП составляет (I÷2)% при $E_\alpha/4 >$ I0 МэВ (см. также /3б/).

2. Компоненты матрицы плотности $P_{\lambda 00}(r,s)$ (см. формулы (I9) основного текста) могут быть рассчитаны с использованием стандартного разложения для величины $R^{\lambda} Y_{\lambda 0}(\omega_{\vec{R}})$ /I3/. В результате, например, для $P^{(1)}_{\lambda 00}(r,s)$ будем иметь

$$P^{(1)}_{\lambda 00}(r,s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{L=0}^{\lambda} \binom{\lambda}{\lambda-L} \frac{r^{\lambda-L} s^{L}}{2^{L}} 2\pi \int_{-1}^{1} \varphi^{(1)}_{\lambda}(R,s)/R^{\lambda} \cdot P_L(x)\, dx, \quad (\text{П.2})$$

$$R = \sqrt{r^2 + rsx + \frac{s^2}{4}}, \qquad x = \cos(\vec{r}, \frac{\vec{s}}{2}). \quad (\text{П.2a})$$

Здесь $P_L(x)$ – полином Лежандра, а $\varphi_{\lambda}^{(1)}(R,s)$ определяется формулой (I8а).

3. В работах /I,2а/ вывод о сходимости полумикроскопических разложений для ОП и ФНП основывался на **утверждении** о малости безразмерной величины, входящей в квадратную скобку ф.(I5) основного текста, а также малости величины $\varkappa(r)$ (см. также /3б/). Величина $B(\vec{r})k_0(r)s/2k_0^2(r)$, действительно, в рассматриваемой области энергий существенно меньше единицы при всех r. Что касается второго утверждения, то оно недостаточно корректно, поскольку величина $\varkappa(r)$, введенная в /I,2а,3б/, размерна и ее малость сама по себе не гарантирует быстрой сходимости разложений для ОП и ФНП. Однако введение малого безразмерного параметра $\varkappa(r)$ (см. ф.(6а)) и анализ, проведенный в настоящей работе, подтверждают вывод работ /I,2а,3б/ о том, что при построении полумикроскопических ОП и ФНП можно ограничиться членами второго порядка по $\varkappa(r)$.

Литература

I. Князьков О.М., Некрасов А.А. ЯФ, I983, т.38, с.36.
2а. Князьков О.М., ЭЧАЯ, I986, т.I7, с.3I8;
2б. Князьков О.М., Кухтина И.Н. ЯФ, I987, т.45, с.I604;
2в. Fretwurst E. et al, Nucl. Phys., 1987, v. A468, p.247.
3а. Князьков О.М., Кухтина И.Н., Феофилов Г.А. ОИЯИ, Р4-85-908, Дубна, I985;
3б. Dao Tien Khoa, Knyazkov O.M. Z.f.Phys., 1987, v.A328,p.67.
4. Petrovich F. et al., Phys. Rev. Lett., 1969, v.22, p.895.
5. Tamura T. Rev. Mod. Phys.,1965, v.37, p.679.
6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, I963.

7. Schmid E.W., Wildermuth K. Nucl. Phys., 1961,v.26,p.463.
8. Georgiev B.Z.,Mackintosh R.S. Nucl. Phys.,1978,v.A307,p.377.
9. Negele J.W., Vautherin D. Phys. Rev., 1972, v.C5,p.1472.
I0. Satchler G.R. Direct Nuclear Reactions, Oxford University Press, Oxford, 1983.
II. Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, I978, т.9, с.580.
I2. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. II, пер. с англ. М., Мир, I977.
I3. Brink D.M., Satchler G.R. Angular momentum . Oxford, Clarendon Press, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 мая I988 года.