объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-88-174

Р.В.Джолос, С.П.Иванова, Р.Педроса

БОЗОННОЕ ОПИСАНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ И НЕКОЛЛЕКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ

Направлено в "Journal of Phys. G"
и Оргкомитет 38 Совещания по ядерной спектроскопии
и структуре атомного ядра, Баку, апрель 1988 г.

1988

ВВЕДЕНИЕ

Структура низколежащих состояний четно-четных ядер, представляя самостоятельный интерес, в то же время является основой для анализа свойств нечетных и нечетно-нечетных ядер. Это придает особую важность построению модели, описывающей ядра с четными числами нейтронов и протонов. В значительной степени структура этих ядер определяется коллективной квадрупольной ветвью возбуждений [1], для описания которой потребовалось разработать специальные методы.

Основная трудность при решении этой задачи была связана с необходимостью формулировки такого подхода, который позволял бы описывать на единой основе сферические, переходные и деформированные ядра. Такая постановка вопроса диктовалась потребностями эксперимента, поскольку исследования привели к открытию большого числа ядер, переходных по своим свойствам между сферическими и деформированными.

В настоящее время большой популярностью при анализе свойств четно-четных ядер пользуется модель взаимодействующих бозонов (МВБ) [2,3]. Эта феноменологическая модель с небольшим числом параметров успешно описывает на единой основе свойства коллективных квадрупольных состояний многих ядер, как сферических, так переходных и деформированных [4].

Однако с ростом энергии возбуждения все более важную роль играют как коллективные моды возбуждения более высокой мультипольности, чем квадрупольные, так и неколлективные степени свободы.

Для увеличения числа степеней свободы предлагались различные модификации МВБ. Эти модификации включали, помимо пяти квадрупольных степеней свободы (и скалярной, если используется формулировка Арима - Якелло [3]), дополнительные квадрупольные и скалярный бозоны [5,6], октупольные [7,8] и гексадекапольные [9] бозоны. С этой же целью было предположено, что в одном ядре могут существовать бозонные конфигурации с различным суммарным числом s - и d - бозонов [10]. Однако эти попытки, являясь феноменологическими, ведут к увеличению числа свободных параметров модели. Кроме того, таким путем можно включить в рассмотрение лишь небольшое число новых мод. Таким образом, поставленную задачу нужно решить на микроскопическом уровне. Ввести неколлективные степени свободы необходимо так, чтобы сохранить или даже улучшить достигнутый в МВБ уровень описания коллективных квадрупольных возбуждений.

I. МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ГАМИЛЬТОНИАНА МВБ-I

С помощью коммутационных соотношений в /II/ и алгебраического метода, развитого Марумори с сотрудниками /I2/, в /I3/ были получены в замкнутом виде обобщения бозонных представлений Холстейна – Примакова и Дайсона на случай алгебры бифермионных операторов. Сохраняющее эрмитовость гамильтониана обобщенное бозонное представление Холстейна – Примакова может быть записано в двух формах:

$$\begin{aligned} \alpha_s^+\alpha_t^+ &\longrightarrow \hat{P}\,(b^+\sqrt{1-\hat{\mathcal{S}}}\,)_{st}\,, \\ \alpha_s^+\alpha_t &\longrightarrow \hat{\mathcal{S}}_{ts}\,\hat{P}\,, \\ \alpha_t\alpha_s &\longrightarrow (\sqrt{1-\hat{\mathcal{S}}}\,b)_{st}\,\hat{P}\,, \end{aligned} \tag{I.I}$$

или

$$\begin{aligned} \alpha_s^+\alpha_t^+ &\longrightarrow \mathcal{B}_{st}^+\,\frac{1}{\sqrt{1+\hat{N}}}\,\hat{P}\,, \\ \alpha_s^+\alpha_t &\longrightarrow \hat{\mathcal{S}}_{ts}\,\hat{P}\,, \\ \alpha_t\alpha_s &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+\hat{N}}}\,\mathcal{B}_{st}\,\hat{P}\,, \end{aligned} \tag{I.2}$$

где b_{st}^+, b_{st} – идеальные бозонные операторы

$$[\,b_{st},\,b_{pq}^+\,] = \delta_{sp}\delta_{tq} - \delta_{sq}\delta_{tp}\,, \qquad b_{st} = -b_{ts}\,,$$

$$\mathcal{B}_{st}^+ = b_{st}^+ - \sum_{pq} b_{sp}^+\,b_{tq}^+\,b_{pq}$$

$$\hat{\mathcal{S}}_{ts} = \sum_p b_{sp}^+\,b_{tp}\,, \qquad \hat{N} = \sum_{st} b_{st}^+\,b_{st}\,,$$

а $\hat{P}$ – оператор проектирования на физическое подпространство полного бозонного пространства. В этих выражениях $\alpha_s^+(\alpha_s)$ – операторы рождения (уничтожения) квазичастицы в состоянии, характеризуемом набором квантовых чисел s, а соответствующий вакуум – состояние $|BCS\rangle$.

В данной работе для решения поставленной задачи мы используем представление (I.I), поскольку с его помощью легче перейти к гамильтониану модели взаимодействующих бозонов (МВБ-I). Но в отличие от МВБ-I в (I.I) под знаком квадратного корня стоит не оператор числа коллективных квадрупольных бозонов $\hat{n} \equiv \sum_\mu d_{2\mu}^+ d_{2\mu}$, а недиагональный в $SU(5)$ – базисе оператор $\hat{\mathcal{S}}_{st}$.

С помощью представления (I.I) произвольный микроскопический гамильтониан может быть выражен в терминах идеальных бозонных операторов. Наряду с гамильтонианом мы рассмотрим также коллективный квадрупольный оператор $A_{2\mu}^+$, который в приближении Тамма – Данкова генерирует нижайшее по энергии квадрупольное возбуждение:

$$\begin{aligned} A_{2\mu}^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{st}\psi_{st}\,(\alpha_s^+\alpha_t^+)_{2\mu} \\ &\sum_{st}\psi_{st}^2 = 1\,, \end{aligned} \tag{I.3}$$

где

$$\psi_{st} \sim \langle s\|\,r^2\,Y_2\,\|t\rangle\,(E_s+E_t-\omega)^{-1}.$$

Здесь E_s, E_t – энергии одноквазичастичных состояний, а ω – энергия коллективного квадрупольного возбуждения, рассчитанная в приближении Тамма – Данкова.

Если оператор проектирования $\hat{P}$ записать в терминах идеальных бозонных операторов, то получится очень громоздкое выражение, сводящее на нет компактность бозонного представления (I.I). Это значительно усложняет рассмотрение. В /I4/ были приведены аргументы, обосновывающие приближенную замену оператора проектирования $\hat{P}$ единицей, если ограничиться подпространством коллективных состояний, построенных из квадрупольных фононов с их числом, не слишком близким к максимально возможному. В этом случае примеси нефизических компонент существенно уменьшаются, благодаря использованию бозонных генеалогических коэффициентов. Если наряду с коллективными учитывать состояния, включающие небольшое число неколлективных фононов, то и тогда можно надеяться, что приближение $\hat{P} \approx 1$ не приведет к большим ошибкам. Тем не менее замена оператора $\hat{P}$ единицей является приближением, которое требует дальнейшего исследования, и в следующей работе мы предпримем попытку отказаться от него.

Покажем, как можно сохранить достигнутый в МВБ-I уровень описания коллективных квадрупольных состояний, основываясь на бозонном представлении (I.I). Сохраним в (I.I) только коллективные квадрупольные бозонные операторы, вводя их следующим образом:

$$b^+_{st} = \sqrt{2}\sum_{LM}(j_s m_s j_t m_t|LM)\, b^+_{LM}(st) \approx \sqrt{2}\sum_{M}(j_s m_s j_t m_t|2M)\, b^+_{2M}(st)\ ,$$

$$b^+_{2M}(st) = \sum_i \Psi^{(i)}_{st}\, b^+_{2M}(i) \approx \Psi^{(1)}_{st}\, b^+_{2M}(1)\ , \qquad (I.4)$$

где $b^+_{2M}(1) \equiv d^+_{2M}$ – коллективный квадрупольный фонон, а амплитуда Ψ_{st} та же, что и в (I.3). Таким образом,

$$b^+_{st} \approx \sqrt{2}\ \Psi_{st} \sum_M (j_s m_s j_t m_t|2M)\ d^+_{2M}\ . \qquad (I.5)$$

В этом приближении

$$\hat{\rho}_{st} = 2\sum_{\substack{p\\ MM'}} \Psi_{tp}\Psi_{sp}(j_t m_t j_p m_p|2M)(j_s m_s j_p m_p|2M')\ d^+_{2M}\, d_{2M'}\ . \qquad (I.6)$$

Оператор $d^+_{2M}\, d_{2M'}$ в (I.6) может быть записан следующим образом:

$$d^+_{2M}\, d_{2M'} = \sum_{Lm}(2M\,2M'|Lm)\ (d^+_2 \bar{d}_2)_{Lm} =$$

$$= \frac{1}{5}\,\delta_{MM'}\,\hat{n} + \frac{(-1)^{M'}}{\sqrt{10}}\sum_m (2M\,2M'|1m)\ \hat{I}_m + \dots\ , \qquad (I.7)$$

где $\hat{n} = \sum_M d^+_{2M}\, d_{2M}\ ,$

$$\hat{I}_m = \sum_{MM'}(2M\,2M'|1m)\ d^+_{2M}\ (-1)^{M'}\ d_{2-M'}\ .$$

Сохраним в (I.6) только монопольную часть оператора $d^+_{2M}\, d_{2M'}$, диагональную в $SU(5)$ – базисе. Тогда

$$\hat{\rho}_{st} \doteq \delta_{st}\,\frac{2}{2j_s+1}\sum_p \Psi^2_{sp}\ \hat{n}\ , \qquad (I.8)$$

$$\left(\sqrt{1-\rho}\right)_{st} \cong \delta_{st}\sqrt{1-X_s\hat{n}}\ ,$$

где $X_s = \frac{2}{2j_s+1}\sum_p \Psi^2_{sp}\ .$ (I.9)

Используя (I.I), (I.5), (I,6) и (I.9), мы получаем для фермионного гамильтониана общего вида

$$H_\phi = \sum_s \varepsilon_s \alpha^+_s \alpha_s + \sum_{\substack{IM\\ rstu}} G^{I(22)}_{rstu}(-1)^M(\alpha^+_r\bar{\alpha}_s)_{IM}(\alpha^+_t\bar{\alpha}_u)_{I-M} +$$

$$+\sum_{\substack{IM\\ rstu}} G^{I(31)}_{rstu}(-1)^M\left[(\alpha^+_r\alpha^+_s)_{IM}\ (\alpha^+_t\bar{\alpha}_u)_{I-M} + h.c.\right] +$$

$$+\sum_{\substack{IM\\ rstu}} G^{I(40)}_{rstu}(-1)^M\left[(\alpha^+_r\alpha^+_s)_{IM}\ (\alpha^+_t\alpha^+_u)_{I-M} + h.c.\right]\ , \qquad (I.10)$$

где

$$\bar{\alpha}_{j_s m_s} = (-1)^{j_s-m_s}\ \alpha_{j_s -m_s}$$

следующее выражение в терминах операторов

$$H_Б = \epsilon\hat{n} + \frac{1}{2}\sum_{LM} C_L(-1)^M\ (d^+_2 d^+_2)_{LM}\ (\bar{d}_2\bar{d}_2)_{L-M} -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_M(-1)^M d^+_{2M}(d^+_2\bar{d}_2)_{2-M}\sum_{rs} P_{rs}\left(\sqrt{1-X_r\hat{n}} + \sqrt{1-X_s\hat{n}}\right) + h.c. + \qquad (I.11)$$

$$+\frac{1}{4}\sum_M(-1)^M d^+_{2M}d^+_{2-M}\sum_{rstu}K_{rstu}\left(\sqrt{1-X_r(\hat{n}-1)} + \sqrt{1-X_s(\hat{n}-1)}\right)\left(\sqrt{1-X_t\hat{n}} + \sqrt{1-X_u\hat{n}}\right) + h.c.$$

Коэффициенты ϵ, K_{rstu}, P_{rs} и C_L приведены в приложении. Этот гамильтониан имеет структуру, схожую с гамильтонианом МВБ-I, но вместо оператора $\sqrt{1-\hat{n}/N_{max}}$ в гамильтониане МВБ-I в (I.II) стоят более сложные операторные функции $\hat{n}$.

Оператор A^+_{2M} в терминах d^+_{2M}, d_{2M} имеет вид

$$A^+_{2M} \longrightarrow d^+_{2M}\sum_s\left(\sum_t \Psi^2_{st}\right)\sqrt{1-X_s\hat{n}}\ , \qquad (I.12)$$

тогда как в МВБ-I

$$A^+_{2M} \longrightarrow d^+_{2M}\sqrt{1-\hat{n}/N_{max}}\ .$$

Вместо оператора

$$\sqrt{1-\hat{n}/N_{max}} \qquad (I.13)$$

мы получили выражение

$$\sum_s\left(\sum_t \Psi^2_{st}\right)\sqrt{1-X_s\hat{n}}\ . \qquad (I.14)$$

По форме операторы (I.I3) и (I.I4) не совпадают, но сравнение значений их матричных элементов, рассчитанных для ^{110}Pd и ^{114}Cd, показывает (рис. I), что при соответствующем выборе N_{max} они близки друг к другу. Определенные таким образом значения N_{max} оказались равными 9 для ^{110}Pd и 7 для ^{114}Cd, в то время как и для ^{110}Pd, и для ^{114}Cd половина числа нуклонов в незаполненных оболочках равна 9.

2. ОБОБЩЕНИЕ ГАМИЛЬТОНИАНА МВБ-I

С формальной точки зрения в предыдущем разделе была предложена приближенная процедура расчета матричных элементов оператора $\sqrt{1-\hat{\varrho}}$. Она состоит в том, что в операторе $\hat{\varrho}$ сохраняется только монопольная часть, которая диагональна как по одночастичным индексам, так и в $SU(5)$-базисе. В этом приближении для $\hat{\varrho}$ разложение $\sqrt{1-\hat{\varrho}}$ в бесконечный ряд по степеням $\hat{\varrho}$ легко суммируется. Предлагались и другие способы приближенного расчета матричных элементов $\sqrt{1-\hat{\varrho}}$ /I5/.

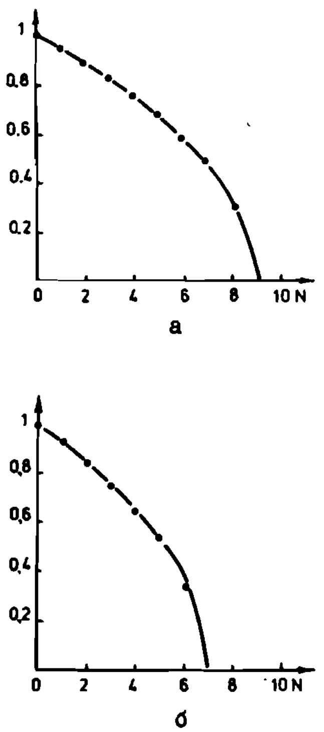


Рис. I. Значения матричных элементов операторов (I.I3) – сплошная кривая и (I.I4) – точки в зависимости от N. а – ${}^{110}Pd$, б – ${}^{114}Cd$.

Возникает вопрос обоснованности процедуры, предложенной в разделе I. Например, диагональные в $SU(5)$-базисе и по одночастичным индексам части операторов $\hat{\varrho}^n$ $(n \geqslant 2)$ не сводятся к соответствующим степеням монопольной части оператора $\hat{\varrho}$. Как скажется эта разница на величине рассчитанных в разных приближениях матричных элементов $\sqrt{1-\hat{\varrho}}$?

В этом разделе мы постараемся ответить на поставленный вопрос, точно учитывая монопольную часть $\hat{\varrho}^2$ и т.д. Количественное сравнение с результатами предыдущего раздела позволит сделать вывод о сходимости предложенной процедуры. Будут также получены формулы, позволяющие точно учесть монопольные части $\hat{\varrho}^2$ и $\hat{\varrho}^4$.

Представим оператор $\sqrt{1-\hat{\varrho}}$ в виде суммы четной и нечетной функций от $\hat{\varrho}$. Воспользуемся соотношениями:

$$\left(\sqrt{1-\hat{\varrho}} + \sqrt{1+\hat{\varrho}}\right)^2 = 2\left(1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}\right), \qquad (2.1)$$

$$\left(\sqrt{1-\hat{\varrho}} - \sqrt{1+\hat{\varrho}}\right)\left(\sqrt{1-\hat{\varrho}} + \sqrt{1+\hat{\varrho}}\right) = -2\hat{\varrho}. \qquad (2.2)$$

Из (2.I) и (2.2) получаем

$$\sqrt{1-\hat{\varrho}} + \sqrt{1+\hat{\varrho}} = \sqrt{2\left(1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}\right)},$$

$$\sqrt{1-\hat{\varrho}} - \sqrt{1+\hat{\varrho}} = -\frac{2\hat{\varrho}}{\sqrt{2\left(1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}\right)}}.$$

Следовательно,

$$\sqrt{1-\hat{\varrho}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}} - \frac{\hat{\varrho}}{\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}}}\right]. \qquad (2.3)$$

Тогда бозонный образ оператора $\alpha_s^+\alpha_t^+$ будет иметь вид

$$\alpha_s^+\alpha_t^+ \to \left(b^+\sqrt{\tfrac{1}{2}\left(1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}\right)}\right)_{st} - \left(b^+\hat{\varrho}\,\frac{1}{\sqrt{2\left(1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^2}\right)}}\right)_{st}. \qquad (2.4)$$

Рассмотрим оператор $\hat{\varrho}^2$, входящий нелинейно в (2.4). Как и выше, ограничим рассмотрение учетом только коллективных квадрупольных бозонов, но в отличие от раздела 2 монопольную часть оператора $\hat{\varrho}^2$ учтем точно. Тем самым будет принята во внимание зависимость матричных элементов $\hat{\varrho}^2$ не только от числа бозонов, но и от углового момента и сеньорити.

Используя (I.6) и сохраняя только скалярную часть, мы получаем следующий результат для $(\hat{\varrho}^2)_{st}$:

$$(\hat{\varrho}^2)_{st} = \delta_{st}\left[W_s\hat{n} + \sum_{L=0,2,4} C_s^L\hat{F}_L\right] \equiv \delta_{st}\hat{R}_s^2, \qquad (2.5)$$

$$\hat{F}_0 = \frac{1}{5}\left(3\hat{n} + \hat{n}^2 - \hat{T}^2\right)$$

$$\hat{F}_2 = \frac{1}{7}\left(-4\hat{n} + 2\hat{n}^2 - \hat{I}^2 + 2\hat{T}^2\right)$$

$$\hat{F}_4 = \frac{1}{35}\left(-36\hat{n} + 18\hat{n}^2 + 5\hat{I}^2 - 3\hat{T}^2\right)$$

$$W_s = \frac{10}{2j_s+1}\sum_j \Psi_{j_s j}^2\, X_j$$

$$C_L^s = \frac{100}{2j_s+1}\sum_{j_1 j_2 j_3}\begin{Bmatrix} j_1 & j_3 & 2 \\ j_2 & j_s & 2 \\ 2 & 2 & L\end{Bmatrix}\Psi_{j_s j_2}\Psi_{j_2 j_1}\Psi_{j_s j_3}\Psi_{j_3 j_1}.$$

Оператор $\hat{T}^2$ диагонален в $SU(5)$ - базисе, а его матричные элементы равны $\nu(\nu+3)$, где ν - сеньорити бозонного состояния. В результате для бозонного образа оператора $\alpha_s^+\alpha_t^+$ получаем

$$\alpha_s^+\alpha_t^+ \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}}\, b_{st}^+ \Big[\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{R}_s^2}} + \sqrt{1+\sqrt{1-\hat{R}_t^2}} -$$

$$- \left(\frac{X_s}{\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{R}_s^2}}} + \frac{X_t}{\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{R}_t^2}}} \right) \hat{n} \Big]. \tag{2.6}$$

В нашем приближении оператор $\hat{R}_s^2$ диагонален в $SU(5)$-базисе, что делает расчеты с бозонным представлением (2.6) реализуемыми практически.

Используя (I.8) и (2.6), мы получаем следующее выражение для A_{2M}^+:

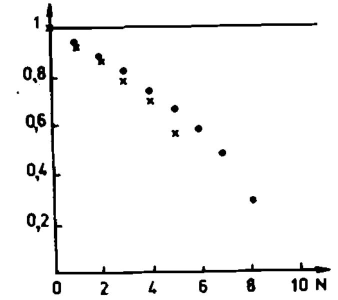
$$A_{2M}^+ = d_{2M}^+ \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{st} \Psi_{st}^2 \left[\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{R}_s^2}} - X_6 \hat{n} \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{R}_s^2}}} \right] \equiv \tag{2.7}$$

$$\equiv d_{2M}^+ \hat{F}.$$

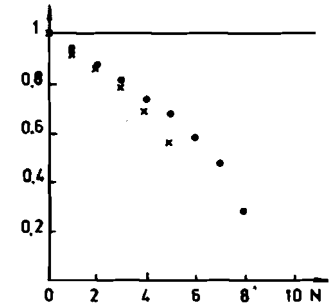
Оператор $\hat{F}$ заменил оператор (I.I4). Примеры расчета матричных элементов $F(n\nu I) = (n\nu\Omega IM \,|\, \hat{F} \,|\, n\nu\Omega IM)$ приведены на рис. 2.

Сравнение численных значений функций (I.I4) и $F(n\nu I)$ показывает, что при значениях n, меньших максимально возможного, можно говорить о сходимости результатов. Различие между кривыми, полученными при приближенном и точном учете монопольной части $\hat{\varrho}^2$, заметно меньше, чем их отклонение от единицы. При значениях n, близких к N_{max}, поправки становятся существенными. Но при $n \simeq N_{max}$ не оправдана сама идея выделения коллективной переменной с помощью амплитуд Ψ_{st}, определенных при малых отклонениях от основного состояния.

Как и в предыдущем разделе, с помощью соотношений (2.4) и (2.5) можно построить коллективный гамильтониан, основываясь на произвольном фермионном гамильтониане. В отличие от гамильтониана МВБ-I вместо выражения $\sqrt{1-\hat{n}/N_{max}}$ появятся функции, зависящие не только от n, но и от углового момента I и сеньорити ν многофононного состояния.



а



б

Рис. 2. Значения матричных элементов операторов F - крестики и (I.I4) - точки в зависимости от N для ядра ^{110}Pd.

а -Состояния основной полосы $I = 2N$, $\nu = N$.

б -Состояния квазигамма-полосы $I = N$, $\nu = N$.

Аналогично тому, как было получено выражение (2.3), можно получить следующий результат для $\sqrt{1-\hat{\varrho}}$:

$$\sqrt{1-\hat{\varrho}} =$$

$$= \frac{1}{2}\Big[\sqrt{1+\hat{f}+\sqrt{(1+\hat{f})^2-\hat{\varrho}^4\hat{g}^2}} -$$

$$- \hat{\varrho}^2\hat{g}\, \frac{1}{\sqrt{1+\hat{f}+\sqrt{(1+\hat{f})^2-\hat{\varrho}^4\hat{g}^2}}} -$$

$$- \hat{\varrho}\, \frac{\sqrt{1+\hat{f}+\sqrt{(1+\hat{f})^2-\hat{\varrho}^4\hat{g}^2}}}{\sqrt{(1+\hat{f})^2-\hat{\varrho}^4\hat{g}^2}} -$$

$$- \hat{\varrho}^3\, \frac{\hat{g}}{\sqrt{(1+\hat{f})^2-\hat{\varrho}^4\hat{g}^2}\cdot\sqrt{1+\hat{f}+\sqrt{(1+\hat{f})^2-\hat{\varrho}^4\hat{g}^2}}}, \tag{2.8}$$

где

$$\hat{f} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^4}}, \qquad \hat{g} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{1-\hat{\varrho}^4}}}.$$

Этот результат позволяет точно учитывать диагональные части операторов $\hat{\varrho}^n$ (n = I,2,3,4) при построении бозонного образа фермионного гамильтониана.

3. НЕКОЛЛЕКТИВНЫЕ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ

В предыдущих разделах мы рассмотрели вопрос о построении на микроскопической основе коллективного квадрупольного гамильтониана, являющегося аналогом гамильтониана МВБ-I. Покажем теперь, как можно, используя результаты предыдущих разделов, включить другие коллективные и неколлективные степени свободы.

Будем исходить из соотношения (2.3) для $\sqrt{1-\hat{\rho}}$. Сохраняя только монопольные члены, но учитывая все типы бозонов, мы получаем для $(\hat{\rho}^2)_{st}$ следующий результат, обобщающий (2.5):

$$(\hat{\rho}^2)_{st} \approx \delta_{st} \Big\{ \Big[X_s \hat{n} + \frac{2}{2j_s+1} \sum_{\substack{i \neq 1 \\ p}} (\psi^{(i)}_{sp})^2 \sum_M b^{+(i)}_{2M} b^{(i)}_{2M} + \\ + \sum_{\substack{L \neq 2 \\ pM}} \frac{2}{2j_s+1} b^+_{LM}(sp)\, b_{LM}(sp) \Big]^2 + 4 \sum_{pL} (2L+1) \begin{Bmatrix} j_p & L & j_s \\ 1 & j_s & L \end{Bmatrix}^2 \hat{I}^2(sp;L) + \tag{3.I}$$

+ члены, зависящие от сеньорити и дополнительных квантовых чисел.

Здесь $\hat{I}^2(sp;L)$ -оператор квадрата углового момента состояния, построенного из бозонов $b^+_{LM}(sp)$.

Подставим (3.I) в (2.4) и воспользуемся точным бозонным представлением (I.I) для операторов $\alpha^+_s \alpha_t$. В выражении для $\hat{\rho}$ во втором слагаемом в (2.4) учтем все бозонные операторы. Тем самым мы обобщим результат предыдущего раздела, получив приближенное бозонное представление бифермионных операторов, учитывающее неколлективные степени свободы. Преимущество этого бозонного представления состоит в том, что построенный с его помощью бозонный гамильтониан по сложности эквивалентен бозонному гамильтониану шестого порядка, так как оператор (3.I), входящий нелинейно в (2.4), диагонален в стандартном бозонном базисе. Такой подход позволяет получить бозонный гамильтониан в замкнутой форме, а не в виде бесконечного ряда.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели возможность построения коллективного гамильтониана ядра на микроскопической основе с помощью метода бозонного представления фермионных операторов. Построен коллективный квадрупольный гамильтониан, имеющий структуру гамильтониана МВБ-I. Однако факторы,

учитывающие влияние принципа Паули в этом гамильтониане, зависят не только от числа бозонов, но и от углового момента и сеньорити. Найден способ включения в рассмотрение неколлективных степеней свободы.

Все результаты получены в приближении, когда оператор проектирования на физическое подпространство полного бозонного пространства заменялся единицей. Хотя и существуют аргументы в пользу этого приближения, но вопрос его применимости требует дальнейшего исследования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$\mathcal{E} = \sum_{st} (\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_t)\, \psi^2_{st} + 20 \sum_L (2L+1) \sum_{prstuv} G^{L(22)}_{rstu} \times \\ \times \psi_{sv} \psi_{vr} \psi_{up} \psi_{pt} \begin{Bmatrix} L & 2 & 2 \\ j_v & j_r & j_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & 2 & 2 \\ j_p & j_t & j_u \end{Bmatrix},$$

$$K_{rstu} = 2\, G^{2(40)}_{rstu}\, \psi_{rs} \psi_{tu},$$

$$C_L = 200 \sum_\lambda (2\lambda+1) \sum_{rstupq} G^{\lambda(22)}_{rstu}\, \psi_{sp} \psi_{pr} \psi_{uq} \psi_{qt} \times \\ \times \begin{Bmatrix} \lambda & 2 & 2 \\ j_p & j_r & j_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda & 2 & 2 \\ j_q & j_t & j_u \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda & 2 & 2 \\ L & 2 & 2 \end{Bmatrix},$$

$$P_{rs} = 10\sqrt{2} \sum_{tuv} G^{2(31)}_{rstu}\, \psi_{rs} \psi_{uv} \psi_{vt} \begin{Bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ j_v & j_t & j_u \end{Bmatrix}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Bohr A.-Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk. 26, No. 14, 1952;
   Bohr A., Mottelson B.R.-Mat.Fys.Medd. Dan.Vid.Selsk. 27, No. 16, 1953.
2. Dönau F., Janssen D., Jolos R.V.-Nucl.Phys., 1974, A224, p. 93.
3. Arima A., Iachello F.-Phys.Rev.Lett., 1975, 35, p. 1069;
   Arima A., Iachello F.-Ann.Phys., 1978, 111, p. 201.

4. Casten R.F. In: Interacting Bose-Fermi systems in Nuclei. Ed. F.Iachello. Plenum Press, New York and London, 1981, p. 3.
5. Arima A., Otsuka T., Iachello F., Talmi I.-Phys.Lett., 1977, 66, p. 205.
6. Duval R.D.-Phys.Lett., 1983, B214, 297.
7. Engel J., Iachello F.-Phys.Rev.Lett., 1985, 54, 1126.
8. Nadjakov E.G., Mikhailov I.N.-J.Phys. G, Nucl.Phys., 1987, 13, 1221.
9. Barrett B.R., Sage K.A. In: Interacting Bose-Fermi systems in nuclei. Ed. F.Iachello. Plenum Press, New York and London, 1981, p. 123.
10. Duval R.D., Barrett B.B.-Phys.Lett., 1981, B100, 223.
11. Marshalek E.R.-Nucl.Phys., 1971, A161, 401.
12. Marumori T., Yamamura M., Kokynaga A.-Prog.Theor.Phys., 1964, 31, 1009.
13. Janssen D., Dönau F., Frauendorf S., Jolos R.V.-Nucl.Phys., 1971, A172, 145.
14. Takada K.-Phys.Rev., 1986, C34, 750.
15. Dukelsky J., Pittel S.-Phys.Lett., 1986, B177, 125.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 марта 1988 года.

Джолос Р.В., Иванова С.П., Педроса Р. P4-88-174

Бозонное описание коллективных и неколлективных состояний

Обобщенное бозонное представление Холстейна - Примакова для бифермионных операторов используется для построения бозонного образа микроскопического гамильтониана ядра. Получен микроскопический аналог гамильтониана модели взаимодействующих бозонов /МВБ/. Показано, как можно обобщить гамильтониан МВБ, включив в факторы, учитывающие влияние принципа Паули, зависимость от углового момента и сеньорити коллективного состояния. Найден способ включения в гамильтониан наряду с коллективными квадрупольными и других степеней свободы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод авторов

Jolos R.V., Ivanova S.P., Pedrosa R. P4-88-174

Boson Description of Collective and Noncollective States

The generalised Holstein - Primakoff boson representation of the bifermion operators is used to construct a boson image of the microscopic nuclear Hamiltonian. The microscopic analog of the interacting boson model /IBM/ Hamiltonian is obtained. It is show how to generalize the square root factor in the IBM Hamiltonian as to take into account its dependence on the angular momentum and seniority of the collective state. The method is proposed to include apart from the collective quadrupole other collective and noncollective degrees of freedom in the Hamiltonian.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988