СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8731

И.А.Ломаченков, В.И.Фурман, С.Холан

НОВЫЙ МЕТОД УЧЕТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОНЕЧНОГО РАДИУСА В ПРЯМЫХ РЕАКЦИЯХ КЛАСТЕРНОЙ И ДВУХНУКЛОННОЙ ПЕРЕДАЧ

1975

Р4 - 8731

И.А.Ломаченков, В.И.Фурман, С.Холан

НОВЫЙ МЕТОД УЧЕТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОНЕЧНОГО РАДИУСА В ПРЯМЫХ РЕАКЦИЯХ КЛАСТЕРНОЙ И ДВУХНУКЛОННОЙ ПЕРЕДАЧ

В В Е Д Е Н И Е

В последние годы, особенно с появлением возможности ускорения тяжелых ионов, интерес к прямым ядерным реакциям переместился в область, где либо налетающее ядро является сложной системой (тяжелый ион), либо переданная конечному ядру группа частиц (кластер) состоит из двух и более нуклонов. В этих случаях для описания не только абсолютных, но даже и относительных сечений реакций совершенно необходимо учитывать конечный радиус взаимодействия, ответственного за переход, а также эффекты отдачи. Методы учета указанных эффектов восходят к работе / I /, где они были развиты для реакций срыва (α , p) и ей подобных. Важность учета взаимодействия конечного радиуса (ВКР) в реакциях передачи α -кластеров была продемонстрирована в работе / 2 /. В тех случаях, когда бомбардирующей частицей является тяжелый ион, даже для реакций однонуклонной передачи рассмотрение ВКР является необходимым. Кроме того, существенным условием для согласия теории с экспериментом является учет эффектов отдачи / 3 /. Именно из-за учета отдачи начинают работать ненулевые моменты относительного движения в налетающем ядре.

Несколько особняком стоят работы, в которых анализируются реакции двухнуклонной передачи. Это единственный случай, когда можно более или менее строго учесть внутренние степени свободы переданного кластера, то есть рассмотреть ВКР, зависящее не только от расстояния между центрами тяжести переданного кластера и улетающего ядра, как было в работах / I-3 /, но и учесть зависимость взаимодействия от расстояния между каждым переданным нуклоном и улетающей частицей. При этом в выражение для амплитуды реакции входят шестимерные интегралы / 4 /. В случае же простой "кластерной" передачи / I-3 / амплитуда выражается через трехмерные интегралы.

В настоящей работе рассмотрены прямые ядерные реакции кластерной и двухнуклонной передачи на основе нового метода выделения движения центра инерции группы частиц, развитого в работе /5/.

2. Общие формулы

Рассмотрим реакцию передачи $A(a,b)B$ составной частицы x $(B=A+x \;\; , \; a=b+x)$.

Следуя работе / 6 /, амплитуду реакции запишем в виде

$$T=\int d\vec{r}_a \int d\vec{r}_b \, \chi_b^{(-)*}(\vec{k}_b,\vec{r}_b)\, T' \chi_a^{(+)}(\vec{k}_a,\vec{r}_a)\,, \tag{I}$$

где $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ – стандартные каналовые переменные:

$$\begin{aligned} \vec{r}_a &= \vec{r}_{aA}=\vec{R}_a-\vec{R}_A \\ \vec{r}_b &= \vec{r}_{bB}=\vec{R}_b-\vec{R}_B\,. \end{aligned} \tag{2}$$

Необходимые для последующего изложения кинематические переменные связаны с векторами $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ очевидными соотношениями (см. рис.I):

$$\begin{aligned} \vec{r}_{xb} &= \vec{R}_x-\vec{R}_b=\beta\vec{r}_a-\alpha\vec{r}_b \\ \vec{r}_{xA} &= \vec{R}_x-\vec{R}_A=\alpha\vec{r}_a-\delta\vec{r}_b \\ \alpha &= \frac{a(A+x)}{x(A+a)}\,,\; \beta=\frac{a\cdot A}{x(A+a)}\,,\; \delta=\frac{b(A+x)}{x(A+a)}\,. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь a, в, A, B – массы соответствующих частиц.

Выражение (I) записано в системе координат, в которой полный центр масс (точка 0 на рис.I) покоится.

Используя соотношения (3), амплитуду (I) можно переписать в виде

$$T=J_{ij}\int d\vec{r}_i \int d\vec{r}_j \, \chi_b^{(-)*}(\vec{k}_b,\vec{r}_b)\, T'_{ij}\, \chi_a^{(+)}(\vec{k}_a,\vec{r}_a)\,, \tag{I^I}$$

где $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_j$ – произвольная пара координат из набора ($\vec{r}_a$, $\vec{r}_в$, $\vec{r}_{xA}$, $\vec{r}_{xв}$), J_{ij} – соответствующий якобиан перехода. Как будет показано ниже, структура амплитуды T не зависит от конкретного выбора переменных интегрирования, причем в некоторых случаях удобнее проводить вычисление радиальных интегралов, исходя из выражения (I[I]) для амплитуды реакции.

Структурный матричный элемент T'_{ij} в очевидных обозначениях / I / имеет вид:

$$T'_{ij} = \int d\xi_A \, d\xi_x \, d\xi_в \, \Phi^*_{I_B M_B}(\xi_A, \xi_x, \vec{r}_{xA}) \phi^*_{s_в m_{s_в}}(\xi_в) V_{в3} \Phi_{I_A M_A}(\xi_A) \phi_{s_a m_{s_a}}(\xi_в, \xi_x, \vec{r}_{xв}), \quad (4)$$

где интеграция проводится по внутренним переменным ядра A и частиц $в$ и x, а взаимодействие $V_{в3}$ определяется через нуклон-нуклонные потенциалы формулой

$$V_{в3} = \sum_{k=1}^{в} \sum_{n=1}^{x} V_{kn} \quad . \qquad (5)$$

Матричный элемент T' содержит всю информацию об ядерной структуре, правила отбора по моментам и т.п.

3. Реакции передачи кластера

Для реакции передачи кластера x как целого взаимодействие сводится к взаимодействию $V(r_{xв})$ между центрами тяжести частиц $в$ и x. В целях упрощения дальнейшего рассмотрения примем, что потенциал $V(r_{xв})$ не зависит от спиновых переменных. Волновую функцию конечного ядра B представим в виде генеалогического разложения по функциям захваченной частицы x и функциям кора A :

$$\Phi_{I_B M_B}(\xi_A,\xi_x,\vec{r}_{xA}) = \sum_{I'_A/\ell_2} \mathcal{D}^{j\ell_2 s_x}_{I'_A I_B} \left[\Phi_{I_A}(\xi_A)\left[\phi_{\ell_2}(\vec{r}_{xA})\phi_{s_x}(\xi_x)\right]_j\right]_{I_B M_B} , \qquad (6)$$

где $\phi_{\ell_2}(\vec{r}_{xA}) = Y_{\ell_2 m_2}(\vec{r}_{xA}) U_{\ell_2 j}(r_{xA})$, а квадратные скобки означают векторное сложение моментов.

Здесь $\mathcal{D}^{j\ell_2 s_x}_{I'_A I_B}$ – обобщенный генеалогический коэффициент разложения

Волновую функцию частицы "а" запишем в следующем виде:

$$\phi_{s_a m_{s_a}}(\xi_\ell,\xi_x,\vec{r}_{x\ell}) = \sum_{\ell_1 S} \left[\left[\phi_{s_x}(\xi_x)\phi_{\ell_1}(\vec{r}_{x\ell})\right]_S \tilde{\phi}_{s_\ell}(\xi_\ell)\right]_{s_a m_{s_a}} , \qquad (7)$$

причем $\phi_{\ell_1}(\vec{r}_{x\ell}) = Y_{\ell_1 m_1}(\vec{r}_{x\ell}) U_{\ell_1 S}(r_{x\ell})$.

После интеграции в формуле (4) для матричного элемента T' получим выражение / I /

$$T' = \sum_{\substack{\ell_1\ell_2\ell \\ m}} \sum_{\substack{S j \\ m_S}} C^{I_A\ j\ I_B}_{M_A M_B - M_A M_B} C^{s_a\ s_\ell\ S}_{m_{s_a} - m_{s_\ell} m_S} C^{\ell\ S\ j}_{m\ m_S\ M_B - M_A} (-)^{s_\ell - m_{s_\ell}} i^{-\ell} G^{\ell_1\ell_2 S}_{\ell m j}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) , \qquad (8)$$

в котором

$$G^{\ell_1\ell_2 S}_{\ell m j}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) = A^{\ell_1\ell_2 S}_{I_A I_B s_a \ell} h^{Sj\ell_1\ell_2}_{\ell m}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) . \qquad (9)$$

Спектроскопический коэффициент $A^{\ell_1\ell_2 S}_{I_A I_B s_a \ell}$ и формфактор $h^{Sj\ell_1\ell_2}_{\ell m}$ имеют, соответственно, вид / 7 /:

$$A^{\ell_1\ell_2 S}_{I_A I_B s_a \ell} = i^{\ell} \mathcal{D}^{j\ell_2 s_x}_{I_A I_B} \hat{\ell}\,\hat{s}_a W(\ell_1 S \ell_2 j, s_x \ell) , \quad \hat{\ell} = \sqrt{2\ell+1} \qquad (10)$$

$$h^{Sj\ell_1\ell_2}_{\ell m}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) = \left[Y^{*}_{\ell_2}(\vec{r}_{xA}) Y^{*}_{\ell_1}(\vec{r}_{x\ell})\right]_{\ell m} g^{\ell_1\ell_2}_{Sj}(r_{xA}, r_{x\ell}) , \qquad (11)$$

где структурная функция $g_{sj}^{\ell_1\ell_2}$ равна

$$g_{sj}^{\ell_1\ell_2}(r_{xA}, r_{xB}) = u_{\ell_1 s}(r_{xB}) V(r_{xB}) u_{\ell_2 j}(r_{xA}). \qquad (12)$$

Сечение исследуемой реакции выражается через введенные выше величины формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_b}{K_a} \frac{2I_B+1}{2I_A+1} \sum_{\ell s j} \sum_{\substack{\ell_1 \ell_2 \\ \ell_1' \ell_2'}} \frac{A^{\ell_1\ell_2 s}_{I_A I_B s_a \ell} A^{\ell_1'\ell_2' s *}_{I_A I_B s_a \ell}}{2S_a+1} \sum_m \beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}(\theta) \beta^{sj*}_{\ell m \ell_1' \ell_2'}(\theta), \qquad (13)$$

которая при отсутствии суммирования по квантовым числам ℓ_1 и ℓ_2 принимает привычный вид / I /:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_b}{K_a} \frac{2I_B+1}{2I_A+1} \sum_{\ell s j} \frac{|A^{\ell_1\ell_2 s}_{I_A I_B s_a \ell}|^2}{2S_a+1} \sum_m |\beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}(\theta)|^2. \qquad (13^{I})$$

Здесь μ_a и μ_b – приведенные массы частиц „а" и „в", соответственно, а парциальная амплитуда $\beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}$ определяется соотношением

$$\hat{\ell} i^{\ell} \beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}(\vec{K}_b, \vec{K}_a) = J_{ij} \int d\vec{r}_i \int d\vec{r}_j \, \chi_b^{(-)*}(\vec{K}_b, \vec{r}_b) h^{sj\ell_1\ell_2}_{\ell m}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) \chi_a^{(+)}(\vec{K}_a, \vec{r}_a) \qquad (14)$$

Рассмотрим структуру амплитуды $\beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}$.

Подставив в формулу (14) разложение искаженных волн $\chi_b^{(-)}$ и $\chi_a^{(+)}$ по парциальным гармоникам, получим следующее выражение для амплитуды $\beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}$:

$$ {}^{\ell}\beta^{sj}_{\ell m \ell_1 \ell_2}(\vec{k}_\ell, \vec{k}_a) = \frac{16\pi^2}{k_a k_\ell} \sum_{\substack{\ell_a \ell_\ell \\ m_a m_\ell}} i^{\ell_a - \ell_\ell - \ell}\, Y^{*}_{\ell_a m_a}(\vec{k}_a)\, Y^{*}_{\ell_\ell m_\ell}(\vec{k}_\ell)\, \mathcal{J}^{sj \ell_a \ell_\ell}_{\ell m\, m_a m_\ell} , \tag{I5} $$

где

$$ \mathcal{J}^{sj \ell_a \ell_\ell}_{\ell m\, m_a m_\ell} = J_{ij} \int d\vec{r}_i \int d\vec{r}_j\, \chi_{\ell_\ell}(k_\ell, r_\ell)\, \chi_{\ell_a}(k_a, r_a)\, Y_{\ell_a m_a}(\vec{r}_a)\, Y_{\ell_\ell m_\ell}(\vec{r}_\ell)\, h^{sj \ell_1 \ell_2}_{\ell m}(\vec{r}_i, \vec{r}_j)\, \frac{1}{r_a r_\ell} . \tag{I6} $$

Чтобы вычислить значение интеграла $\mathcal{J}$, в подынтегральном выражении (I6) ,совершим поворот системы координат таким образом, чтобы $\vec{r}_i \parallel z$.

При этом каждая из сферических функций, входящих в формулу (I6), преобразуется стандартным образом / 8 /:

$$ Y_{LM}(\vec{r}) = \sum_{K=-L}^{L} \mathcal{D}^{L}_{MK}(\vec{r}_i)\, Y_{LK}(\vec{r}\,') , \tag{I7} $$

где штрих указывает на принадлежность к новой системе координат, а символ $\vec{r}_i$ в аргументе $\mathcal{D}$ –функции означает, что определяющие искомый поворот углы Эйлера ϕ и θ / 8 / совпадают со сферическими проекциями $\varphi_{\vec{r}_i}$ и $\theta_{\vec{r}_i}$ вектора $\vec{r}_i$ (третий угол Эйлера ψ для настоящего рассмотрения не важен и полагается ниже равным нулю).

В новой системе координат выражение для $\mathcal{J}$ примет вид:

$$ \mathcal{J}^{sj \ell_a \ell_\ell}_{\ell m\, m_a m_\ell} = J_{ij} \sum_{ML} C^{\ell_\ell \ell_a L}_{m_\ell m_a M} \sum_{\kappa K} \int d\Omega_{\vec{r}_i}\, \mathcal{D}^{\ell *}_{m\kappa}(\vec{r}_i)\, \mathcal{D}^{L}_{MK}(\vec{r}_i) \int r_i^2 dr_i \int d\vec{r}_j $$
$$ \times \left[Y_{\ell_a}(\vec{r}\,'_a)\, Y_{\ell_\ell}(\vec{r}\,'_\ell) \right]_{LK} h^{sj \ell_1 \ell_2}_{\ell\kappa}(\vec{r}\,'_i, \vec{r}\,'_j)\, \chi_{\ell_\ell}(k_\ell, r_\ell)\, \chi_{\ell_a}(k_a, r_a)\, \frac{1}{r_a r_\ell} , \tag{I8} $$

так что после интеграции по $d\Omega_{\vec{r}'_i}$

$$\mathcal{Y}^{sjl_al_b}_{lmm_am_b} = C^{l_bl_al}_{m_bm_am} I^{l_1l_2s}_{l_al_bl} . \qquad (19)$$

Радиальный интеграл $I^{l_1l_2s}_{l_al_bl}$ определяется формулой:

$$I^{l_1l_2s}_{l_al_bl} = J_{ij} \frac{4\pi}{\beta^2}\int r_i'^2 dr_i' \int r_j'^2 dr_j' \int d\Omega_{\vec{r}'_j} \chi_{l_a}(k_a, r_a)\chi_{l_b}(k_b, r_b) \times \sum_k h^{sjl_1l_2}_{lk}(\vec{r}'_i, \vec{r}'_j)\left[Y_{l_a}(\vec{r}'_a)Y_{l_b}(\vec{r}'_b)\right]_{lk} \frac{1}{r_a r_b} . \qquad (20)$$

Если положить $\vec{k}_a \parallel Z$, $\vec{k}_a \times \vec{k}_b \parallel Y$, $\theta = \widehat{\vec{k}_a \vec{k}_b}$, $\phi = 0$, то выражение для амплитуды $\beta^{sj}_{eml_1l_2}$ (15) приведется к стандартному виду / I /:

$$\beta^{sj}_{eml_1l_2}(\theta) = \frac{4\sqrt{2}\pi}{k_a k_b}\sum_{l_al_b} i^{l_a+l_b-l} C^{l_b l l_a}_{m -m 0} P^m_{l_b}(\theta) I^{l_1l_2s}_{l_al_bl} , \qquad (21)$$

где $P^m_{l_b}(\theta)$– нормированные полиномы Лежандра.

Таким образом, окончательный вид амплитуды $\beta^{sj}_{eml_1l_2}$ (21) определяется только свойствами подынтегрального выражения (14) по отношению к вращениям и не зависит от выбора переменных интегрирования. Естественно, что в каналовых переменных $\vec{r}_i = \vec{r}_a$ и $\vec{r}_j = \vec{r}_b$ выражение для радиального интеграла (20) совпадает с соответствующими выражениями, полученными ранее / I / (см. формулы (18) и (20) из работы / I /).

Действительно, из (20) имеем:

$$I^{l_1l_2s}_{l_al_bl} = J_{a,b}\int r_a dr_a \int r_b dr_b \chi_{l_a}(k_a, r_a) H^{l_1l_2s}_{l_al_bl}(r_a, r_b)\chi_{l_b}(k_b, r_b) , \qquad (22)$$

где

$$H^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_a \ell_b \ell}(r_a, r_b) = \frac{4\pi}{\ell^2} \int d\Omega_{\vec{r}_b'} \sum_{k} h^{sj\ell_1\ell_2}_{\ell k}(\vec{r}_a', \vec{r}_b') \left[Y_{\ell_a}(\vec{r}_a') Y_{\ell_b}(\vec{r}_b') \right]_{\ell k} \tag{23}$$

$$\equiv \int d\Omega_{\vec{r}_a} \int d\Omega_{\vec{r}_b} h^{sj\ell_1\ell_2}_{\ell m}(\vec{r}_a, \vec{r}_b) \left[Y_{\ell_a}(\vec{r}_a) Y_{\ell_b}(\vec{r}_b) \right]_{\ell m} . \tag{23I}$$

В используемой системе координат $\vec{r}_a \parallel z$ (см. рис.2) формфактор $H^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_a \ell_b \ell}(r_a, r_b)$ можно записать в виде:

$$H^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_a \ell_b \ell}(r_a, r_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\hat{\ell}_a}{\ell^2} \sum_{k_1 k_2 k} C^{\ell_2 \ell_1 \ell}_{k_2 k_1 k} C^{\ell_b \ell_a \ell}_{k\, 0\, k} (-)^k \int e^{ik\varphi_{\vec{r}_b'}} e^{-ik_1 \varphi_{\vec{r}_{xb}}}$$

$$\times e^{-ik_2 \varphi_{\vec{r}_{xA}}} P^{k_1}_{\ell_1}(\cos\theta_{xb}) P^{k_2}_{\ell_2}(\cos\theta_{xA}) P^{k}_{\ell_b}(\cos\theta_{\vec{r}_b'}) g^{\ell_1\ell_2}_{sj}(r_{xA}, r_{xb})\, d\cos\theta_{\vec{r}_b'}\, d\varphi_{\vec{r}_b'} , \tag{24}$$

где, как следует из рис.2,

$$\cos\theta_{xb} = \frac{\beta r_a + \alpha r_b \cos\theta_{\vec{r}_b'}}{\sqrt{\beta^2 r_a^2 + \alpha^2 r_b^2 - 2\alpha\beta r_a r_b \cos\theta_{\vec{r}_b'}}} , \quad \varphi_{\vec{r}_{xb}} = \varphi_{\vec{r}_b'} + \pi$$

$$\cos\theta_{xA} = \frac{\alpha r_a + \delta r_b \cos\theta_{\vec{r}_b'}}{\sqrt{\alpha^2 r_a^2 + \delta^2 r_b^2 - 2\alpha\delta r_a r_b \cos\theta_{\vec{r}_b'}}} , \quad \varphi_{\vec{r}_{xA}} = \varphi_{\vec{r}_b'} + \pi . \tag{25}$$

Проводя в формуле (24) интегрирование по $d\varphi_{\vec{r}_b'}$, для формфактора $H^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_a \ell_b \ell}$, получим окончательное выражение:

$$H^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_a \ell_b \ell}(r_a, r_b) = \sum_{k} C^{\ell_b \ell_a \ell}_{k\, 0\, k} \hat{\ell}_a \tilde{H}^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_b \ell k}(r_a, r_b) , \tag{26}$$

причем

$$\tilde{H}^{\ell_1 \ell_2 s}_{\ell_b \ell k}(r_a, r_b) = \frac{\sqrt{2}}{\hat{\ell}^2} \sum_{\varkappa} C^{\ell_2\ \ell_1\ \ell}_{k-\varkappa\ \varkappa\ k} \int P^{\varkappa}_{\ell_1}(\cos\theta_{xb}) P^{k-\varkappa}_{\ell_2}(\cos\theta_{xA}) \times P^{k}_{\ell_b}(\cos\theta_{\vec{r}_b'}) g^{\ell_1\ell_2}_{SJ}(r_{xb}, r_{xA})\, d\cos\theta_{\vec{r}_b'} \tag{27}$$

Формулы (26) и (27) решают задачу вычисления формфактора кластерной передачи с учетом ВКР и в этом смысле представляют собой альтернативу формулам (56) и (57) из работы /I/.

Поскольку соотношения (26) и (27) включают суммы только по проекциям моментов ℓ_1 и ℓ_2 и имеют более простую и компактную структуру по сравнению с соответствующими формулами из работы /I/, они могут оказаться предпочтительнее в конкретных вычислениях.

В случае, когда анализ реакции передачи $A(a,b)B$ проводится для различных значений энергии E_a и для различных конечных состояний ядра B, расчет радиальных интегралов удобнее проводить по формуле (22), в которой формфакторы $H^{\ell_1\ell_2 s}_{\ell_a \ell_b \ell}$, будучи независимыми от искаженных волн $\chi_{\ell_a(\ell_b)}$, являются универсальными и могут использоваться неоднократно.

Если для фиксированного значения энергии E_a во входном канале изучается реакция передачи на различные конечные состояния ядра B, то расчет радиальных интегралов (20) целесообразно проводить в переменных $\vec{r}_b$ и $\vec{r}_{xb}$.

По аналогии с предыдущим получим:

$$I^{\ell_1\ell_2}_{\ell_2 \ell_b \ell} = J_{\ell, xe} \int r_b\, dr_b \int r_{xb}^2 r_{xb} \chi_{\ell_b}(k_b, r_b) V(r_{xb}) U_{\ell_1 s}(r_{xb}) F^{\ell_1\ell_2}_{\ell_a \ell_b \ell}(r_b, r_{xb}), \tag{28}$$

где

$$F^{\ell_1\ell_2}_{\ell_a \ell_b \ell}(r_b, r_{xb}) = \sum_{k} C^{\ell_b\ \ell_a\ \ell}_{0\ k\ k}\, \hat{\ell}_b\, \tilde{F}^{\ell_1\ell_2}_{\ell_a \ell k}(r_b, r_{xb}) . \tag{29}$$

Здесь

$$\tilde{F}^{\ell_1 \ell_2}_{\ell_a \ell K}(r_b, r_{xb}) = \frac{\sqrt{2}}{\beta^2} \sum_{\varkappa} C^{\ell_2\ \ell_1\ \ell\ \ K}_{K-\varkappa\ \varkappa\ K}(-) \int P^{\varkappa}_{\ell_1}(\cos\theta_{\vec{r}_{x\ell}}) P^{K-\varkappa}_{\ell_2}(\cos\theta_{xA}) \times P^{K}_{\ell_a}(\cos\theta_a) \frac{u_{\ell_a j}(r_{xA})}{r_a} d\cos\theta_{\vec{r}_{xb}}, \qquad (30)$$

$$\cos\theta_{xA} = \frac{\sigma r_b + \frac{\alpha}{\beta} r_{xb} \cos\theta_{\vec{r}_{xb}}}{\sqrt{\sigma^2 r_b^2 + \frac{\alpha^2}{\beta^2} r_{xb}^2 + 2\frac{\alpha\sigma}{\beta} r_b r_{xb} \cos\theta_{\vec{r}_{xb}}}}$$

$$\cos\theta_a = \frac{\frac{\alpha}{\beta} r_b + \frac{1}{\beta} r_{xb} \cos\theta_{\vec{r}_{xb}}}{\sqrt{\frac{\alpha^2}{\beta^2} r_b^2 + \frac{1}{\beta^2} r_{xb}^2 + 2\frac{\alpha}{\beta^2} r_b r_{xb} \cos\theta_{\vec{r}_{xb}}}}, \quad \sigma = \frac{\alpha^2}{\beta} - \delta . \qquad (31)$$

Так как формфактор $F^{\ell_1\ell_2}_{\ell_a \ell_b \ell}$ не зависит от искаженной волны $\chi_{\ell_b}(k_b, r_b)$, то его так же, как и формфактор (26), можно использовать неоднократно. При этом обрезание радиальных интегралов по переменной r_{xb} будет более эффективным, чем при работе в каналовых переменных (ср. с формулой (22)), поскольку взаимодействие $V(r_{xb})$ непосредственно входит в подынтегральное выражение (28).

4. Реакция двухнуклонной передачи $A(t,p)B$

Обобщим развитый формализм на простейший случай некластерной передачи - реакцию типа $A(t,p)B$.

Примем, что взаимодействие (5) можно представить в форме /9/

$$V_{b3} = V(|\vec{r}_{n_1} - \vec{r}_p|)[a + b\vec{\sigma}_{n_1}\vec{\sigma}_p] + V(|\vec{r}_{n_2} - \vec{r}_p|)[a + b\vec{\sigma}_{n_2}\vec{\sigma}_p] , \qquad (32)$$

явно зависящей от спиновых переменных.

Амплитуду исследуемой реакции рассмотрим, сначала используя каналовые переменные $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ (2) и координату $\vec{r}_{12} = \vec{r}_{n_1} - \vec{r}_{n_2} = \vec{r}\,'_{n_1} - \vec{r}\,'_{n_2}$, причем величины $\vec{r}\,'_{n_1} = \vec{r}_{n_1} - \vec{r}_A$ и $\vec{r}\,'_{n_2} = \vec{r}_{n_2} - \vec{r}_A$ представляют собой пространственные переменные переданных нейтронов относительно кора A. В системе полного центра масс необходимые для последующего рассмотрения переменные имеют вид:

$$\vec{r}_{xA} = \frac{1}{2}(\vec{r}\,'_{n_1} + \vec{r}\,'_{n_2}) = \frac{A+2}{A+3}\cdot\left[\frac{3}{2}\vec{r}_a - \frac{1}{2}\vec{r}_b\right], \quad \vec{r}_{n_1} - \vec{r}_p = \vec{r}_{xb} + \frac{1}{2}\vec{r}_{12}$$
$$\vec{r}_{xb} = \frac{A+2}{A+3}\left[\frac{3}{2}\frac{A}{A+2}\vec{r}_a - \frac{3}{2}\vec{r}_b\right], \quad \vec{r}_{n_2} - \vec{r}_p = \vec{r}_{xb} - \frac{1}{2}\vec{r}_{12}. \qquad (33)$$

Принимая /9/, что волновая функция тритона содержит только нулевые моменты относительно движения нуклонов, запишем ее следующим образом:

$$\Phi^{t}_{S_a m_{S_a}}(\sigma_1\sigma_2\sigma_3, r_{12}, r_{xb}) = \left[\left[\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_1)\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_2)\right]^0_0 \phi^{\frac{1}{2}}_{m_{S_a}}(\sigma_3)\right]_{S_a m_{S_a}} \phi^{t}_{00}(r_{xb})\,\bar{\phi}^{t}_{00}(r_{12}). \qquad (34)$$

Волновую функцию конечного ядра B представим в виде генеалогического разложения:

$$\Phi^{(l_1 l_2)}_{I_B M_B}(\xi_A, \vec{r}\,'_{n_1}, \vec{r}\,'_{n_2}, \sigma_1\sigma_2) = \sum_{I_A j} D^{I_B(l_1 l_2)}_{I_A j}\left[\Phi_{I_A}(\xi_A)\,\phi^{(l_1 l_2)}_{j m_j}(\vec{r}\,'_{n_1}, \vec{r}\,'_{n_2}, \sigma_1\sigma_2)\right]_{I_B M_B}, \qquad (35)$$

где ξ_A – внутренние переменные кора A, σ_1, σ_2 – спиновые переменные захваченных нейтронов.

Полностью антисимметризованную волновую функцию двух нейтронов запишем в форме /4/

$$\phi^{(l_1 l_2)}_{j m_j}(\vec{r}\,'_{n_1}, \vec{r}\,'_{n_2}, \sigma_1\sigma_2) = \sum_{lS}\left((l_1\tfrac{1}{2})j_1 (l_2\tfrac{1}{2})j_2 \middle| (l_1 l_2)l (\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2})S\right)_j \left[\Psi^{(l_1 l_2)lm}_{Slm}(\vec{r}\,'_{n_1}, \vec{r}\,'_{n_2})\left[\tilde{\phi}^{\frac{1}{2}}(\sigma_1)\tilde{\phi}^{\frac{1}{2}}(\sigma_2)\right]_S\right]_{j m_j} \qquad (36)$$

где пространственная функция $\Psi_{sem}^{(L_1L_2)N_1N_2}$ имеет вид:

$$\Psi_{sem}^{(L_1L_2)N_1N_2}(\vec{r}'_{n_1},\vec{r}'_{n_2}) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\delta_{N_1N_2}\delta_{L_1L_2}\delta_{J_1J_2})}}\left\{\Psi_{12}^{(L_1L_2)\ell}(\vec{r}'_{n_1},\vec{r}'_{n_2})+\Psi_{21}^{(L_1L_2)\ell S}(\vec{r}'_{n_2},\vec{r}'_{n_1})\right\}, \tag{37}$$

причем

$$\Psi_{12}^{(L_1L_2)\ell}(\vec{r}'_{n_1},\vec{r}'_{n_2}) = \mathcal{U}_{N_1L_1J_1}(r'_{n_1})\,\mathcal{U}_{N_2L_2J_2}(r'_{n_2})\left[Y_{L_1}(\vec{r}'_{n_1})\,Y_{L_2}(\vec{r}'_{n_2})\right]_{\ell m} \quad \text{и}$$

$$\Psi_{21}^{(L_1L_2)\ell S}(\vec{r}'_{n_2},\vec{r}'_{n_1}) = (-)^S\,\mathcal{U}_{N_1L_1J_1}(r'_{n_2})\,\mathcal{U}_{N_2L_2J_2}(r'_{n_1})\left[Y_{L_1}(\vec{r}'_{n_2})\,Y_{L_2}(\vec{r}'_{n_1})\right]_{\ell m}.$$

Используя результаты работы /5/, волновую функцию (37) перепишем в виде:

$$\Psi_{sem}^{(L_1L_2)N_1N_2}(\vec{r}'_{n_1},\vec{r}'_{n_2}) = \sum_{\Lambda\lambda}\left\{1+(-)^{\lambda+S}\right\}\left[Y_\Lambda(\vec{r}_{xA})\,Y_\lambda(\vec{r}_{12})\right]_{\ell m} f_{\Lambda\lambda}^{(L_1L_2)N_1N_2}(r_{12},r_{xA}). \tag{38}$$

Здесь

$$f_{\Lambda\lambda}^{(L_1L_2)N_1N_2}(r_{12},r_{xA}) = \frac{1}{\sqrt{1+\delta_{N_1N_2}\delta_{L_1L_2}\delta_{J_1J_2}}}\,\frac{\sqrt{2\Lambda+1}}{2\ell+1}\int \mathcal{U}_{N_1L_1J_1}(r'_{n_1})\,\mathcal{U}_{N_2L_2J_2}(r'_{n_2})\sum_{K_1K_2}(-)^{K_2}$$

$$\times\, C_{K\,0\,K}^{\lambda\Lambda\ell}\, C_{K_1K_2K}^{L_1L_2\ell}\, P_{L_1}^{K_1}(\cos\theta_{\vec{r}'_{n_1}})\,P_{L_2}^{K_2}(\cos\theta_{\vec{r}'_{n_2}})\,P_\lambda^{K}(\cos\theta_{\vec{r}_{12}})\,d\cos\theta_{\vec{r}_{12}} \tag{39}$$

и

$$\cos\theta_{\vec{r}'_{n_1}} = \frac{r_{xA}+\frac{r_{12}}{2}\cos\theta_{\vec{r}_{12}}}{\sqrt{r_{xA}^2+\frac{r_{12}^2}{4}+r_{12}r_{xA}\cos\theta_{\vec{r}_{12}}}},\qquad \cos\theta_{\vec{r}'_{n_2}} = \frac{r_{xA}-\frac{r_{12}}{2}\cos\theta_{\vec{r}_{12}}}{\sqrt{r_{xA}^2+\frac{r_{12}^2}{4}-r_{12}r_{xA}\cos\theta_{\vec{r}_{12}}}} \tag{40}$$

Так как спиновая часть потенциала (32) факторизуется, то для выявления зависимости амплитуды T' от значения переданного спина s вычислим матричные элементы вида

$$M_i = \langle [\tilde{\phi}^{\frac{1}{2}}(\sigma_1)\tilde{\phi}^{\frac{1}{2}}(\sigma_2)]_{sm_s}\tilde{\phi}^{\frac{1}{2}}_{m_{s_\ell}}(\sigma_3)|a+\ell\vec{\sigma}_i\vec{\sigma}_3|[[\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_1)\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_2)]^0_0\phi^{\frac{1}{2}}_{m_{s_a}}(\sigma_3)]_{s_a m_{s_a}}\rangle, \; i=1,2 .$$

Используя тождество /9/

$$\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_3\,\phi^{\frac{1}{2}}_{m_{s_a}}(\sigma_3)[\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_1)\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_2)]^0_0=\sqrt{3}\,[\phi^{\frac{1}{2}}_{m_p}(\sigma_3)[\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_1)\phi^{\frac{1}{2}}(\sigma_2)]^1_{m_s}]_{s_a m_{s_a}} ,$$

получим окончательный вид указанных матричных элементов:

$$M_i=\{a\,\delta_{s,0}+\alpha_i\,\ell\sqrt{3}\,\delta_{s,1}\}\,C^{s_\ell\; s\; s_a}_{m_{s_\ell} m_s m_{s_a}} , \quad \alpha_i=\begin{cases}1, & i=1\\ -1, & i=2\end{cases} . \tag{41}$$

Интегрируя в формуле (4) по переменным σ_1, σ_2, σ_3 и $\{\xi_A\}$, для амплитуды T' получим результат, совпадающий по форме с выражением для амплитуды кластерной передачи (8). Спектроскопический коэффициент $A^{(L_1L_2)S}_{I_AI_Bs_a\ell}$ и формфактор $h^{S(L_1L_2)}_{\ell m}$ имеют, соответственно, вид:

$$A^{(L_1L_2)S}_{I_AI_Bs_a\ell}=i^{\ell}\,\mathcal{D}^{I_B(L_1L_2)}_{I_Aj}\,\frac{\hat{s}_a}{\hat{s}}\,((L_1\tfrac{1}{2})_{j_1}(L_2\tfrac{1}{2})_{j_2}|(L_1L_2)_\ell(\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2})_s)_j , \tag{42}$$

$$\begin{aligned} h^{S(L_1L_2)}_{\ell m}(\vec{r}_a,\vec{r}_B) &= \int d\vec{r}_{12}\,\Psi^{(L_1L_2)\ell\ell *}_{sem}(\vec{r}_{n_1}',\vec{r}_{n_2}')\{a\,\delta_{s,0}[V(|\vec{r}_{x\ell}+\tfrac{1}{2}\vec{r}_{12}|)+V(|\vec{r}_{x\ell}-\tfrac{1}{2}\vec{r}_{12}|)] \\ &+2\sqrt{3}\,\delta_{s,1}[V(|\vec{r}_{x\ell}+\tfrac{1}{2}\vec{r}_{12}|)-V(|\vec{r}_{x\ell}-\tfrac{1}{2}\vec{r}_{12}|)]\}\,\phi^{t}_{00}(r_{x\ell})\,\bar{\phi}^{t}_{00}(r_{12}) . \end{aligned} \tag{43}$$

Потенциал взаимодействия $V(|\vec{r}_{xb}+\frac{1}{2}\alpha_i\vec{r}_{12}|)$ представим в виде мультипольного разложения

$$V(|\vec{r}_{xb}+\frac{1}{2}\alpha_i\vec{r}_{12}|)=\sum_{Lm_L}(\alpha_i)^L V_L(r_{12},r_{xb})Y_{Lm_L}(\hat{r}_{12})Y^*_{Lm_L}(\hat{r}_{xb})\ ,\quad i=1,2\ , \tag{44}$$

где функции $V_L(r_{12},r_{xb})$ определяются только видом взаимодействия и не зависят от кинематических и структурных характеристик реакции.

Используя представление (38) для функции $\Psi^{(l_1l_2)\lambda_1\lambda_2}_{sem}$ и разложение потенциала (44), после интеграции в формуле (43) по угловым переменным вектора $\vec{r}_{12}$ получим следующее выражение для формфактора $h^{s(l_1l_2)}_{em}$:

$$h^{s(l_1l_2)}_{em}(\vec{r}_a,\vec{r}_b)=\sum_{\Lambda\lambda}h^{\lambda\Lambda(l_1l_2)}_{ems}(\vec{r}_a,\vec{r}_b)\ , \tag{45}$$

где

$$h^{\lambda\Lambda(l_1l_2)}_{ems}(\vec{r}_a,\vec{r}_b)=\left[Y^*_\Lambda(\vec{r}_{xA})Y^*_\lambda(\vec{r}_{xb})\right]_{em}g^{\lambda\Lambda(l_1l_2)}_s(r_{xA},r_{xb})\ . \tag{46}$$

Структурная функция $g^{\lambda\Lambda(l_1l_2)}_s$ имеет вид:

$$g^{\lambda\Lambda(l_1l_2)}_s(r_{xA},r_{xb})=(a\cdot\delta_{s0}+b\sqrt{3}\,\delta_{s1})\{1+(-)^{\lambda+s}\}^2\int r^2_{12}dr_{12}\,V_\lambda(r_{12},r_{xb})\times f^{(l_1l_2)\lambda_1\lambda_2}_{\Lambda\lambda}(r_{12},r_{xA})\phi^t_{00}(r_{12})\bar{\phi}^t_{00}(r_{xb})\ . \tag{47}$$

Как видно из формулы (46), формфактор $h_{em}^{\Lambda\lambda(l_1 l_2)}$ совпадает по форме с формфактором кластерной передачи $h_{em}^{s_j l_1 l_2}$ (II). Это означает, что амплитуда T (I) и для реакции $A(t,p)B$ может быть выражена через стандартную парциальную амплитуду (I4), которая имеет обычный вид (2I). Радиальный интеграл $I_{l_a l_b l}^{l_1 l_2 s}$, входящий в (2I), заменяется, соответственно, на выражение $I_{l_a l_b l}^{s} = \sum_{\Lambda\lambda} I_{l_a l_b l}^{\Lambda\lambda s}$, причем интегралы $I_{l_a l_b l}^{\Lambda\lambda s}$ вычисляются по формуле (22) с заменой структурной функции $g_{s_j}^{l_1 l_2}$ (I2) на функцию $g_s^{\Lambda\lambda(l_1 l_2)}$.

Если потенциал взаимодействия (32) является короткодействующим и не содержит особенностей, то разложение (44) хорошо сходится, так что при суммировании по моменту λ в выражении для радиального интеграла $\bar{I}_{l_a l_b l}^{s}$ достаточно учитывать малое число членов. Поскольку сумма по моменту Λ ограничена очевидным соотношением $|l-\lambda| \le \Lambda \le l+\lambda$, то полученные выше формулы могут оказаться эффективными для расчета амплитуды реакции $A(t,p)B$. Важным упрощающим обстоятельством оказывается то, что радиальные интегралы являются только четырехмерными, в отличие от стандартного подхода /4, 9/, где приходится оперировать с шестимерными интегралами сложной структуры.

Если, однако, потенциал взаимодействия (32) включает, например, отталкивательный кор, то мультипольное разложение (44), вообще говоря, содержит неограниченное число равнозначных слагаемых, что указывает на непрактичность изложенного формализма для подобного класса потенциалов.

Рассмотрим поэтому амплитуду реакции $A(t,p)B$ для взаимодействия (32) с произвольной радиальной зависимостью. Так как спиновые части $(a+b\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_3)$ и $(a+b\vec{\sigma}_2\vec{\sigma}_3)$ потенциала взаимодействия (32) дают независимые вклады (4I) в амплитуду реакции, а волновая функция $\Psi^{-(l_1l_2)N_1N_2}_{sem}$ пары нейтронов представляет собой сумму двух членов (см. формулу (37)), то выражение для амплитуды T можно записать в виде:

$$T=\sum_{\substack{\ell s j\\ m m_s}} C^{I_A\ j\ I_B}_{M_A M_B-M_A M_B} C^{\ell\ s\ j}_{m\ m_s\ M_B-M_A} C^{s_a\ s_\ell\ s}_{m_{s_a}\ -m_{s_\ell}\ m_s} (-)^{s_\ell-m_{s_\ell}} A^{(l_1l_2)s}_{I_AI_Bs_a\ell}\hat{\ell}\sum_{i=1}^{4}\beta^{\ell m s}_i(\vec{k}_\ell,\vec{k}_a), \quad (48)$$

где спектроскопический коэффициент определяется формулой

$$A^{(l_1l_2)s}_{I_AI_Bs_a\ell}=\frac{(a\delta_{s,0}+b\sqrt{3}\,\delta_{s,1})}{\sqrt{2(1+\delta_{N_1N_2}\delta_{l_1l_2}\delta_{j_1j_2})}}\, i^{\ell}\, \mathcal{D}^{I_B(l_1l_2)}_{I_Aj}\,\frac{\hat{s}_2}{\hat{\ell}\hat{s}}\Big((l_1\tfrac{1}{2})_{j_1}(l_2\tfrac{1}{2})_{j_2}\big|(l_1l_2)_\ell(\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2})_s\Big)_j \cdot \quad (49)$$

Здесь

$$\hat{\ell}\, i^{\ell}\beta^{\ell m s}_1(\vec{k}_\ell,\vec{k}_a)=\int d\vec{\eta}_1\int d\vec{\eta}_2\int d\vec{R}\,\chi^{(-)*}_\ell(\vec{k}_\ell,\vec{\tau}_\ell)\,h^{\ell m s}_1(\vec{\eta}_1,\vec{\eta}_2,\vec{R})\,\chi^{(+)}_a(\vec{k}_a,\vec{\tau}_a)\ , \quad (50)$$

причем

$$h^{\ell m s}_1(\vec{\eta}_1,\vec{\eta}_2,\vec{R})=\Psi^{(l_1l_2)\ell *}_{12}(\vec{\tau}\,'_{n_1},\vec{\tau}\,'_{n_2})\,V(|\vec{\eta}_1|)\,\phi^{t}_{00}(\vec{\eta}_1)\,\bar{\phi}^{t}_{00}(|\vec{\eta}_2|)\ . \quad (51)$$

В формулах (50) и (51) используется следующий набор переменных:

$$\vec{r}\,'_{n_1} = \vec{\eta}_{13} + \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_1 \;,\quad \vec{\eta}_{13} = \frac{3A}{4(A+3)}\vec{R} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_2 \;,\; \vec{R} \equiv \vec{r}_a$$

$$\vec{r}\,'_{n_2} = 2\vec{\eta}_{13} + 2\vec{\eta}_2 \;,\quad \vec{\eta}_2 = \vec{r}\,'_{n_2} - \tfrac{1}{2}(\vec{r}\,'_{n_1} + \vec{r}_3) \tag{52}$$

$$\vec{r}_3 = \vec{\eta}_{13} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_1 \;,\quad \vec{\eta}_1 = \vec{r}\,'_{n_1} - \vec{r}_3 \;.$$

Амплитуда β_2^{ems} имеет аналогичный вид:

$$\hat{\ell}\, i^{\ell} \beta_2^{ems}(\vec{K}_\ell, \vec{K}_a) = \int d\vec{\eta}\,'_2 \int d\vec{\eta}\,'_1 \int d\vec{R}\, \chi_\ell^{(-)*}(\vec{K}_\ell, \vec{r}_\ell)\, h_2^{ems}(\vec{\eta}\,'_1, \vec{\eta}\,'_2, \vec{R})\, \chi_a^{(+)}(\vec{K}_a, \vec{r}_a) \;, \tag{53}$$

где

$$h_2^{ems}(\vec{\eta}\,'_1, \vec{\eta}\,'_2, \vec{R}) = \Psi_{21}^{(l_1 l_2) \ell s *}(\vec{r}\,'_{n_1}, \vec{r}\,'_{n_2})\, V(|\vec{\eta}\,'_2|)\, \phi_{00}^{t}(|\vec{\eta}\,'_2|)\, \bar{\phi}_{00}^{t}(|\vec{\eta}\,'_1|) \tag{54}$$

и

$$\vec{r}\,'_{n_1} = 2\vec{\eta}_{23} + 2\vec{\eta}\,'_1 \;,\quad \vec{\eta}_{23} = \frac{3A}{4(A+3)}\vec{R} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}\,'_1$$

$$\vec{\eta}\,'_1 = \vec{r}\,'_{n_1} - \tfrac{1}{2}(\vec{r}\,'_{n_2} + \vec{r}_3) \;,\quad \vec{r}\,'_{n_2} = \vec{\eta}_{23} + \tfrac{1}{2}\vec{\eta}\,'_2$$

$$\vec{\eta}\,'_2 = \vec{r}\,'_{n_2} - \vec{r}_3 \;,\quad \vec{r}_3 = \vec{\eta}_{23} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}\,'_2 \;. \tag{55}$$

Легко устанавливаемые соотношения симметрии для парциальных амплитуд $\beta_i^{\ell m s}$:

$$\beta_1^{\ell m s} = \beta_4^{\ell m s} \quad \text{и} \quad \beta_2^{\ell m s} = \beta_3^{\ell m s}$$

позволяют ограничиться ниже рассмотрением амплитуд (50) и (53). Для проведения интеграции по переменной $\vec{\eta}_1(\vec{\eta}_1')$ в подынтегральном выражении формулы (50) $\big((53)\big)$ совершим поворот системы координат таким образом / 5 /, чтобы $\vec{\eta}_{13}(\vec{\eta}_{13}') \parallel Z$. Повторная процедура поворота, в результате которого $\vec{R} \parallel Z$, позволяет проинтегрировать по переменной $\vec{\eta}_2(\vec{\eta}_1')$.

В итоге для парциальной амплитуды $\beta^{\ell m s} = 2(\beta_1^{\ell m s} + \beta_2^{\ell m s})$ получим выражение (21), в котором радиальный интеграл $\bar{I}^{(\ell_1 \ell_2)S}_{\ell_a \ell_b \ell}$ определяется формулой:

$$I^{(\ell_1 \ell_2)S}_{\ell_a \ell_b \ell} = J_1^{(\ell_1 \ell_2)\ell_a \ell_b \ell} + (-)^S J_2^{(\ell_1 \ell_2)\ell_a \ell_b \ell} . \tag{56}$$

Интегралы J_1 и J_2 имеют, соответственно, структуру:

$$J_1^{(\ell_1 \ell_2)\ell_a \ell_b \ell} = \sum_{\kappa K L} C^{\ell_1 \ell_b L}_{-\kappa \kappa 0} C^{L \ell_2 \ell_a}_{K -K 0} (-)^{\kappa+K} (-)^{\ell_a+\ell_b+\ell_1+\ell-L} \begin{Bmatrix} \ell_b & \ell_1 & L \\ \ell_2 & \ell_a & \ell \end{Bmatrix} \cdot 4$$

$$\times \int \mathcal{U}_{\kappa_1 \ell_1 j_1}(|\varkappa\vec{R} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_2 + \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_1|)\, \mathcal{U}_{\kappa_2 \ell_2 j_2}(|2\varkappa\vec{R} + \vec{\eta}_2|)\, V(|\vec{\eta}_1|)\, \phi^{t}_{00}(|\vec{\eta}_1|)\, \bar{\phi}^{t}_{00}(|\vec{\eta}_1|)$$

$$\times P^{-\kappa}_{\ell_1}(\cos\theta_+) P^{\kappa}_{\ell_b}(\cos\theta_-) P^{K}_{L}(\cos\tilde{\theta}_-) P^{-K}_{\ell_2}(\cos\tilde{\theta}_+) \mathcal{X}_{\ell_a}(k_a, R)\, \mathcal{X}_{\ell_b}(k_b, |\varkappa\vec{R} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_2 - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_1|) \tag{57}$$

$$\times \frac{1}{|\varkappa\vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2 - \frac{1}{2}\vec{\eta}_1|}\, \eta_1^2 d\eta_1 \sin\theta_{\vec{\eta}_1} d\theta_{\vec{\eta}_1}\, \eta_2^2 d\eta_2 \sin\theta_{\vec{\eta}_2} d\theta_{\vec{\eta}_2}\, R dR$$

$$J_2^{l_1 l_2 l_a l_b l} = \sum_{\kappa' K' L'} C_{\kappa' \kappa' 0}^{l_2 l_b L'} C_{K' -K' 0}^{L' l_1 l_a} (-)^{\kappa' + K'} (-)^{l_a + l_b + l_1 - l} \begin{Bmatrix} l_b & l_2 & L' \\ l_1 & l_a & l \end{Bmatrix} 4$$

$$\times \int u_{n_1 l_1 j_1}(|\varkappa \vec{R} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_1{}' + \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_2{}'|)\, u_{n_2 l_2 j_2}(|2\varkappa \vec{R} + \vec{\eta}_1{}'|)\, V(|\vec{\eta}_2{}'|)\, \phi_{00}^{+}(|\vec{\eta}_2{}'|)\, \bar{\phi}_{00}^{+}(|\vec{\eta}_1{}'|)$$

$$\times P_{l_1}^{-\kappa'}(\cos\theta_+')\, P_{l_b}^{\kappa'}(\cos\theta_-')\, P_{L'}^{K'}(\cos\tilde{\theta}_-')\, P_{l_2}^{-K'}(\cos\tilde{\theta}_+')\, \chi_{l_a}(k_a, R) \qquad (58)$$

$$\times \chi_{l_b}(k_b, |\varkappa \vec{R} - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_2{}' - \tfrac{1}{2}\vec{\eta}_1{}'|) \frac{1}{|\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2 - \frac{1}{2}\vec{\eta}_1|} \eta_2'^2 d\eta_2' \sin\theta_{\vec{\eta}_2'} d\theta_{\vec{\eta}_2'}\, \eta_1'^2 d\eta_1' \sin\theta_{\vec{\eta}_1'} d\theta_{\vec{\eta}_1'}\, R\, dR .$$

Здесь $\cos\theta_+ = \dfrac{|\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2| + \frac{1}{2}|\vec{\eta}_1| \cos\theta_{\vec{\eta}_1}}{|\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2 + \frac{1}{2}\vec{\eta}_1|}$, $\quad \varkappa = \dfrac{3A}{4(A+3)}$

$$\cos\theta_- = \frac{|\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2| - \frac{1}{2}|\vec{\eta}_1| \cos\theta_{\vec{\eta}_1}}{|\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2 - \frac{1}{2}\vec{\eta}_1|} , \qquad (59)$$

$$\cos\tilde{\theta}_- = \frac{\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}|\vec{\eta}_2| \cos\theta_{\vec{\eta}_2}}{|\varkappa \vec{R} - \frac{1}{2}\vec{\eta}_2|} , \quad \cos\tilde{\theta}_+ = \frac{2\varkappa \vec{R} + |\vec{\eta}_2| \cos\theta_{\vec{\eta}_2}}{|2\varkappa \vec{R} + \vec{\eta}_2|} .$$

Определения для углов θ_+', θ_-', $\tilde{\theta}_+'$ и $\tilde{\theta}_-'$ совпадают с выражениями (59) с точностью до замены $\vec{\eta}_1$ на $\vec{\eta}_2{}'$ и $\vec{\eta}_2$ на $\vec{\eta}_1{}'$.

Радиальные интегралы (56), в отличие от соответствующих шестимерных интегралов, использованных в работе /9/, являются пятимерными, однако и их структура достаточно сложна.

Таким образом, расчет амплитуды реакции $A(t,p)B$ в переменных $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ и $\vec{R}$ физически менее прозрачен по сравнению с изложенным выше методом, который основывается на выборе естественных переменных $\vec{r}_a$, $\vec{r}_b$ и $\vec{r}_{12}$.

На примере квазикластерного рассмотрения амплитуды реакции (переменные $\vec{r}_a$, $\vec{r}_b$ и $\vec{r}_{12}$) интересно проследить переход к потенциалу нулевого радиуса.

В этом частном случае структурная функция $g_s^{\lambda\Lambda(\ell_1\ell_2)}$ (47) примет более простой вид:

$$g^{\lambda\Lambda(\ell_1\ell_2)}_{zero\text{-}range}(r_{xA}, r_{xb}) = \{1+(-1)^{\lambda+S}\} f^{2(\ell_1\ell_2)\ell_1\ell_2}_{\Lambda\lambda}(r_{xb}, r_{xA})\, \Phi^t_{00}(r_{xb})\, \bar{\Phi}^t_{00}(r_{xb}) \cdot \times (a\,\delta_{S,0} + b\sqrt{3}\,\delta_{S,1}) \tag{60}$$

Выражение (60) легко получается, если учесть, что для δ-взаимодействия в разложении потенциала (44) коэффициенты $V_\lambda(r_{12}, r_{xb})$ имеют вид:

$$V_\lambda = \frac{1}{r^2_{xb}}\,\delta(r_{xb} - r_{12})$$ и не зависят от λ.

Таким образом, переход к взаимодействию нулевого радиуса меняет относительные вклады компонент с разными λ по сравнению со случаем взаимодействия конечного радиуса.

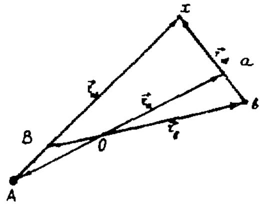

Рис.I Система координат полного центра масс (точка O).

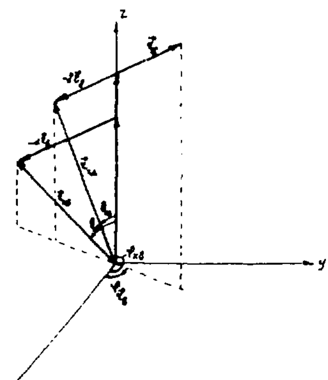

Рис.2 Схема сложения векторов в системе координат $\vec{r}_a \parallel z$.

Литература.

1. N.Austern, R.M.Drisko, E.C.Halbert and G.R.Satchler, Phys.Rev.133(1964)33.
2. H.H.Gutbrod, H.Yoshida and R.Bock. Nucl.Phys.A165,240(1971).
3. R.M.DeVries. Phys.Rev.C8(1973)951.
4. B.F.Bayman and D.H.Feng. Nucl.Phys.A205,513(1973).
5. V.I.Furman, S.Holan, S.G.Kadmensky and G.Stratan. Nucl.Phys. A239 (1975) 114.
6. W.Tobocman. The Theory of Direct Nuclear Reactions. Oxford,1961.
7. T.Kammuri and H.Yoshida. Nucl.Phys.A129,625(1969).
8. A.Bohr, B.R.Mottelson. Nuclear Structure, v.I,p.80, N.-Y.,1969.
9. B.F.Bayman. Nucl.Phys.A168,1(1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 марта 1975 года.