СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 8729

С.Г.Кадменский, В.И.Фурман

ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ ОПИСАНИЯ МНОГОЧАСТИЧНЫХ ПОДБАРЬЕРНЫХ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

1975

P4 - 8729

С.Г.Кадменский, В.И.Фурман

ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ ОПИСАНИЯ МНОГОЧАСТИЧНЫХ ПОДБАРЬЕРНЫХ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

Кадменский С.Г., Фурман В.И.

P4 - 8729

Формализм для описания многочастичных подбарьерных квазистационарных состояний

Развит формализм для описания подбарьерных многочастичных квазистационарных состояний, основанный на введении в R -матричный базис физических резонансных состояний. Построена интегральная формула для парциальных ширин распада.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Kadmensky S.G., Furman B.I.

P4 - 8729

The Formalism for the Description of Many-Particle Underbarrier Quasistationary States

The formalism for the description of the many particle underbarrier quasistationary levels is considered. The method is based on the introduction of the physical resonance states in the R-matrix basic states. The integral formula for the partial decay widths is obtained.

The investigation has been performed at the Neutron Physics Laboratory, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для исследования свойств многочастичных распадных состояний широко используется формализм R - матрицы [1,2]. Однако применение R - матричной схемы к конкретным физическим задачам сопряжено с принципиальными трудностями, связанными с неопределенностями в выборе граничных условий и радиусов каналов.

В работе [3] был развит не R - матричный вариант теории α - распада и получена интегральная формула для α - ширины, с помощью которой были проведены расчеты абсолютных вероятностей α - переходов в сферических [4,5] и деформированных [6] ядрах. Формализм, развитый в работе [3], был существенно модифицирован и применен к расчету ширин распада однонуклонных квазистационарных состояний сферических [7] и деформированных [8] ядер. Основываясь на методе работ [7,8], для случая подбарьерных многочастичных квазистационарных состояний можно развить вариант R - матричного подхода, свободный от указанных выше неопределенностей. Это и является целью настоящей работы.

I. Волновые функции квазистационарных состояний.

Проведем рассмотрение на примере α - распадного сферического ядра A, находящегося в состоянии со спином и его проекцией $I_i M_i$ и прочими квантовыми числами σ_i. Пусть открыты только α - частичные каналы, причем энергии Q относительного движения α - частицы и дочернего ядра ($A-4$) существенно подбарьерны для всех открытых каналов. Обобщение этого рассмотрения на случай распада ядра A на два фрагмента по любому другому каналу с подбарьерными энергиями относительного движения не вызывает принципиальных затруднений.

Введем в рассмотрение функции X_λ, удовлетворяющие уравнению Шредингера:

$$H X_\lambda = E_\lambda X_\lambda , \tag{I}$$

где

$$H = H_{A-4} + H_\alpha + T_{\vec{R}} + V_{\alpha A-4} + V^{кул}_{\alpha A-4} . \tag{2}$$

Здесь H_{A-4} и H_α – внутренние гамильтонианы дочернего ядра и α – частицы, $T_{\vec{R}}$ – оператор кинетической энергии их относительного движения. Ядерный потенциал взаимодействия α – частицы с дочерним ядром $V_{\alpha A-4}$ можно выразить через потенциалы нуклон-нуклонных взаимодействий V_{ij}

$$V_{\alpha A-4} = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=5}^{A} V_{ij} . \tag{3}$$

Потребуем, чтобы функции X_λ имели следующую асимптотику в области, где можно пренебречь влиянием потенциала $V_{\alpha A-4}$:

$$X_\lambda \to \hat{\mathcal{A}} \{ \sum_c a_c^\lambda u_c^\lambda \frac{1}{R} [G_c^\lambda(R) + i \mathcal{F}_c^\lambda(R)] \} exp(i \beta_{c\lambda}^{пот}) . \tag{4}$$

Здесь u_c^λ – каналовая функция ($c \equiv L, \sigma_f, I_f$)

$$u_c^\lambda = u^{I_i M_i}_{L \sigma_f I_f} = \sum_{M_f M} C^{I_f L I_i}_{M_f M M_i} \psi^{I_f M_f}_{\sigma_f} \psi_\alpha Y_{LM} (\Omega_{\vec{R}}) , \tag{5}$$

где $\psi^{I_f M_f}_{\sigma_f}$ и ψ_α – внутренние волновые функции дочернего ядра и α – частицы, L – орбитальный момент относительного движения.

В формуле (4) $\hat{\mathcal{A}}$ – оператор антисимметризации:

$$\hat{\mathcal{A}} = \binom{Z}{2}^{-1/2} \binom{N}{2}^{-1/2} \sum_P (-)^P \hat{P} ; \tag{6}$$

здесь $\hat{P}$ – оператор перестановки нуклонов только между α – частицей и дочерним ядром, поскольку внутренние функции ψ_α и $\psi^{I_f M_f}_{\sigma_f}$ полностью антисимметризованы.

Фигурирующие в формуле (4) функции $\mathcal{F}_c^\lambda(R)$ и $G_c^\lambda(R)$ – суть регулярная и нерегулярная радиальные кулоновские функции, имеющие, начиная с некоторой точки R_2, которая лежит правее внешней кулоновской точки поворота, следующие асимптотики:

$$\mathcal{F}_c^\lambda(R) \to sin (k_c^\lambda R - L\pi/2 + \delta_{c\lambda}^{кул}) \tag{7}$$

$$G_c^\lambda(R) \to cos (k_c^\lambda R - L\pi/2 + \delta_{c\lambda}^{кул}) , \tag{7'}$$

где величина $k_c^\lambda = (2m_c Q_c^\lambda / \hbar^2)^{1/2}$, причем m_c – приведенная масса, а $Q_c^\lambda = E_\lambda - E_{\sigma_f} - \varepsilon_\alpha$ (ε_α – энергия связи α – частицы). Потенциальная ядерная фаза рассеяния в формуле (4) $\beta_{c\lambda}^{пот}$ для рассматриваемого подбарьерного случая мала:

$$\beta_{c\lambda}^{пот} \ll 1 . \tag{8}$$

В формуле (4) в сумме по c не учитываются все закрытые каналы, ввиду их экспоненциально малого вклада /2/ в функцию X_λ в асимптотических областях, исследуемых ниже.

Поскольку в асимптотике функции X_λ содержатся только расходящиеся волны, собственные энергии E_λ в уравнении (I) комплексны:

$$E_\lambda = E_\lambda^\circ - i \Gamma_\lambda / 2 . \tag{9}$$

В области $R \geq R_2$ асимптотика функции X_λ имеет вид:

$$X_\lambda \to \hat{\mathcal{A}} \{ \sum_c a_c^\lambda u_c \frac{1}{R} exp \, i (k_c^\lambda R - L\pi/2 + \delta_{c\lambda}^{кул} + \beta_{c\lambda}^{пот}) \} . \tag{10}$$

Поскольку комплексный волновой вектор k_c^λ для случая

$\Gamma_\lambda \ll |Q_c^\lambda|$

равен

$$K_c^\lambda = Re\,K_c^\lambda - i\,2m\Gamma_\lambda/\hbar^2 Re\,K_c^\lambda = Re\,K_c^\lambda + i\,\Gamma_\lambda Re\,K_c^\lambda/|Q_c^\lambda|, \quad (II)$$

то в выражении (10) появляется расходящаяся экспонента, поэтому функции X_λ определим лишь в той области значений R, где выполняется условие

$$R\,Im\,K_c^\lambda \ll 1 \qquad \text{или} \quad R/Re\,v_c^\lambda \ll \hbar/\Gamma_\lambda, \quad (I2)$$

которое естественно с точки зрения временного формализма /2/. В тех случаях, когда это не вызывает недоразумений, обозначение K_c будет использовано для величины $Re\,K_c^\lambda$. Ограничимся ниже рассмотрением таких состояний X_λ, для которых условие (I2) заведомо выполнено в окрестности точки R_2.

Рассмотрим уравнение Шредингера для функции $X_{\lambda'}^*$:

$$H X_{\lambda'}^* = E_{\lambda'}^* X_{\lambda'}^* . \quad (I3)$$

Умножим слева уравнение (I) на $X_{\lambda'}^*$ и уравнение (I3) на X_λ затем вычтем из второго результата первый и проинтегрируем по объему многомерной сферы $R \le R_2$. Используя свойство эрмитовости потенциала $V_{\alpha A-4}$, получим

$$(E_{\lambda'}^* - E_\lambda)\int_{R\le R_2} X_{\lambda'}^* X_\lambda\, d\tau = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_c (K_c^\lambda + K_c^{\lambda'*})\,\alpha_c^\lambda \alpha_c^{\lambda'*} \times \exp i[\beta_{c\lambda}^{пот} - \beta_{c\lambda'}^{пот} + \delta_{c\lambda}^{кул} - \delta_{c\lambda'}^{кул} + K_c^\lambda R_2 - K_c^{\lambda'*} R_2], \quad (I4)$$

где $d\tau = R^2 dR\, d\Omega_R\, dq$, причем q – полный набор внутренних переменных α – частицы и ядра (A-4). Заметим, что формула (I4) фактически эквивалентна уравнению непрерывности для нестационарного распадного состояния с граничным условием, подобным условию (I0) /9/.

Введя условие нормировки функций X_λ в области $R \le R_2$:

$$\int_{R\le R_2} |X_\lambda|^2 d\tau = 1, \quad (I5)$$

из формулы (I4) получим соотношение:

$$\Gamma_\lambda = \sum_c (\hbar^2 K_c^\lambda/m)\,|\alpha_c^\lambda|^2 . \quad (I6)$$

Если теперь представить полную ширину Γ_λ через сумму парциальных ширин распада в отдельные каналы c:

$$\Gamma_\lambda = \sum_c \Gamma_{\lambda c}, \quad (I7)$$

то коэффициенты α_c^λ можно выразить через величины $\Gamma_{\lambda c}$

$$\alpha_c^\lambda = \sqrt{\Gamma_{\lambda c} K_c^\lambda / 2Q_c^\lambda} . \quad (I8)$$

В случае $\lambda \ne \lambda'$ модуль интеграла $\int_{R\le R_2} X_{\lambda'}^* X_\lambda\, d\tau$ есть величина порядка $\Gamma_\lambda/|E_\lambda^0 - E_{\lambda'}^0|$, которая для исследуемых подбарьерных состояний гораздо меньше I, что обеспечивает ортогональность функций X_λ и $X_{\lambda'}^*$. Из формулы (I6) автоматически вытекает ортогональность функций X_λ и стационарных функций $X_\lambda^{стац}$, содержащих только закрытые каналы ($Q_c^\lambda < 0$, $\Gamma_{\lambda c} = 0$). Поэтому функции X_λ можно использовать для расширения базиса состояний $X_\lambda^{стац}$, как это было сделано, например, в работе /I0/.

Используя теорему Грина и факт резкого экспоненциального роста функции $G_c^\lambda(R)$ при уменьшении R в подбарьерной области, можно показать, что условие нормировки (I5) останется в силе и при замене радиуса обрезания R_2 на радиусы R_1, для которых выполняется условие:

$$G_c^\lambda(R_1) \gg F_c^\lambda(R_1) . \quad (I9)$$

Заметим, что для достаточно тяжелых ядер, когда справедливо соотношение:

$$p_c^\lambda(R_B)\, R_B \gg \hbar \;, \qquad (20)$$

где $p_c^\lambda(R_B)$ – квазиклассический импульс, радиус R_1 можно смещать во внутреннюю область вплоть до величин, близких к R_B, где R_B соответствует положению максимума кулоновского барьера.

Тогда при учете условий (I2,I9,20) можно пренебречь мнимыми частями функций X_λ и ввести в рассмотрение в области $0 \leq R \leq R_1$ функции $\bar{X}_\lambda$, совпадающие с действительными частями функций X_λ. Функции $\bar{X}_\lambda$ удовлетворяют уравнению Шредингера (I) с действительной энергией E_λ^o, нормированы на единицу и имеют следующую асимптотику при $R \to R_1$:

$$\bar{X}_\lambda \longrightarrow \hat{\mathcal{A}} \sum_c \sqrt{\frac{\hbar_c\, \kappa_c^\lambda}{2 Q_c^\lambda}}\, \frac{\mathcal{U}_c}{R}\, G_c^\lambda(R) \;. \qquad (21)$$

Эти функции, как и функции X_λ, соответствуют физическим резонансам системы и будут использованы в последующем рассмотрении.

2. Связь волновой функции рассеяния и функций $\bar{X}_\lambda$.

Рассмотрим задачу, обратную α – распаду, когда на дочернем ядре (A-4) рассеивается α – частица. Волновая функция рассеяния Φ, соответствующая полному спину и его проекции $I_i M_i$ и нормированная на δ – функцию по энергии, удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$H\Phi = E\Phi \qquad (22)$$

и имеет следующую асимптотику:

$$\Phi \to \hat{\mathcal{A}} \sum_c \frac{i}{2R} \sqrt{\frac{\kappa_c}{\pi Q_c}}\, \mathcal{U}_c \left[(G_c - i\mathcal{F}_c)\,\delta_{cc_o} - S^{\text{я}}_{cc_o} (G_c + i\mathcal{F}_c) \right] ; \qquad (23)$$

здесь $c_o = \{ L^o\, \sigma_f^o\, I_f^o \}$ – входной канал, G_c и $\mathcal{F}_c$ – нерегулярная и регулярная кулоновские функции для энергии Q_c, а $S^{\text{я}}_{cc_o}$ – матричный элемент ядерной S – матрицы.

Ограничимся рассмотрением случая, когда энергия E близка к энергии E_μ^o одного из физических резонансных состояний $\bar{X}_\mu$, рассмотренных в I разделе.

По аналогии с R – матричным подходом Вигнера-Айзенбуда [II] введем базис действительных функций $\tilde{X}_\lambda$, удовлетворяющих уравнению Шредингера:

$$H\tilde{X}_\lambda = \tilde{E}_\lambda^o X_\lambda \;. \qquad (24)$$

В качестве граничного условия для функции $\tilde{X}_\lambda$ обычно используют определение логарифмической производной каналовой радиальной функции в некоторой точке R_o (радиусе канала) в виде константы B_c, не зависящей от конкретного состояния λ. Такое граничное условие сразу позволяет обеспечить ортонормированность функций $\tilde{X}_\lambda$:

$$\int_{R\leq R_o} \tilde{X}_\lambda \tilde{X}_{\lambda'}\, d\tau = \delta_{\lambda\lambda'} \;. \qquad (25)$$

Заметим однако, что энергии $\tilde{E}_\lambda^o$ рассматриваемых состояний $\tilde{X}_\lambda$ существенно зависят от выбора величин R_o и B_c. Чтобы обойти эту принципиальную для R – матричной схемы трудность, выберем B_c и R_o таким образом, чтобы среди набора состояний $\tilde{X}_\lambda$ находилось и физическое состояние $\bar{X}_\mu$.

Если учесть асимптотическое поведение функции $\overline{X}_\mu$ (21), можно удовлетворить поставленному выше условию следующим определением B_c и R_o :

$$R_o = R_1 \qquad (26)$$

$$B_c = R_1 \frac{dG_c(R_1)}{dR} \Big/ G_c(R_1) \Big|_{E=E_\mu^o} \qquad (27)$$

При таком выборе B_c и R_o получим, что $\widetilde{X}_\mu = \overline{X}_\mu$ и $\widetilde{E}_\mu^o = E_\mu^o$.

Теперь используем стандартное определение R - матрицы /2/:

$$R_{cc'} = \sum_\lambda \widetilde{\gamma}_{\lambda c} \widetilde{\gamma}_{\lambda c'} / (\widetilde{E}_\lambda^o - E), \qquad (28)$$

где $\widetilde{\gamma}_{\lambda c}$ - амплитуда приведенной ширины:

$$\widetilde{\gamma}_{\lambda c} = \left(\frac{\hbar^2 R_1}{2m}\right)^{1/2} \binom{N}{2}^{1/2} \binom{Z}{2}^{1/2} \int\limits_{R=R_1} \mathcal{U}_c^* \widetilde{X}_\lambda \, dq \, d\Omega_{\vec{R}} . \qquad (29)$$

Для энергии $E \to E_\mu^o$ R - матрицу (28) представим в виде:

$$R_{cc'} = \widetilde{\gamma}_{\mu c} \widetilde{\gamma}_{\mu c'} / (E_\mu^o - E) + R_{cc'}^o . \qquad (30)$$

Рассмотрим далее случай, когда для любых c'

$$R_{cc'}^o P_c \ll 1 , \qquad (31)$$

где P_c - фактор проницаемости /2/:

$$P_c = K_c R_1 / [G_c(R_1)]^2 \Big|_{E=E_\mu^o} . \qquad (32)$$

Поскольку для случая подбарьерных энергий E величина $P_c \ll 1$, условие (31) всегда выполняется, что позволяет пренебречь величиной $R_{cc'}^o$ в (30) и воспользоваться приближением изолированного уровня для S - матрицы /2/:

$$S_{cc_o}^{я} = \exp[i(\phi_c + \phi_{c_o})] \left\{ \delta_{cc_o} - \frac{i(\widetilde{\Gamma}_{\mu c})^{1/2} (\widetilde{\Gamma}_{\mu c_o})^{1/2}}{E - E_\mu^o - \Delta_\mu(E) + i\widetilde{\Gamma}_\mu/2} \right\}, \qquad (33)$$

где

$$\widetilde{\Gamma}_{\mu c} = 2 P_c(R_1) \widetilde{\gamma}_{\mu c}^2(R_1) \qquad (34)$$

$$\phi_c = \operatorname{arctg} [F_c(R_1)/G_c(R_1)] . \qquad (35)$$

Сдвиг уровня $\Delta_\mu(E)$ определяется формулой

$$\Delta_\mu(E) = -\sum_c \widetilde{\gamma}_{\mu c}(R_1) R_1 [G_c'/G_c - (G_c^\mu)'/G_c^\mu]_{R=R_1} \qquad (36)$$

и оказывается равным нулю при $E = E_\mu^o$.

Производная $\frac{\partial}{\partial E} \Delta_\mu(E)\Big|_{E=E_\mu^o}$ существенно меньше единицы в силу условия (20). Важным обстоятельством, которое необходимо отметить в связи с формулой (34), является то, что величины $\widetilde{\Gamma}_{\mu c}$ (34) совпадают с введенными в первом разделе физическими парциальными ширинами $\Gamma_{\mu c}$ (17). В этом легко убедиться, если подставить в формулу (34) приведенную ширину $\widetilde{\gamma}_{\mu c}(R_1)$, рассчитанную по формуле (29) с использованием асимптотического вида функции $\overline{X}_\mu$ (21). Пренебрегая величинами ϕ_c и $\Delta_\mu(E)$ в формуле (33) и учитывая, что $\widetilde{\Gamma}_{\mu c} = \Gamma_{\mu c}$, представим S - матрицу в виде:

$$S_{cc_o}^{я} = \delta_{cc_o} - \frac{i(\Gamma_{\mu c_o})^{1/2} (\Gamma_{\mu c})^{1/2}}{E - E_\mu^o + i\Gamma_\mu/2} . \qquad (37)$$

Подставляя (37) в (23) и воспользовавшись условием (19), получим следующее выражение для асимптотики функции рассеяния Φ в области $R \leq R_1$:

$$\Phi \to \hat{A} \sum_c (\Gamma_{\mu c_o} \Gamma_{\mu c})^{1/2} \sqrt{\frac{K_c}{\pi Q_c}} \, \frac{G_c(R)}{2R} [E - E_\mu^o + i\Gamma_\mu/2]^{-1} . \qquad (38)$$

Сравнение формулы (38) с формулой (21) позволяет сделать вывод о совпадении функции рассеяния Φ с функцией $\overline{X}_\mu$ во всей области $0 \le R \le R_1$ с точностью до множителя, не зависящего от R :

$$\Phi = -\sqrt{\Gamma_{\mu c_o}/2\pi}\,[E-E^o_\mu + i\Gamma_\mu/2]^{-1}\bar{X}_\mu \ . \qquad (39)$$

Формула типа (39) хорошо известна в R - матричной теории для приближения изолированного уровня /2/. Однако в R - матричной схеме отсутствует критерий для выбора граничного условия B_c и радиуса канала R_o , приводящий к связи функции рассеяния с физической функцией распадного состояния $\bar{X}_\mu$.

3. Интегральная формула для парциальных ширин.

Согласно Ватсону и Гольдбергеру /13/, уравнение для функции рассеяния $\bar{\Phi}$, связанной с введенной ранее функцией соотношением

$$\bar{\Phi} = \Phi \exp(-i\,\delta^{\kappa y \Lambda}_{c_o}) \qquad (40)$$

имеет вид:

$$\bar{\Phi} = \hat{\mathcal{A}}\,\varphi_c\,\delta_{cc_o} + \hat{\mathcal{A}}\{[E-H_o+i\eta]^{-1}(V_{\alpha A-4}+V^{\kappa y \Lambda}_{\alpha A-4})\}\bar{\Phi}, \qquad (41)$$

где

$$\varphi_c = \tilde{j}_c\,\mathcal{U}_c/R \ , \qquad (42)$$

причем $\tilde{j}_c$ - нормированная на δ - функцию по энергии сферическая функция Бесселя, а

$$H_o = H_\alpha + H_{A-4} + T_{\vec{R}} \ . \qquad (43)$$

Рассмотрение асимптотики уравнения (41) приводит к следующему определению полной S - матрицы:

$$S_{cc_o} = \delta_{cc_o} - 2\pi i < \hat{\mathcal{A}}\{\varphi_c / V_{\alpha A-4} + V^{\kappa y \Lambda}_{\alpha A-4}\}/\bar{\Phi}> . \qquad (44)$$

Несколько подробнее остановимся на смысле оператора антисимметризации в формуле (44). Если обозначить координаты ($\vec{r}_i$, s_i) нуклонов в ядре A индексами $\{1,2...,A\}$, то второй член в формуле (44) представляет собою сумму прямой амплитуды, для которой α - частица имеет координаты $\{1,2,3,4\}$, и всех обменных амплитуд, для которых α - частица имеет наборы координат, отличающиеся хотя бы одним индексом от набора $\{1,2,3,4\}$. Каждая из этих амплитуд вычисляется без антисимметризации в конечном канале, а эффект антисимметризации проявляется только благодаря суперпозиции прямой и обменной амплитуд. При этом никаких дополнительных искажений функций $\mathcal{U}_c$ и $\tilde{j}_c$ из-за влияния антисимметризации в выходном канале делать не следует даже в случае малых расстояний между центрами тяжести α - частицы и дочернего ядра.

Если теперь учесть, что функция $\bar{\Phi}$ является полностью антисимметризованной, то S - матрицу (44) можно переписать в виде:

$$S_{cc_o} = \delta_{cc_o} - 2\pi i < \varphi_c / V_{\alpha A-4} + V^{\kappa y \Lambda}_{\alpha A-4}/\bar{\Phi}> \binom{N}{2}^{1/2}\binom{Z}{2}^{1/2}. \qquad (45)$$

Пренебрегая поляризующим влиянием кулоновского взаимодействия $V^{\kappa y \Lambda}_{\alpha A-4}$ на внутренние функции α - частицы и дочернего ядра, можно выразить функцию φ_c через функцию $f_c = F_c\,\mathcal{U}_c/R$ с помощью уравнения:

$$\varphi_c = f_c - [E-H_o+i\eta]^{-1} V^{\kappa y \Lambda}_{\alpha A-4}\, f_c \ , \qquad (46)$$

где

$$F_c = \sqrt{K_c/\pi Q_c}\,\mathcal{F}_c \exp(i\delta_c^{\text{кул}}) \equiv \tilde{\mathcal{F}}_c \exp(i\delta_c^{\text{кул}}) \,. \tag{47}$$

Подставляя (46) в (45) и используя уравнения (4I), получим следующее выражение для S - матрицы:

$$S_{cc_0} = \delta_{cc_0}(1 - 2\pi i \langle f_c / V_{\alpha A-4}^{\text{кул}} / \varphi_c \rangle) - 2\pi i \langle \hat{\mathcal{A}}\{f_c / V_{\alpha A-4}\} / \bar{\Phi} \rangle \,. \tag{48}$$

Учитывая, что кулоновская S - матрица определяется соотношением

$$S_{cc_0}^{к} = \delta_{cc_0}(1 - 2\pi i \langle f_c / V_{\alpha A-4}^{\text{кул}} / \varphi_c \rangle) \equiv \delta_{cc_0} \exp[2i(\delta_c^{\text{кул}} + \delta_{c_0}^{\text{кул}})] \,, \tag{49}$$

полную S - матрицу (48) можно представить в виде:

$$S_{cc_0} = \exp[i(\delta_c^{\text{кул}} + \delta_{c_0}^{\text{кул}})]\{\delta_{cc_0} - 2\pi i \langle \hat{\mathcal{A}}\{f_c / V_{\alpha A-4}\} / \bar{\Phi} \rangle \exp[-i(\delta_c^{\text{кул}} + \delta_{c_0}^{\text{кул}})]\} \,. \tag{50}$$

Отсюда при учете соотношений (40) и (47) получим следующую формулу для ядерной S - матрицы:

$$S_{cc_0}^{я} = \delta_{cc_0} - 2\pi i \langle \hat{\mathcal{A}}\{\frac{\tilde{\mathcal{F}}_c u_c}{R} / V_{\alpha A-4}\} / \Phi \rangle \,. \tag{5I}$$

Подставляя в (5I) выражение для функции Φ (39), справедливое во всей области действия ядерного потенциала $V_{\alpha A-4}$ и сравнивая полученное выражение с формулой (37) для S - матрицы, придем к интегральной формуле для парциальной ширины $\Gamma_{\lambda c}$:

$$\Gamma_{\lambda c} = 2\pi \left| \langle \hat{\mathcal{A}}\{\frac{\tilde{\mathcal{F}}_c u_c}{R} / V_{\alpha A-4}\} / \bar{X}_\lambda \rangle \right|^2 \,. \tag{52}$$

Поскольку функция $\bar{X}_\lambda$ полностью антисимметризована, ширину $\Gamma_{\lambda c}$ можно представить в виде:

$$\Gamma_{\lambda c} = 2\pi \binom{Z}{2}\binom{N}{2} \left| \langle \frac{\tilde{\mathcal{F}}_c u_c}{R} / V_{\alpha A-4} / \bar{X}_\lambda \rangle \right|^2 \,. \tag{53}$$

Формула (53) не содержит никаких свободных параметров типа радиуса канала R_0 и близка по духу к формуле Фешбаха для нейтронных ширин распада компаундных состояний /I3/.

Ранее в работе Харады и Раушер /I4/ с помощью метода Казимира /I5/ была получена следующая интегральная формула для парциальной ширины α - распада:

$$\Gamma_{\lambda c} = 2\pi \binom{Z}{2}\binom{N}{2} \left| \langle \frac{\chi_c u_c}{R} / V_{\alpha A-4} - V_\alpha^{OM}(R) / \bar{X}_\lambda \rangle \right|^2 \,, \tag{53'}$$

где $\chi_c(R)$ - нормированная на δ-функцию радиальная функция относительного движения α - частицы и дочернего ядра, взаимодействие которых включает и ядерный оптический потенциал $V_\alpha^{OM}(R)$. Формула (53') физически эквивалентна формуле (53), однако в силу неустойчивости, связанной с учетом ядерных искажений в выходном канале, ее применение в конкретных расчетах оказалось неплодотворным /I4/.

Если ввести радиальную функцию канала

$$\Psi_c(R) = R\binom{Z}{2}^{1/2}\binom{N}{2}^{1/2} \langle u_c / \bar{X}_\lambda \rangle , \tag{54}$$

то формулу (53) можно переписать в виде:

$$\Gamma_{\lambda c} = 2\pi \left[\int_0^{R_1} \tilde{\mathcal{F}}_c(R) V(R) \Psi_c(R)\, dR \right]^2 , \tag{55}$$

где эффективный потенциал $V(R)$, определяется соотношением:

$$V(R) = \langle \hat{\mathcal{A}}\{u_c / V_{\alpha A-4}\} / \bar{X}_\lambda \rangle / \Psi_c(R) \,. \tag{56}$$

Учитывая, что в силу (2I) функция $\Psi_c(R)$ имеет следующую асимптотику:

$$\Psi_c(R \to R_1) = \sqrt{\Gamma_{\lambda c} K_c^{\lambda} / 2Q_c^{\lambda}}\; G_c^{\lambda}(R)\,, \qquad (57)$$

введем функцию $\overline{\Psi}_c(R)$ соотношением:

$$\overline{\Psi}_c(R) = \left(\Gamma_{\lambda c} K_c^{\lambda} / 2Q_c^{\lambda}\right)^{-1/2} \Psi_c(R)\,, \qquad (58)$$

причем

$$\overline{\Psi}_c(R \to R_1) \to G_c^{\lambda}(R)\,. \qquad (59)$$

Подставляя (58) в (55), получим следующее важное условие нормировки на каналовую функцию $\overline{\Psi}_c(R)$:

$$\frac{K_c^{\lambda}}{Q_c^{\lambda}} \int_0^{R_1} \overline{\Psi}_c(R) V(R) \mathcal{F}_c(R)\, dR = 1\,. \qquad (60)$$

Его можно использовать для проверки правильности построения функции $\overline{\Psi}_c(R)$ в любых моделях.

Удобно ввести безразмерную функцию $\alpha_c^2(R_o)$ для $R_o \leq R_1$:

$$\alpha_c^2(R_o) = \left[\frac{K_c^{\lambda}}{Q_c^{\lambda}} \int_{R_o}^{R_1} \overline{\Psi}_c(R) V(R) \mathcal{F}_c(R)\, dR\right]^2, \qquad (6I)$$

не зависящую от конкретного значения парциальной ширины $\Gamma_{\lambda c}$, причем в силу соотношения (60):

$$\alpha_c^2(0) = 1$$

Привлекательной особенностью формулы (6I) является то, что с ее помощью можно последовательно анализировать вклады в ширину $\Gamma_{\lambda c}$, связанные с различными областями переменной ($R_o \leq R \leq R_1$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В классических работах Казимира /I5/ и Манга /I6/ для описания распадных состояний используется формализм, в котором волновая функция системы удовлетворяет нестационарному уравнению Шредингера и в начальный момент времени совпадает с волновой функцией приготовленного состояния. Недостатком этого подхода является отсутствие строгого критерия для построения этих приготовленных состояний. Формализм, развитый выше, оперирует с функциями, имеющими однозначное математическое определение. В частности, функции X_λ , эффективно соответствующие волновым функциям приготовленных состояний, обладают физически естественным поведением на больших расстояниях, что позволяет оценивать значение асимптотических областей в формировании ширин распада. Предложенный аппарат пригоден для исследования распада многочастичных подбарьерных квазистационарных состояний не только по α -частичному, но и другим каналам, связанным, например, с вылетом p, d, t и т.п.

Наконец, полученные выше формулы весьма эффективны для анализа ширин одночастичных квазистационарных состояний и факторов проницаемости, учитывающих ядерные искажения.

ЛИТЕРАТУРА.

I. Г.Брейт. Теория резонансных ядерных реакций., ИЛ, Москва, 1960.

2. А.Лейн, Р.Томас. Теория ядерных реакций при низких энергиях ИЛ, Москва, 1960.

3. С.Г.Кадменский, В.Е.Калечиц, ЯФ, 12, 70, (1970)

4. С.Г.Кадменский. Материалы УП зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Часть II. Ленинград,1972.

5. V.I.Furman, S.Holan, S.G.Kadmensky, G.Stratan. Nucl.Phys. A226,131(1974).

6. С.Г.Кадменский, В.Е.Калечиц, А.А.Мартынов, ЯФ, 14, 343 (1971)

7. С.Г.Кадменский, В.Е.Калечиц, А.А.Мартынов, ЯФ, 14, 1174 (1971)

8. С.Г.Кадменский, В.Г.Хлебостроев, ЯФ,18,980 (1973)

9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. Физматгиз, Москва, 1963.

10. С.Г.Кадменский, К.С.Рыбак, ЯФ, 19, 971 (1974)

11. E.Wigner, L.Eisenbud. Phys.Rev.72,29(1947).

12. К.Ватсон, М.Гольдбергер. Теория столкновений, МИР, Москва, 1967.

13. H.Feshbach. Ann.of Phys.5,357(1958).

14. K.Harada, E.Rausher. Phys.Rev.169,818(1968)

15. H.Casimir.Physica 1,193(1934).

16. H.J.Mang. Zeit.f.Phys.148,572(1957).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 марта 1975 года.