

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

A 941

P4-87-569

Г.Н.Афанасьев

ОБ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ЭФФЕКТА ААРОНОВА - БОМА

Направлено в журнал "Nuovo Cimento, A"

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

Ранее мы вычислили амплитуду рассеяния заряженных частиц (в I-м борновском и высокоэнергетическом приближениях) на магнитном поле двух бесконечных цилиндрических соленоидов с противоположными магнитными потоками I_1 и на магнитном поле тороидального соленоида I_2 . Мы попытаемся извлечь из этого следствия, касающиеся альтернативной интерпретации эффекта Ааронова - Бома (АБ). Она состоит в том, что положительные результаты экспериментов по обнаружению АБ эффекта I_3 интерпретируются как результат проникновения падающих частиц в область с отличной от нуля напряженностью магнитного поля H_z . Это связано как с конечностью длины реального цилиндрического соленоида I_4 , так и с конечностью реального потенциального барьера, препятствующего проникновению частиц внутрь соленоида, где $H \neq 0$ I_5, I_6 . Апплиция к предельному случаю идеального соленоида неправомерна из-за многосвязности пространства, доступного для падающих частиц. В многосвязном пространстве допустимы неэквивалентные представления углового момента, которым отвечают неоднозначные волновые функции I_7 . Равноправие этих представлений и отсутствие надежного критерия для отбора одного из них привело к оживленной дискуссии о существовании АБ эффекта (заметим, что АБ эффект возникает только при использовании однозначных волновых функций I_8-I_{10}).

Мы окружим I_{11} цилиндрический соленоид, I_{12} два цилиндрических соленоида с противоположными потоками и I_{13} тороидальный соленоид, потенциальными барьерами конечной высоты V_0 , имеющими различную геометрическую форму, и изучаем рассеяние на магнитных полях этих соленоидов. Оказывается, что при $V_0 \rightarrow \infty$ амплитуда рассеяния на магнитном поле для барьеров одной формы стремится к нулю, а для барьеров другой формы - к конечной величине. Столь различное поведение амплитуд трудно объяснить в рамках упомянутой альтернативной интерпретации АБ эффекта (поскольку вероятность проникновения частиц в области пространства с $H \neq 0$ при одном и том же значении V_0 примерно одинакова для барьеров различной формы). С другой стороны, этот факт находит естественную интерпретацию в рамках интегрируемого фазового множителя I_{11} .

Дан конкретный пример, показывающий, что эффект недостижимых для частиц областей пространства с $E, H \neq 0$ наблюдаем также и в односвязной области.

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим цилиндрическую поверхность C_0 радиуса b , внутри которой имеется отталкивающий потенциал высоты V_0 . Тогда имеем для невозмущенной волновой функции

$$\psi = \sum i^{l_m} R_{l_m} \exp(i m \varphi),$$

где $R_{l_m} = \frac{2i}{\pi} \bar{I}_{l_m}(k_1 \rho) / h_m$ - внутри C_0 и $R_{l_m} = J_{l_m}(k_2 \rho) - \gamma_m H_{l_m}^{(1)}(k_2 \rho)$ - снаружи. Здесь мы положили: $\gamma_m = d_m / h_m$, $d_m = k_2 \bar{I}_{l_m} \bar{J}'_{l_m} - k_1 \bar{I}'_{l_m} \bar{J}_{l_m}$,

$h_m = k_2 \bar{I}_{l_m} H'_{l_m} - k_1 \bar{I}'_{l_m} H_{l_m}$, $k = \sqrt{2\mu E / \hbar}$, $k_1 = \sqrt{2\mu(V_0 - E) / \hbar}$. В дальнейшем аргумент обычных и модифицированных функций Бесселя не указывается, если он равен $k_2 b$ и $k_1 b$ соответственно. Поместим внутрь C_0 один или несколько соленоидов с результирующим вектор-потенциалом A . Тогда в I-м борновском приближении имеем для амплитуды рассеяния на магнитном поле:

$$f_l = \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \sum_{l_m} f_{l_m} \exp(i l_m \varphi), \quad (2.2)$$

$$f_{l_m} = \frac{e}{\hbar c} i^{-l_m} \int_0^{2\pi} \rho d\rho \int R_{l_m} e^{-i m \varphi} \vec{A} \nabla \psi_0 d\varphi.$$

Рассмотрим несколько конкретных конфигураций магнитного поля. Пусть внутри C_0 находится один соленоид радиуса $R < b$. Тогда $A_\varphi = \frac{\Phi \rho}{2\pi R^2}$ при $\rho < R$ и $\Phi / 2\pi \rho$ при $\rho > R$ (Φ - магнитный поток). При $m \neq 0$

$$f_{l_m} = i \sqrt{2\pi} m \left\{ \frac{2}{l_m} \sum_{s=0}^{l_m} \Delta(0, s, m) (\gamma_s^2 - \gamma_m^2 H_s^{(1)})^2 - \frac{4}{\sqrt{2} h_m} [\bar{I}_{l_m}^2(k_1 R) - \bar{I}_{l_m+1}(k_1 R) \bar{I}_{l_m-1}(k_1 R) - \frac{2}{l_m} \sum_{s=0}^{l_m} (-1)^{l_m-s} \Delta(0, s, m) (\bar{I}_s^2 - \bar{I}_s^2(k_1 R))] \right\}, \quad (2.3)$$

где мы положили: $\Delta(0, s, m) = (1 + \delta_{s0})^{-1} (1 + \delta_{s l_m})^{-1}$, $\sigma = e\Phi / \hbar c$. При нулевом потенциальном барьере ($V_0 = 0$) происходит рассеяние как на безвихревом вектор-потенциале вне соленоида, так и на магнитном поле H внутри соленоида $f_{l_m}^0 = i \sqrt{2\pi} m [\bar{J}_{l_m}^2(k_2 R) - \bar{J}_{l_m-1}(k_2 R) \bar{J}_{l_m+1}(k_2 R) + \frac{2}{l_m} \sum_{s=0}^{l_m} \Delta(0, s, m) \bar{J}_s^2(k_2 R)]$.

Первая строка в этом выражении равна вкладу в амплитуду рассеяния магнитного поля внутри соленоида. При $R \rightarrow 0$ этот вклад исчезает, а вторая строка переходит в АБ амплитуду:

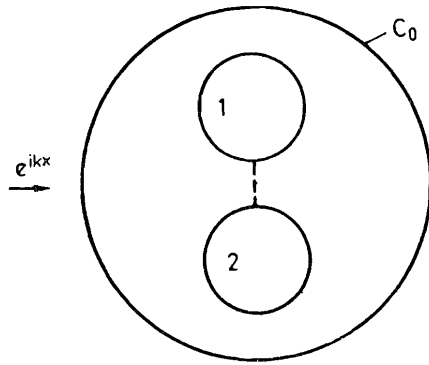
$$f_m^{AB} = i\sqrt{\epsilon} \frac{M}{|m|}, \quad f_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2\pi i k}} \sum f_m^{AB} e^{im\varphi} = -\frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{2\pi i k}} e^{i\varphi} \frac{y}{z}. \quad (2.5)$$

При бесконечном потенциальном барьере ($V_0 = \infty$) падающая волна не проникает внутрь C_0 :

$$f_{im}^{\infty} = i\sqrt{\epsilon} \frac{M}{|m|} \left[(1 - S_m H_0^{(1)})^2 + 2 \sum_{k=1}^{im_1} (1 - S_m H_k^{(1)})^2 \right], \quad S_m = \frac{J_{im_1}}{H_{im_1}^{(1)}}. \quad (2.6)$$

Таким образом, парциальная амплитуда (2.3), отвечающая конечному V_0 , стремится к ненулевой АБ амплитуде (2.6) при $V_0 \rightarrow \infty$.

Поместим теперь внутри C_0 (где $V=V_0$) два соленоида с противоположными магнитными потоками.



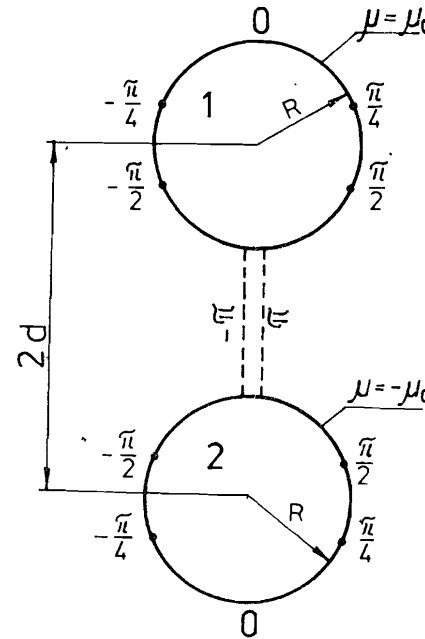
Р и с. 1. Два бесконечных цилиндрических соленоида (1 и 2) с противоположными магнитными потоками ($\Phi_1 = -\Phi_2$) окружены цилиндрическим барьером (C_0) высоты V_0 . При $V_0 \rightarrow \infty$ амплитуда рассеяния на магнитном поле соленоидов стремится к нулю.

В дальнейшем мы будем пользоваться бицилиндрическими координатами μ, θ, z :

$$x = a \frac{\sin \theta}{\operatorname{ch} \mu - \cos \theta}, \quad y = a \frac{\operatorname{sh} \mu}{\operatorname{ch} \mu - \cos \theta}, \quad z = z$$

$$(-\infty < \mu < \infty, \quad -\pi < \theta < \pi, \quad -\infty < z < \infty). \quad (2.7)$$

При фиксированном μ и меняющихся θ, z точки (2.7) заполняют поверхность цилиндра радиуса $R = a/|\operatorname{sh} \mu|$. Его ось, параллельная оси z , проходит через точку $x=0, y=d=a \cdot \operatorname{ctg} \mu$. Ввиду того, что процесс рассеяния одинаков в любой из плоскостей, перпендикулярных оси z , достаточно ограничиться плоскостью $z=0$. На рис. 2 изображены сечения двух соленоидов, отвечающих значениям $\mu = \pm \mu_0$ ($\mu_0 > 0$). Для определенности припишем верхнему соленоиду ($\mu = \mu_0$) индекс 1, а нижнему ($\mu = -\mu_0$) - индекс 2. Тогда при $\mu_0 < \mu < \infty$ точка (2.7) лежит внутри 1-го соленоида, а при $-\infty < \mu < -\mu_0$ - внутри 2-го. При $-\mu_0 < \mu < \mu_0$ эта точка лежит вне соленоидов. При $\mu = \pm \mu_0, z=0$ изменение угла θ приводит к тому, что точки (2.7)



Р и с. 2. Окружностями 1 и 2 изображены два цилиндрических соленоида, отвечающих значениям $\mu = \pm \mu_0$. Вдоль окружностей даны значения угла θ .

пробегает вдоль одной из двух окружностей, изображенных на рис. 2. Там же показаны значения угла θ на этих окружностях. Прилежащим отрезкам $x = \pm \epsilon, -a < y < a$ ($0 < \epsilon < 1$) отвечают значения $\theta = \pm \pi$ соответственно. Бицилиндрические координаты выражаются через цилиндрические ρ, z, φ следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{2} \ln \frac{z_1}{z_2}, \quad \sin \theta = \frac{2a \rho \cos \varphi}{\sqrt{z_1 z_2}},$$

$$z_1 = \rho^2 + 2a \rho \sin \varphi + a^2,$$

$$z_2 = \rho^2 - 2a \rho \sin \varphi + a^2.$$

Отсюда следует:

$$\mu \approx \frac{2a}{\rho} \sin \varphi, \quad \theta \approx \frac{2a}{\rho} \cos \varphi \quad (\rho \rightarrow \infty).$$

Выразим суммарный вектор-потенциал в бицилиндрических координатах:

$$A_x = a \sum_{n=1}^{\infty} R_n^x(\mu) \cos n\theta + \frac{2Na}{\exp(i\mu_0) - 1}, \quad A_y = a \sum_{n=1}^{\infty} R_n^y(\mu) \sin n\theta. \quad (2.8)$$

Функции R_n^x, R_n^y равны $R_n^x = -2N \operatorname{ch} \mu_0 n e^{-(\mu + \mu_0)n}, R_n^y = 2N \operatorname{sh} \mu_0 n e^{-(\mu + \mu_0)n}$ - внутри 1-го соленоида ($\mu > \mu_0$); $R_n^x = -2N \operatorname{ch} \mu_0 n e^{(\mu - \mu_0)n}, R_n^y = -2N \operatorname{sh} \mu_0 n e^{(\mu - \mu_0)n}$ - внутри 2-го ($-\mu_0 < \mu < \mu_0$) и $R_n^x = -2N \operatorname{ch} \mu n e^{-2\mu_0 n}, R_n^y = 2N \operatorname{sh} \mu n e^{-2\mu_0 n}$ - вне соленоидов ($-\mu_0 < \mu < \mu_0$) (N - магнитное поле внутри 1-го соленоида). Отсюда следует, что при $\rho \rightarrow \infty$:

$$A_x \approx \frac{\Phi d}{\pi \rho^2} \cos 2\varphi, \quad A_y = \frac{\Phi d}{\pi \rho^2} \sin 2\varphi \quad (\Phi = \pi R^2 H, R = a |2\mu_0, d = a \cdot \text{св} \mu_0). \quad (2.9)$$

Поскольку вне соленоидов $\vec{H} = \text{rot } \vec{A} = 0$, то \vec{A} можно представить в виде градиента некоторой (условно назовем ее производящей) функции χ , которая разрывна, поскольку для некоторых замкнутых контуров (точнее, для тех, которые охватывают только один из соленоидов) $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \neq 0$.

Функция χ равна

$$\chi = -\frac{\Phi}{2\pi} \left(\theta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\theta}{n} e^{-2\mu_0 n} \cdot \text{ch} \mu n \right). \quad (2.10)$$

Следующие свойства функции χ будут важны для дальнейшего: 1) на больших расстояниях χ убывает как ρ^{-1} : $\chi \approx -\frac{\Phi d}{2\pi} \frac{\cos \varphi}{\rho}$; 2) χ испытывает скачок, равный $-\Phi$, при переходе через отрезок $(-d+R, d-R)$ оси y .

Разобьем интеграл (2.2) на интеграл внутри соленоидов и вне их. Полагая во втором интеграле $\vec{A} = \text{grad } \chi$ и дважды интегрируя по частям, приводим его к виду

$$\frac{e}{\hbar c} (-i)^{l+1} \int \rho d\rho d\varphi d\psi \text{div} (R_0 m e^{-i\mu \varphi} \text{grad } \chi \psi_0 - \chi \psi_0 \text{grad } R_0 m e^{-i\mu \varphi}). \quad (2.11)$$

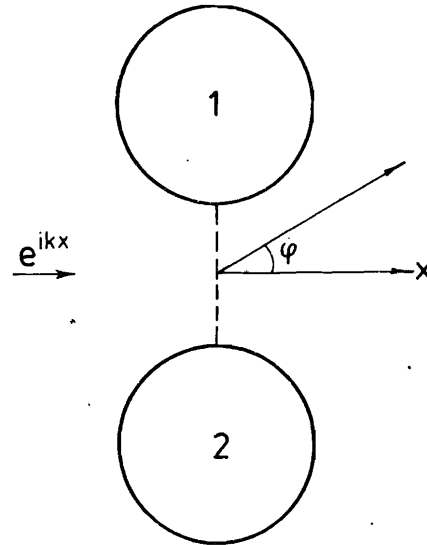
В силу теоремы Гаусса (с учетом разрывности χ функции) этот интеграл сводится к сумме интегралов по поверхности соленоидов, по поверхности цилиндра бесконечного радиуса и по области разрывности χ функции (совпадающей с отрезком $(-d+R, d-R)$ оси y). Интеграл по поверхности цилиндра бесконечного радиуса обращается в ноль из-за быстрого убывания χ функции. В итоге в (2.2) остается интегрирование по ближайшей окрестности, лежащей внутри C_0 . При $V_0 \rightarrow \infty$ функции $R_0 m$ и ψ_0 внутри C_0 стремятся к нулю (см. (2.1)). Поэтому исчезают как f_{im} , так и f_1 . Итак, для одного и того же цилиндрического барьера C_0 амплитуда рассеяния на магнитном поле приближается при $V_0 \rightarrow \infty$ в одном случае (внутри C_0 - один соленоид) к конечной величине (2.6), а во втором случае (внутри C_0 - два соленоиды) - к нулю. Это выглядит странным, если АБ эффект интерпретировать как результат рассеяния на областях пространства с $H \neq 0$, поскольку в обоих случаях при конечном V_0 вероятность проникновения частиц в область $H \neq 0$ также конечна. Пусть теперь $V_0 = 0$, но оба соленоиды непроницаемы для падающих частиц ($\psi = 0$ внутри каждого из них). Тогда для амплитуды рассеяния на магнитном поле, окружающем соленоиды, находим:

$$f_1(\varphi) = \gamma \sqrt{\frac{i}{2\pi \hbar c}} \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} \cdot \sin[k(d-R) \sin \varphi] \quad (2.12)$$

в I-м борновском приближении и

$$f_{h,e}(\varphi) = -\frac{2}{\sqrt{2\pi \hbar c}} (1 - e^{i\delta}) \frac{\sin[k(d-R) \sin \varphi]}{\sin \varphi} \quad (2.13)$$

- в высокочастотном приближении (см. рис. 3).



Р и с. 3. Падающая волна распространяется перпендикулярно плоскости, проходящей через оси обоих соленоидов. Показан угол рассеяния φ . Пунктиром изображена область разрывности производящей функции χ .

Вычислим теперь с помощью производящей функции амплитуду рассеяния на одном точечном соленоиде. Это представляет известный методический интерес. Функция χ в этом случае равна $\Phi y / 2\pi$. Область разрывности χ совпадает с положительной полуосью x . Для амплитуды рассеяния в I-м порядке теории

возмущений имеем:

$$f(\varphi) = \frac{e}{\hbar c} \frac{1}{\sqrt{2\pi \hbar c}} \int e^{-ik(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} \vec{A} \cdot \nabla \psi_0 dx' dy'. \quad (2.14)$$

Здесь ψ_0 - волновая функция в отсутствие магнитного поля (в данном случае e^{ikx}). Полагая, как и выше, вне соленоиды $\vec{A} = \text{grad } \chi$ и дважды интегрируя по частям, приводим (2.14) к виду

$$f = \frac{e}{2\hbar c} \frac{1}{\sqrt{2\pi \hbar c}} \int dx' dy' \text{div} \left[e^{-ik(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} \text{grad } \chi \psi_0 - \chi \psi_0 \text{grad } e^{-ik(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} \right].$$

В силу теоремы Гаусса (с учетом разрывности функции χ) этот интеграл сводится к интегралу по окружности достаточно большого радиуса

$$\bar{I}_1 = \frac{i}{2} \frac{\gamma \hbar c R_0}{\sqrt{2\pi \hbar c}} \int_0^{2\pi} e^{ikR_0[\cos \varphi' + \cos(\varphi - \varphi')]}. \varphi' [\cos \varphi' + \cos(\varphi - \varphi')] d\varphi' \quad (2.15)$$

и к интегралу по линии разрывности функции χ :

$$\bar{I}_2 = \frac{\gamma \hbar c \gamma}{\sqrt{2\pi \hbar c}} \sin \varphi \int_0^{\infty} dx e^{ikx(1 - \cos \varphi)} = \frac{\gamma \hbar c}{\sqrt{2\pi \hbar c}} \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} \left[e^{ikR_0(1 - \cos \varphi)} - 1 \right]. \quad (2.16)$$

Учитывая, что подынтегральное выражение в (2.15) является быстроосциллирующей функцией, получаем при $R_0 \rightarrow \infty$:

$$\bar{I}_1 \approx -\frac{\pi \delta}{\sqrt{2\pi i k}} \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} e^{i k R_0 (1 - \cos \varphi)} \quad (2.17)$$

Складывая I_1 и I_2 , получаем

$$f_{AB} \approx -\frac{\pi \delta}{\sqrt{2\pi i k}} \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi},$$

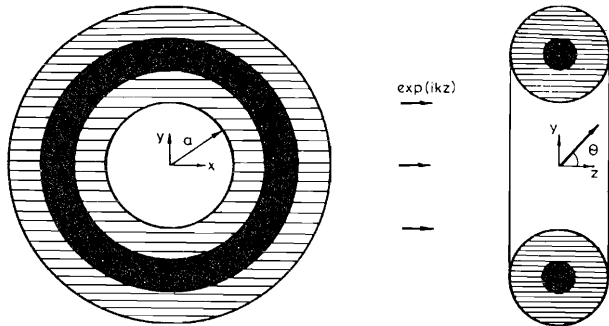
то есть AB амплитуду (2.5) для точечного соленоида. Заметим, что в данном случае из-за отсутствия убывания при $\rho \rightarrow \infty$ функции χ интеграл \bar{I}_1 по окружности бесконечно большого радиуса не обращается в нуль.

Обратимся теперь к тороидальному соленоиду. В^{2/} были вычислены вектор-потенциалы, производящая функция и амплитуда рассеяния на магнитном поле тороидального соленоида. Следующие факты, касающиеся χ функции тороидального соленоида $(\rho - d)^2 + z^2 = R^2$, будут важны для дальнейшего: 1) на больших расстояниях она убывает как z^{-2} ;

$$\chi(z, \theta, \varphi) \approx -\frac{\Phi d R^2}{8 z^2} (d - \sqrt{d^2 - R^2})^{-2} \quad (z \rightarrow \infty),$$

2) χ испытывает скачок, равный $-\Phi$, при переходе через круг радиуса $d - R$, лежащий в плоскости $z = 0$ с центром в начале координат.

Будем окружать тороидальный соленоид различными топологически неэквивалентными барьерами постоянной высоты V_0 . На рис. 4 соленоид окружен потенциальным барьером, имеющим форму тора. При $V_0 \rightarrow \infty$ сечение рассеяния стремится к конечной величине, равной^{1/2}



Р и с. 4. Тороидальный соленоид (показан черным) окружен потенциальным барьером (горизонтальная штриховка) высоты V_0 , имеющим форму тора. При $V_0 \rightarrow \infty$ амплитуда рассеяния на магнитном поле соленоида стремится к конечной величине (2.18).

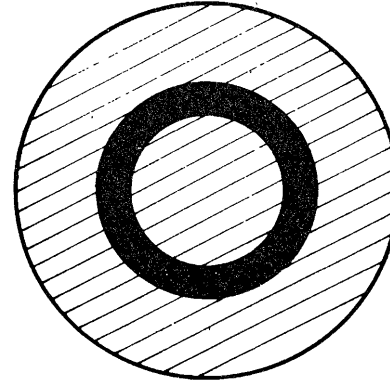
$$f = \frac{e\Phi}{2\pi c} (1 + \cos \theta) a \frac{J_1(ka \sin \theta)}{\sin \theta} \quad (2.18)$$

в I-м борновском приближении и к

$$f = -i k a \left[\exp\left(\frac{i e \Phi}{\hbar c}\right) - 1 \right] J_1(q a) / q$$

- в высокоэнергетическом приближении. Здесь q - переданный импульс.

Р и с. 5. Тороидальный соленоид окружен сферическим потенциальным барьером высоты V_0 , имеющим форму сферы радиуса $R_0 > d + R$. В отсутствие магнитного поля волновые функции равны



На рис. 5 соленоид окружен потенциальным барьером высоты V_0 , имеющим форму сферы радиуса $R_0 > d + R$. В отсутствие магнитного поля волновые функции равны

$$\psi_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2kz}} \sum i^l (2l+1) R_l(z) P_l(\cos \theta),$$

где $R_l = 2i J_{l+\frac{1}{2}}(kz) / \pi h e$ при $z < R_0$ и

(2.19)

$$R_l = J_{l+\frac{1}{2}}(kz) - z e \cdot H_{l+\frac{1}{2}}^{(1)}(kz) \quad \text{при } z > R_0.$$

Здесь

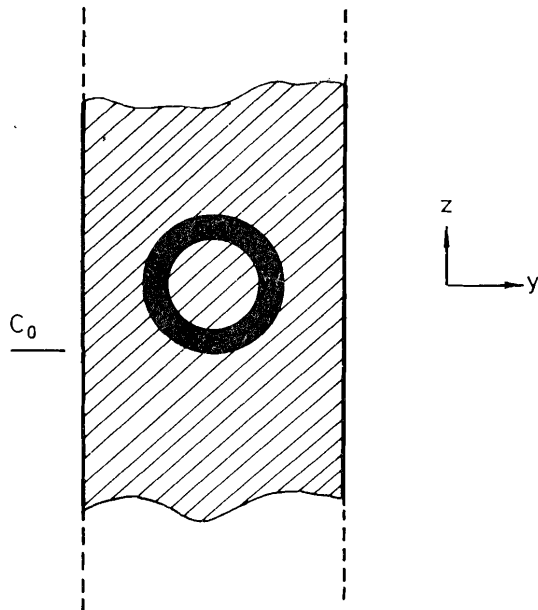
$$z e = d e / h e, \quad d e = k R_0 J_{l+\frac{1}{2}} J_{l+\frac{1}{2}} - k_1 R_0 J_{l+\frac{1}{2}} J_{l+\frac{1}{2}},$$

$$h e = k R_0 J_{l+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(1)} - k_1 R_0 J_{l+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(1)}, \quad k = \sqrt{2\mu E / \hbar}, \quad k_1 = \sqrt{2\mu(V_0 - E) / \hbar}.$$

Если аргументы обычных и модифицированных функций Бесселя равны соответственно $k R_0$ и $k_1 R_0$, то они не указываются. Амплитуда рассеяния на магнитном поле тороидального соленоида, окруженного сферическим потенциальным барьером равна

$$f = \sum f_e \cdot P_e(\cos \theta), \quad f_e = \frac{e}{4\pi c} \sqrt{\frac{2}{\pi k}} (1-i)^e \int dV' \frac{1}{\sqrt{z'}} R_e(r') P_e(\cos \theta') \vec{A} \vec{\nabla} \psi_0. \quad (2.20)$$

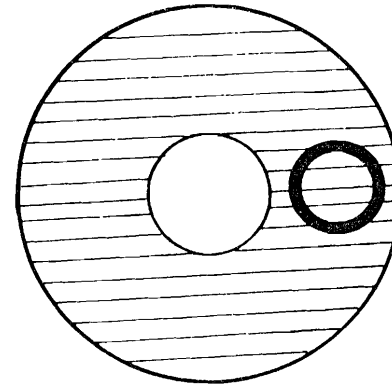
Далее поступаем подобно предыдущему, то есть разбьем интеграл на сумму интегралов внутри соленоида и вне его. В последнем интеграле полагаем $A = \text{grad } \chi$ и в результате двукратного интегрирования по частям приводим его к объемному интегралу от дивергенции. Используя теорему Гаусса, сводим этот объемный интеграл к сумме интегралов по поверхности тороидального соленоида, по области разрывности χ функции и по сфере достаточно большого радиуса R_1 . Из-за достаточно быстрого убывания функции χ последнее слагаемое обращается в ноль при $R_1 \rightarrow \infty$. В результате остаются интегралы от квадратичных комбинаций функций R_e (см. (2.19)) по внутренности соленоида и по области разрывности функции χ . Итак, область интегрирования лежит внутри сферического потенциального барьера. Поскольку при $V_0 \rightarrow \infty$ функции R_e обращаются внутри сферы в ноль, то обращаются в ноль как рассматриваемые интегралы, так и амплитуда рассеяния (2.20). Это же относится и к случаю тороидального соленоида, окруженного цилиндрическим потенциальным барьером (рис. 6), а также к тороидальному соленоиду, помещенному в одно из плеч тороидального потенциального барьера (рис. 7) ($V = V_0$ внутри тора, 0 - снаружи).



Р и с. 6. Тороидальный соленоид окружен цилиндрическим потенциальным барьером высоты V_0 . При $V_0 \rightarrow \infty$ амплитуда рассеяния на магнитном поле соленоида стремится к нулю.

Итак, в одних случаях (цилиндрический соленоид в цилиндрическом потенциальном барьере, тороидальный соленоид в тороидальном потенциальном барьере)

амплитуда рассеяния стремится при $V_0 \rightarrow \infty$ к конечной величине отличной от нуля.



Р и с. 7. Тороидальный соленоид помещен в одно из плеч тороидального потенциального барьера высоты V_0 . При $V_0 \rightarrow \infty$ амплитуда рассеяния на магнитном поле соленоида стремится к нулю.

В других же случаях (два цилиндрических соленоида (с обратными по знаку магнитными потоками) в цилиндрическом потенциальном барьере, тороидальный соленоид в цилиндрическом и сферическом по-

тенциальном барьере, в одном из плеч тороидального потенциального барьера) амплитуда рассеяния при $V_0 \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Мы уже упоминали, что подобное различие в поведении амплитуд рассеяния трудно будет объяснить с точки зрения альтернативной интерпретации АБ эффекта^{4-6/}. С другой стороны, это легко понять в рамках концепции неинтегрируемого фазового множителя^{11/}. Именно: амплитуда рассеяния отлична от нуля, если после перехода к пределу $V_0 \rightarrow \infty$ остаются доступные для частиц пути, вдоль которых $\oint A_e d\ell \neq 0$. В противном случае амплитуда рассеяния на магнитном поле обращается при $V_0 \rightarrow \infty$ в ноль.

Поскольку вне соленоида $\vec{A} = \text{grad } \chi$, то возникает вопрос: нельзя ли с помощью подходящего калибровочного преобразования обратить в ноль вектор-потенциал вне соленоида? В работе^{13/} было показано, что в случае одного цилиндрического соленоида такое преобразование приводит к появлению на оси соленоида сингулярного магнитного поля, имеющего направление, противоположное исходному. В результате получается задача, физически неэквивалентная первоначальной. В случае тороидального соленоида ($\rho^2 - a^2 + z^2 = R^2$ калибровочное преобразование, устрояющее вектор-потенциал вне соленоида, приводит к появлению в плоскости $z = 0$, вдоль окружности радиуса $\sqrt{d^2 - R^2}$, δ -образного магнитного поля $H = -\frac{1}{2\pi} \Phi \cdot \delta(z) \cdot \delta(\rho - \sqrt{d^2 - R^2})$). В случае двух бесконечных цилиндрических соленоидов δ -образное магнитное поле возникает на оси каждого из соленоидов.

Следует сделать оговорку. Ситуации до и после калибровочного преобразования физически неэквивалентны, если в обоих случаях используются однозначные волновые функции. В самом деле, рассмотрим преобразование

$$\Psi' = \Psi \exp\left(-\frac{ie}{\hbar c} \chi\right), \quad (2.21)$$

устраняющее вектор-потенциал вне соленоида (где $\vec{A} = qzad\chi$) из уравнения Шредингера. Унитарность преобразования (2.21) обеспечивает эквивалентность решений уравнений Шредингера Ψ' и Ψ . Из-за разрывности функции χ одна из функций (Ψ или Ψ') непрерывна, тогда как вторая (Ψ' или Ψ) – разрывна. Известно^{8-10/}, что АБ эффект возникает только при использовании непрерывных функций Ψ . Отсутствие унитарного преобразования, связывающего непрерывную функцию Ψ ($\vec{A} \neq 0$ вне соленоида) с непрерывной функцией Ψ' ($\vec{A} = 0$ вне соленоида) является причиной упомянутой физической неэквивалентности и нетривиальности АБ эффекта. Существует, однако, важное исключение, когда обе функции, входящие в (2.21), непрерывны. Это имеет место тогда, когда область разрывности функции χ недоступна для падающих частиц. Тогда в месте разрыва $\Psi = \Psi' = 0$ и соотношение (2.21) выполнено тривиально: $0 = 0$. Соотношение (2.21) в этом случае является унитарным преобразованием между непрерывными волновыми функциями, отвечающими $\vec{A} \neq 0$ и $\vec{A} = 0$ вне соленоида. АБ эффект в такой ситуации отсутствует. Типичные примеры были указаны выше: два цилиндрических соленоида ($\Phi_1 = -\Phi_2$) в непроницаемом цилиндре (рис. 1), тороидальный соленоид в непроницаемых цилиндрах (рис. 6) и сфере (рис. 5), в одном из плеч непроницаемого тора (рис. 7).

Заметим, что из-за достаточно быстрого убывания на больших расстояниях вектор-потенциала ($\sim r^{-2}$ для двух бесконечных цилиндрических соленоидов с $\Phi_1 = -\Phi_2$ /1/ и $\sim r^{-3}$ для тороидального соленоида^{2/}) в качестве падающей волны можно взять обычную плоскую волну ($e^{i\vec{k}\vec{r}}$). Поскольку полная волновая функция также однозначна, то в процессе рассеяния угловой момент сохраняется (в отличие от парадоксальных ситуаций, возникающих при рассмотрении рассеяния на одном бесконечном цилиндрическом соленоиде^{6,15/}).

^{+/}Это проверяется также непосредственным вычислением^{14/}.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В итоге мы показали, что альтернативная интерпретация АБ эффекта как рассеяния на утечках магнитного поля, наталкивается на существенные трудности при описании рассеяния на магнитном поле соленоидов, окруженных топологически неэквивалентными экранами.

Вернемся к тороидальному соленоиду, окруженному непроницаемой сферой (рис. 5). Пространство, доступное для падающих частиц – односвязно. Можно ли придумать эксперимент, который позволил бы узнать, протекает по обмотке соленоида ток или нет. Поскольку нет путей, доступных для частиц, вдоль которых $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \neq 0$, то применима теорема I работы^{18/}, которая утверждает, что таких экспериментов, проводимых вне сферы, не существует.

С другой стороны, отличие от нуля магнитного поля H внутри соленоида ($H = \frac{\Phi}{2\pi r} \cdot (d - \sqrt{d^2 - R^2})^{-1}$) приводит к увеличению массы соленоида на величину

$$\Delta m = \frac{\epsilon_{\text{магн}}}{c^2}, \quad \epsilon_{\text{магн}} = \frac{1}{8\pi} \int H^2 dV = \frac{1}{8\pi} \frac{\Phi^2}{d - \sqrt{d^2 - R^2}}.$$

В принципе это можно было бы определить как взвешиванием соленоида, так и по изменению параметров пробных частиц, движущихся в гравитационном поле рассматриваемой системы (тороидальный соленоид + непроницаемая сфера). Этот вывод подтверждается рассмотрением АБ эффекта в рамках формализма Калудзы-Клейна^{16/}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Г.Н. ОИЯИ, Р2-87-154, Дубна, 1987.
2. Афанасьев Г.Н. ОИЯИ, Р4-87-106; Р4-87-107, Дубна, 1987; Afanasiev G.N. - J. Comput. Phys., 1987, 69, 196.
3. Boersch H., Hamisch H., Grohmann K. - Zeits. Phys., 1962, 169, 263; Mollenstedt G., Bayh W. - Phys. Bl., 1962, 18, 299; Bayh W. - Zeits. Phys., 1962, 169, 492; Schall G., Jonsson C., Krimmel E.F. - Optik (1966-67), 24, 529; Fowler H.A., Marton L., Arol Simpson J., Suddeth J.A. - J. Appl. Phys., 1961, 32, 1153; Lischke B. - Phys. Rev. Lett., 1969, 22, 1366; Osakawa N., Matsuda T., Kawamura T., Endo J., Tonomura A., Yano S., Yamada H. - Phys. Rev., 1986, A22, 815.
4. Roy S.M. - Phys. Rev. Lett., 1980, 44, 111; Home D., Sengupta S. - Amer. J. Phys. 1983, 51, 942.
5. Bocchieri P., Loinger A. - Nuovo Cim., 1978, A47, 475; Bocchieri P., Loinger A., Siragusa G. - Nuovo Cim., 1979, A51, 1; Bocchieri P.,

- Loinger A. -Nuovo Cim., 1981, A66, 164; Bocchieri P., Loinger A., Siragusa G. -Nuovo Cimento, 1980, A56, 55; Strocchi F., Wightman A.S. -J.Math.Phys., 1974, 15, 2198; Loinger A. -Riv.Nuovo Cim., 1987, 10, 1; Casati G., Guarneri L. -Phys.Rev.Lett., 1979, 42, 1579; Henneberger W.C. -Lett.Math.Phys., 1986, 11, 309.
6. Liang J.Q., Ding X.X. -Phys.Lett., 1987, A119, 325.
 7. Merzbacher E. -Amer. J.Phys., 1962, 30, 237; Kretzschmar M. -Zeits.Phys., 1965, 185, 73; Goldin G.A., Menikoff R., Sharp D.H. -J.Math.Phys., 1981, 22, 1664; Loinger A. -Riv. Nuovo Cim., 1987, 10, 1.
 8. Roy S.M., Singh V. -Nuovo Cim., 1984, A79, 391.
 9. Bawin M., Burnel A. -J.Phys., 1985, A18, 2123.
 10. Yang C.N. In: Proc.Int.Symp. Foundations of Quantum Mechanics (ed. Kamefuchi S.), 1984, p. 5-9, (Tokyo, Jap.Phys.Soc); Aharonov Y., ibid., p. 10-19.
 11. Yang C.N., Wu T.T. -Phys.Rev., 1975, D12, 3845.
 12. Rothe H.I. -Nuovo Cimento, 1981, A62, 54; Ruijsenaars S.N.M. -Ann.Phys., 1983, 146, 1; Philippidis C., Bohm D., Kaye R.D., -Nuovo Cimento, 1982, B71, 75; Olariu S., Popescu I.I. -Phys.Rev., 1986, D33, 1701.
 13. Mignaco J.A., Novaes C.A. -Lett. Nuovo Cim., 1980, 26, 453.
 14. Afanasiev G.N., JINR Rapid Commun., 1985, No. 6, 17.
 15. Lipkin H.J., Peshkin M. -Phys.Lett., 1982, B118, 385; Kobe D.H., Liang J.Q. -Phys.Lett., 1986, A118, 475.
- Liang J.Q. -Nuovo Cim., 1986, B92, 167.
16. Davidson A. Anomalous space-time around the Aharonov - Bohm solenoid. Syracuse Univ. Preprint SU-4228-346, Nov. 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 июля 1987 года.

Афанасьев Г.Н.

P4-87-569

Об альтернативной интерпретации эффекта Ааронова - Бома

Показано, что альтернативная интерпретация эффекта Ааронова - Бома /состоящая в том, что положительные результаты опытов по обнаружению этого эффекта объясняются проникновением частиц в область с отличной от нуля напряженностью магнитного поля H / наталкивается на существенные трудности при описании рассеяния на магнитном поле соленоидов, окруженных топологически неэквивалентными потенциальными барьерами. Приведен конкретный пример, показывающий, что эффект недостижимых для частиц областей пространства с $E, H \neq 0$ может быть наблюдаем и в односвязной области.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод автора

Afanasiev G.N.

P4-87-569

On the Alternative Interpretation of the Aharonov - Bohm Effect

We show that the so-called alternative interpretation of the Aharonov - Bohm effect meets with certain difficulties when being applied to the scattering on the solenoids surrounded by various topologically nonequivalent potential barriers. We give the concrete example showing that an effect of unaccessible fields may be observed in the simply-connected space too.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987