87-402

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-87-402

В.К.Игнатович

ДИФФУЗИЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ПО НЕЙТРОНОВОДУ В ПРИСУТСТВИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Направлено в "Журнал экспериментальной и теоретической физики"

1987

Распространение ультрахолодных нейтронов (УХН) по нейтроноводу аналогично молекулярному течению газа по трубам, с тем только отличием, что термализация УХН при ударе о стенку приводит их к выбыванию из игры, и течение газа УХН сопровождается его потерями либо из-за поглощения, либо из-за нагревания на стенках, либо, наконец, из-за собственного β -распада. Процессы транспортировки УХН рассматривались и экспериментально, и теоретически (см., напр., /1/, гл. 4) на основе модели зеркального отражения от стенок, диффузии и методами численного расчёта на ЭВМ. Одной из интересных задач в этой области является задача о диффузии УХН по нейтроноводу в присутствии поля тяжести. Она имеет отношение к проблеме получения УХН на установках с вертикальными и наклонными каналами и к уяснению принципов работы гравитационного спектрометра (см. /1/, гл. 3). При этом она решалась до сих пор либо только численно на ЭВМ, либо более или менее качественно. Аналитически поле тяжести учитывалось только в задаче о хранении УХН в сосуде. В настоящей работе рассматривается диффузионное течение УХН по вертикальному нейтроноводу. Здесь получено аналитическое решение для полностью подграничных нейтронов.

В разделе I обсуждается определение диффузионного потока при наличии поля тяжести и получается диффузионное уравнение для монохроматических нейтронов. В разделе 2 решается уравнение для случая, когда потерями нейтронов можно пренебречь. В разделе 3 решается диффузионное уравнение с учётом потерь, и в разделе 4 обсуждается возможность применения к диффузионным процессам метода рекуррентных соотношений, используемого обычно только для волновых процессов (см. /1/, гл. 5).

I. Диффузионный поток во внешнем поле

При отсутствии внешнего поля диффузионный поток обычно описывается градиентом концентрации

$$J(z) = -D\, dn(z)/dz, \qquad (1)$$

где $n(z)$ - число частиц в единице объёма, а D - коэффициент диффузии. При наличии внешнего поля и в условиях теплового равновесия диффузионный поток записывается в виде

$$J(z) = \bar{v}\, n(z) - D\, dn(z)/dz. \qquad (2)$$

Здесь $\bar{v}$ - средняя скорость, выражаемая через градиент внешнего поля $-dU(z)/dz$ и подвижность μ:

$$\bar{v} = \mu\, dU(z)/dz. \qquad (3)$$

В случае УХН или в случае течения разреженного газа, молекулы которого испытывают только упругие соударения со стенками трубы, полная энергия сохраняется, а кинетическая энергия, а значит, и температура уменьшаются по мере перетекания газа из области с малым потенциалом в область пространства с большим потенциалом. Поэтому формулы (2) и (3) теряют свою применимость, и требуется ввести иное представление для диффузионного потока. Выражение (I) требует изменений потому, что во внешнем поле частицы распределяются неоднородно и градиент концентрации отличен от нуля даже при полном термодинамическом равновесии, когда никаких макроскопических потоков частиц не существует. Таким образом, можно ожидать, что к потоку будет приводить не полный градиент концентрации, а только та его часть, которая превышает равновесный градиент концентрации во внешнем поле.

Обратимся к уравнению Больцмана для функции распределения частиц $f(z,p)$:

$$\partial f/\partial t + \dot{z}\, \partial f/\partial z - (dU/dz)\, \partial f/\partial p = df/dt. \qquad (4)$$

Здесь p - импульс частиц, а правая часть в (4) представляет интеграл столкновений. В случае равновесия правая часть равна нулю, распределение стационарно, и потому производная по времени слева тоже равна нулю, и для функции $f(z,p)$ получается уравнение

$$\dot{z}\, \partial f(z,p)/\partial z - (dU/dz)\, \partial f(z,p)/\partial p = 0, \qquad (5)$$

которое после замены $\dot{z} = p/m$, где m - масса частицы (в нашем случае - масса нейтрона), приводится к виду

$$\partial f(z,p)/\partial z - 2m\,(dU/dz)\, \partial f(z,p)/\partial p^2 = 0. \qquad (6)$$

При отсутствии полного равновесия, но в стационарном состоянии, можно ввести диффузионный поток, величина которого характеризует меру отличия выражения (6) от нуля:

$$J(z,p) = -D\,[\partial f/\partial z - 2m\,(dU/dz)\, \partial f/\partial p^2]. \qquad (7)$$

Это и есть обобщение выражения (I). Оно переходит в (I) при отсутствии внешнего поля. Кроме того, при тепловом равновесии, когда распределение частиц по энергиям определяется максвелловской функцией, получается выражение (2) с коэффициентом подвижности (3), который связан с коэффициентом диффузии известным эйнштейновским соотношением $\mu = D/kT$.

При равновесии из выражения (6) следует, что в гравитационном поле

$$f(z,p) = f(p^2 + 2m^2 g z), \qquad (8)$$

и если на некоторой высоте $z = 0$ мы имеем монохроматические нейтроны

$$f(0,p)=f_0(0,p_0)\,\delta(p^2-p_0^2), \tag{9}$$

то на любой другой высоте распределение будет иметь вид

$$f(z,p)=f_0(0,p_0)\,\delta(p^2+2m^2gz-p_0^2), \tag{I0}$$

где множитель перед δ-функцией не зависит от z. Когда равновесие нарушается и возникает поток, фактор f_0 перед δ-функцией приобретает зависимость от z. Таким образом, распределение (I0) следует записать в виде

$$f(z,p)=f_0(z,p_0)\,\delta(p^2+2m^2gz-p_0^2), \tag{II}$$

а возникший поток будет равен

$$j(z,p)=-\mathcal{D}\,\delta(p^2+2m^2gz-p_0^2)\,df_0(z,p_0)/dz. \tag{I2}$$

Если проинтегрировать его по всем импульсам p, то получится выражение

$$J(z,p_0)=\int j(z,p)\,d^3p=-\mathcal{D}\,2\pi\sqrt{p_0^2-2m^2gz}\;df_0(z,p_0)/dz. \tag{I3}$$

Введем обозначение $2\pi p_0 f_0(z,p_0)=n_0(z,p_0)$, тогда получим

$$J(z,p_0)=-\mathcal{D}\sqrt{1-2gz/v_0^2}\;dn_0(z,p_0)/dz. \tag{I4}$$

Для функции $n_0(z,p_0)$ легко получить уравнение, которое следует из закона

$$\operatorname{div} J(z,p_0)=-n(z,p_0)/\tau(z,p_0), \tag{I5}$$

где

$$n(z,p_0)=\sqrt{1-2gz/v_0^2}\;n_0(z,p_0), \tag{I6}$$

а $\tau(z,p_0)$ – время жизни нейтрона, которое, вообще говоря, зависит от его скорости, а значит, и от высоты z в гравитационном поле.

2. Уравнение диффузии при отсутствии потерь

Пусть $\tau=0$. Обратим внимание на то, что коэффициент диффузии зависит от скорости и потому тоже зависит от z:

$$\mathcal{D}=lv/3=\sqrt{1-2gz/v_0^2}\;lv_0/3=\sqrt{1-2gz/v_0^2}\;\mathcal{D}_0. \tag{I7}$$

Здесь l – средняя длина пролета между двумя соударениями со стенками, которую мы будем считать постоянной.

Подставив (I7) в (I4) и (I5), получим уравнение

$$(d/dz)(1-2gz/v_0^2)(d/dz)\,n_0(z,p_0)=0. \tag{I8}$$

Решение его приведено на математическом рисунке I (матрица I) и из него следует, что пропускание нейтроновода длины L, расположенного вертикально, равно

$$W=J(L)/J(0)=2\alpha x/[\alpha(1+x)-x\ln x], \tag{I9}$$

где

$$x=1-2gL/v_0^2,\quad \alpha=4lg/3v_0^2. \tag{20}$$

Матрица I. Решение уравнения диффузии ультрахолодных нейтронов по вертикальному нейтроноводу

$$а)\ x=1-2gz/v_0^2,\quad б)\ d/dz=-(2g/v_0^2)\,d/dx,\quad в)\ \frac{d}{dx}x\frac{d}{dx}n_0(x)=0. \tag{I}$$

$$а)\ n_0(x)=a\ln x+b,\quad б)\ \overset{\rightleftarrows}{I}(x)=\sqrt{x}\,[n_0(x)v/4\mp(\mathcal{D}/2)\,dn_0(x)/dz]. \tag{2}$$

$$а)\ v=v_0\sqrt{x},\quad б)\ \mathcal{D}=lv/3=\mathcal{D}_0\sqrt{x},\quad в)\ \mathcal{D}_0=lv_0/3. \tag{3}$$

$$а)\ \overset{\rightleftarrows}{I}(x)=(xv_0/4)[n_0(x)\pm\alpha\,dn_0(x)/dx],\quad б)\ \alpha=4lg/3v_0^2. \tag{4}$$

$$а)\ N_0v/2=\vec{I}(x)_{|z=z_1},\quad б)\ \overleftarrow{I}(x)_{|z=z_2}=0. \tag{5}$$

$$а)\ 2N_0=\sqrt{x_1}\,(a\ln x_1+b+\alpha a/x_1),\quad б)\ a(\ln x_2-\alpha/x_2)+b=0. \tag{6}$$

$$а)\ b=a\left(\frac{\alpha}{x_2}-\ln x_2\right),\quad б)\ a=\frac{2N_0x_2\sqrt{x_1}}{\alpha(x_1+x_2)+x_1x_2\ln(x_1/x_2)}. \tag{7}$$

$$W=-\mathcal{D}_2\sqrt{x_2}\,[dn_0(x)/dz]_{|z=z_2}/(N_0v/2)=\alpha a/\sqrt{x_1}\,N_0. \tag{8}$$

$$W=2x_2/[x_1+x_2+x_1(x_2/\alpha)\ln(x_1/x_2)]. \tag{9}$$

$$а)\ x_1=1,\quad б)\ W=2x_2/[1+x_2-(x_2/\alpha)\ln x_2]. \tag{I0}$$

$$а)\ g/v_0^2\to 0,\quad б)\ \alpha\to 0,\quad в)\ \ln x_2/2\alpha=-3z_2/4l. \tag{II}$$

$$а)\ z_2=L,\quad б)\ l=2r,\quad в)\ W=1/(1+3L/8r). \tag{I2}$$

Введем переменную (Iа), тогда производная по z перепишется в виде (Iб). Уравнение диффузии при отсутствии потерь примет вид (Iв), а его решение – (2а). Полный диффузионный поток можно разбить на два потока (2б). Учитывая зависимость (3а) скорости от высоты, перепишем коэффициент диффузии в виде (3б,в). Подставив (3а,б) в (2б), получим (4а) с обозначением (4б). Чтобы определить коэффициенты в (2а), запишем граничные условия (5а) на входе и (5б) на выходе, предполагая выходное отверстие полностью открытым. Подставив (4а) в (5), получим соответственно (6а,б). Решение системы (6) приведено в (7). Пропускание нейтроновода определено в (8). Подставив сюда (7б), получим (9). Пусть $z_1=0$, тогда имеем (I0а). Подставив (I0а) в (9), получим (I0б). В пределе (IIа) и, соответственно, (IIб) справедливо (IIв). Введём обозначение (I2а). Для случая цилиндрической трубы радиуса r имеем (I2б). Подставив (I2а,б) в (IIв) и в (I0б), с учётом $x_2=1$ получаем (I2в).

В случае, когда гравитационным полем можно пренебречь, т.е. в пределе $Lg \ll v_0^2$, получаем хорошо известное выражение

$$W = 1/[1+3L/4l]. \tag{21}$$

3. Уравнение диффузии при учете потерь

Чтобы записать уравнение диффузии при учете потерь, необходимо конкретизировать, что представляют собой потери. Мы пренебрежем собственным распадом нейтрона и учтём только потери, обусловленные поглощением и нагреванием нейтрона при соударении со стенками. Эти потери можно описать коэффициентом потерь μ, который при скоростях v, меньших граничной скорости v_{lim}, хорошо определенной для каждого вещества (см. /1/, с.227), может быть аппроксимирован выражением

$$\mu = (4/3)\,\eta\, v/v_{lim}, \tag{22}$$

где

$$\eta = Im\, b/Re\, b \tag{23}$$

представляет собой отношение мнимой и действительной частей амплитуды рассеяния, причем в мнимую часть включено как сечение поглощения, так и сечение неупругого рассеяния. Поскольку время жизни τ связано с коэффициентом μ соотношением

$$\tau = l/v\mu, \tag{24}$$

где l – длина свободного пробега между двумя соударениями со стенкой, то $1/\tau$ оказывается пропорционально v^2, но т.к. в гравитационном поле скорость зависит от высоты подъёма, то

$$1/\tau \sim v_0^2\,(1-2gz/v_0^2), \tag{25}$$

и уравнение диффузии может быть записано в виде

$$(d/dx)\,x\,(d/dx)\,n_0(x) = \beta^2 x^{3/2}\, n_0(x), \tag{26}$$

где

$$x = 1-2gz/v_0^2, \quad \beta = \sqrt{\eta v_0/v_{lim}}\; v_0^2/gl. \tag{27}$$

Как показано в матрице 2, это уравнение приводится к уравнению Бесселя, и его решение выражается через модифицированные функции Бесселя $I_0(y)$ и $K_0(y)$:

$$n_0(z) = a I_0(y) + b K_0(y), \tag{28}$$

где $y = (4/5)\beta x^{5/4}$. После определения из граничных условий коэффициентов a и b легко находится пропускание нейтроновода

$$W = \frac{5\alpha/2x_1}{(I_0(y_1)+\gamma_1 I_1(y_1))(K_0(y_2)+\gamma_2 K_1(y_2)) - (I_0(y_2)-\gamma_2 I_1(y_2))(K_0(y_1)-\gamma_1 K_1(y_1))}, \tag{29}$$

где $\alpha = 4lg/3v_0^2$, $\gamma_i = \alpha\beta x_i^{1/4}$, $y_i = y(x_i)$. В пределе исчезающего поглощения $\eta \to 0$ получаем прежнюю формулу (19).

Матриса 2. Уравнение диффузии с учётом потерь

$$а)\ x = 1-2gz/v_0^2, \quad б)\ y = \delta x^{\nu}, \quad в)\ \nu = 5/4, \quad г)\ \delta = (v_0^2/gl\nu)\sqrt{\eta v_0/v_{lim}}. \tag{1}$$

$$а)\ n_0'' + n_0'/y - n_0 = 0, \quad б)\ n_0 = aI_0(y)+bK_0(y), \quad в)\ I_0' = I_1, \quad г)\ K_0' = -K_1. \tag{2}$$

$$а)\ df(y)/dz = -\delta f' v_0/2D_0, \quad б)\ \gamma = (4/3)x^{1/4}\sqrt{\eta v_0/v_{lim}}, \quad в)\ (f)_i = f_{|z=z_i}. \tag{3}$$

$$а)\ \left(\sqrt{x}\,[aI_0+bK_0+\gamma(aI_1-bK_1)]\right)_1 = 2N_0, \quad б)\ (aI_0+bK_0-\gamma(aI_1-bK_1))_2 = 0. \tag{4}$$

$$а)\ b = -a\left(\frac{I_0-\gamma I_1}{K_0+\gamma K_1}\right)_2, \quad б)\ a = \frac{2N_0(K_0+\gamma K_1)_2/\sqrt{x_1}}{(I_0+\gamma I_1)_1(K_0+\gamma K_1)_2-(I_0-\gamma I_1)_2(K_0-\gamma K_1)_1}. \tag{5}$$

$$W = -\sqrt{x_2}\,(2D_2/N_0v_1)\,(dn_0/dy)_2 = (\gamma_2 x_2/N_0\sqrt{x_1})\,(aI_1-bK_1)_2. \tag{6}$$

$$а)\ K_0I_1+K_1I_0 = 1/y, \quad б)\ W = 2\alpha\nu/x_1[(I_0+\gamma I_1)_1(K_0+\gamma K_1)_2-(I_0-\gamma I_1)_2(K_0-\gamma K_1)_1]. \tag{7}$$

$$а)\ \eta\to 0, \quad б)\ \delta\to 0, \quad в)\ y\to 0, \quad г)\ I_0\to 1, \quad д)\ I_1\to 0, \quad е)\ K_0\to -\ln y, \quad ж)\ K_1\to -1/y. \tag{8}$$

$$W = 2\alpha\nu/x_1[\gamma_2/y_2+\gamma_1/y_1+\ln(y_1/y_2)] = \{2\alpha/[\alpha(x_1+x_2)+x_1x_2\ln(x_1/x_2)]\}x_2. \tag{9}$$

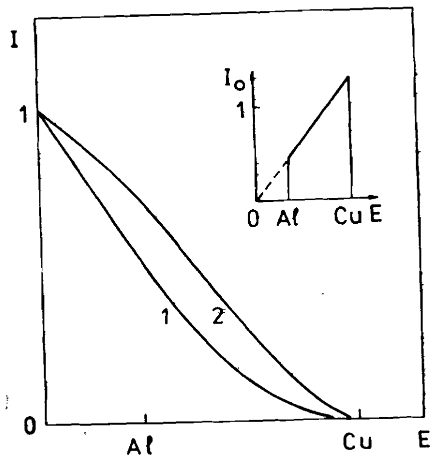
$$а)\ x_i = 1-2gz_i/v_0^2, \quad б)\ y_i = \delta x_i^{\nu}, \quad в)\ \alpha = 4lg/3v_0^2. \tag{10}$$

Замена переменных (Iа,б) с параметрами (Iв,г) приводит уравнение к виду (2а). Его решение указано в (2б). Воспользуемся свойствами функций Бесселя (2в,г), где штрих означает дифференцирование по y. Если при вычислении потоков дифференцирование по z представить в виде (3а), где введено обозначение (3б), и ввести обозначение (3в), то граничные условия на концах нейтроновода представятся в виде (4), откуда следует (5а,б). Пропускание нейтроновода записано в (6). Подставив (5) в (6) и воспользовавшись свойством (7а), получим (7б). В пределе (8а) и, соответственно, (8б,в) справедливо приближение (8г-ж), что приводит (7б) к виду (9). Обозначения указаны в (I0а-в).

Выражение (29) уже позволяет описать работу спектрометра /2/, представляющего собой секцию нейтроновода, которая путем поворота вокруг горизонтальной оси поворачивается от горизонтального положения к вертикальному. Очевидно, что при достаточно малом радиусе нейтроновод, наклоненный под углом φ к горизонту, можно считать вертикальным, но ускорение свободного падения g при этом нужно заменить на $g\sin\varphi$. Пусть первичный поток имеет спектр

$$d\Phi_0 = cE\,dE\;\theta(E_{Al}<E<E_{Cu}), \qquad (30)$$

где θ – функция равна единице при выполнении неравенства, указанного в ее аргументе, и нулю в противном случае, а c – нормировочная постоянная. Этот спектр показан на вставке на рисунке. Величины E_{Al} и E_{Cu} соответствуют граничным энергиям алюминия и меди соответственно.



Если бы спектрометр измерял полное число нейтронов, достигающих высоты z при равновесном распределении, то скорость счета идеального детектора в зависимости от угла наклона описывалась бы выражением (см. [1], с.62, формула 3.3 в несколько иных обозначениях):

$$\Phi = c\{(1-\sin\varphi)^2 - [Max(\sin\varphi_1 - \sin\varphi, 0)]^2\},$$
$$\sin\varphi_1 = E_{Al}/E_{Cu}. \qquad (31)$$

Оно соответствует кривой I на рисунке. Если же проинтегрировать выражение (29) по спектру (30), то получится спектр, изображенный кривой 2 на рисунке. Обе кривые нормированы на единицу при $\varphi = 0$. Качественно они согласуются с результатами измерения в [2]. Более интересно, однако, рассчитать работу П-образного гравитационного спектрометра, который при спектре (30) должен привести к интегральной кривой, содержащей четко выраженное плато.

Выражение (29) получено для полностью диффузного отражения нейтрона от стенок нейтроновода, но его можно обобщить и для случая диффузно зеркального отражения от стенок. Пусть, например, доля диффузного отражения составляет ξ, тогда это приведет к увеличению длины пробега ℓ в выражении (20) в $(2-\xi)/\xi$ раз. В выражении (24) длина ℓ соответствует длине пробега между двумя столкновениями со стенкой, если обозначать ее так же, как и в (20), т.е. считать ее транспортной длиной, то во избежание искажения физического результата необходимо увеличить и поглощение, т.е. η в (22) тоже в $(2-\xi)/\xi$ раз. Таким

образом, для случая диффузно зеркального отражения от стенок можно пользоваться тем же выражением (29), увеличив только ℓ и η в нем в $(2-\xi)/\xi$ раз.

4. Использование рекуррентных соотношений в задаче диффузии

Для решения волновых задач очень удобным оказался метод рекуррентных соотношений (см. [1], гл. 5). Оказывается, что этот же метод применим и в случае диффузии, что дает возможность довольно просто рассчитывать диффузию в сложных нейтроноводных конструкциях, поскольку для этого достаточно рассчитать диффузию по отдельному участку. Коэффициент пропускания отдельного участка, независимо от того, является ли он горизонтальным или вертикальным, можно, как и в волновом случае, рассчитывать по формуле

$$T_{12} = t_2^+ e_{21} t_1^+/(1 - e_{12} r_1^- e_{21} r_2^+), \qquad (32)$$

где $r_i^\pm$ и $t_i^\pm$ – коэффициенты отражения и прохождения на концах нейтроновода, а e_{ij} – функции распространения плотности от конца j к концу i [3]. В данном случае

$$e_{21} = \sqrt{x_2/x_1}\,I_0(y_2)/I_0(y_1), \quad e_{12} = \sqrt{x_1/x_2}\,K_0(y_1)/K_0(y_2). \qquad (33)$$

Для негоризонтального нейтроновода пропускание W связано с коэффициентом пропускания T_{12} соотношением $W = T_{12} v_2/v_1$. Интересно отметить, что T_{12} при отсутствии поглощения симметричен по своим аргументам, как и должно быть в силу требований условий детального равновесия. В матрице 3 приведено решение задачи о пропускании вертикального нейтроновода с помощью рекуррентных соотношений. Оно, как и должно быть, полностью совпадает с решением, полученным в матрице 2 каноническим способом.

Матрица 3. Вычисление пропускания рекуррентным способом

$$а)\; n_{out} = (1+r_1^+)n_0, \quad б)\; n_{in} = t_1^+ n_0 \sqrt{x/x_1}\,I_0(y)/I_0(y_1), \quad в)\; 1+r_1^+ = t_1^+. \qquad (1)$$

$$а)\; n_0 v(1-r_1^+)/2 = -t_1^+ n_0 D_1 (d/dz) I_0(y)/I_0(y_1), \quad б)\; 1-r_1^+ = q_1 t_1^+, \quad в)\; t_1^+ = 2/(1+q_1). \qquad (2)$$

$$а)\; r_1^+ = (1-q_1)/(1+q_1), \quad б)\; q_i = \gamma_i I_1(y_i)/I_0(y_i), \quad в)\; \gamma_i = (4/3)x_i^{1/4}\sqrt{\eta v_0/v_{lim}}. \qquad (3)$$

$$а)\; n_{in} = n_0\sqrt{x/x_1}\,[K_0(y)/K_0(y_1) + r_1^- I_0(y)/I_0(y_1)], \quad б)\; n_{out} = t_1^- n_0. \qquad (4)$$

$$а)\; 1+r_1^- = t_1^-, \quad б)\; q_1(p_1 - r_1^-) = t_1^-, \quad в)\; p_i = (K_1 I_0/K_0 I_1)|_{y=y_i}. \qquad (5)$$

$$а)\ n_{in} = n\sqrt{x/x_2}\,[I_0(y)/I_0(y_2) + r_2^+ K_0(y)/K_0(y_2)], \quad б)\ n_{out} = t_2^+ n_0. \tag{6}$$

$$а)\ 1 + r_2^+ = t_2^+, \quad б)\ q_2(1 - p_2 r_2^+) = t_2^+, \quad в)\ t_2^+ = q_2(1+p_2)/(1+q_2 p_2). \tag{7}$$

$$а)\ r_2^+ = (q_2 - 1)/(1 + q_2 p_2), \quad б)\ t_1^- = q_1(1+p_1)/(1+q_1), \quad в)\ r_1^- = (q_1 p_1 - 1)/(1+q_1). \tag{8}$$

$$а)\ T_{12} = t_2^+ e_{21} t_1^+ /(1 - e_{21} r_1^- e_{12} r_2^+), \quad б)\ e_{21} = \sqrt{x_2/x_1}\, I_0(y_2)/I_0(y_1). \tag{9}$$

$$а)\ e_{12} = \sqrt{x_1/x_2}\, K_0(y_1)/K_0(y_2), \quad б)\ W = \sqrt{x_2/x_1}\, T_{12}. \tag{10}$$

У входа бесконечно длинной трубы, расположенной вдоль $z > z_1$, плотность снаружи и внутри, когда первичный поток падает снаружи, представим в виде (Iа) и (Iб). Условие непрерывности плотности и потока приводит к уравнениям (Iв) и (2а) соответственно. Уравнение (2а) удобно записать в виде (2б), тогда решение уравнений (Iв), (2б) представится выражениями (2в) и (3а), причём введены обозначения (3б,в). Если первичный поток падает изнутри трубы, то соответствующие плотности внутри и вне трубы представляются в виде (4а,б). Условия непрерывности приводятся к уравнениям (5а,б), где введено обозначение (5в). У выхода бесконечной трубы, расположенной при $z < z_2$, плотность внутри и снаружи, когда первичный поток падает изнутри, представляется в виде (6а,б). Уравнения непрерывности указаны в (7а,б), их решение – в (7в), (8а). Решение же уравнений (5а,б) приведены в (8б,в). Если в коэффициент пропускания (9а) подставить функции распространения (9б) и (I0а), то для пропускания (I0б) после подстановки всех коэффициентов $r_i^{\pm}$, $t_i^{\pm}$ получится прежнее выражение, полученное в матрице 2.

Автор благодарен В.В.Голикову и Ю.В.Никитенко за интерес к этой задаче, решение которой было предпринято по их инициативе. Автор благодарен Ю.В.Никитенко также за помощь в проведении численных расчётов.

Литература

I. Игнатович В.К. Физика ультрахолодных нейтронов. М.:Наука, I986.
2. Грошев Л.В. и др. Сообщение ОИЯИ Р3-5392, Дубна, I970.
3. Игнатович В.К., Никитенко Ю.В. Сообщение ОИЯИ Р3-87-326, Дубна, I987.

Рукопись поступила в издательский отдел
I0 июня I987 года.

Игнатович В.К. Р4-87-402
Диффузия ультрахолодных нейтронов по нейтроноводу в присутствии гравитационного поля

Введено новое выражение для диффузионного потока в присутствии внешнего поля, которое переходит в общепринятое при тепловом равновесии. Составляется диффузионное уравнение и находится его решение. Определяется пропускание ультрахолодных нейтронов вертикальным и наклонным нейтроноводом.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Ignatovich V.K. P4-87-402
Diffusion of Ultracold Neutrons in Neutron Guides and in the Presence of Gravity Field

New expression for particle diffusion flow in the presence of an external field is introduced. It goes over into the usual one in the case of thermal equilibrium. New diffusion equation and its solution are found. The ultracold neutron transmission through vertical or inclined neutron guide is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987