

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P4-87-156

В.Г.Картавенко, П.Медлер

**ОПИСАНИЕ ОДНОЧАСТИЧНЫХ  
ЯДЕРНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ И ПЛОТНОСТЕЙ  
С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ**

Доклад на Совещании "Ядерная спектроскопия в реакциях с нейтронами" /XXXVII Совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра/, Юрмала, 14-16 апреля 1987 г.  
Направлено в журнал "Известия АН СССР, серия физическая".

**1987**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ нелинейных динамических явлений в ядерных системах - актуальная задача современной физики тяжелых ионов. В начале 80-х гг. появились первые работы, использующие для этой цели понятия и методы теории нелинейных волн - солитонов /см. ссылки в работе <sup>1/</sup>. Один из интереснейших разделов теории солитонов - метод обратной задачи рассеяния и его приложение к интегрированию нелинейных уравнений в частных производных <sup>2/</sup>. В настоящее время уже накоплен определенный опыт использования методов обратной задачи в ядерной физике <sup>3-9/</sup>.

В данной работе мы будем следовать методу обратной задачи для среднего поля ядра <sup>4/</sup>. Этот метод позволяет получить полезную информацию о радиусах ядер <sup>5/</sup>, оптических потенциалах <sup>6/</sup>. Предлагалось использовать его для описания динамики <sup>7/</sup> и релаксации ядерного вещества <sup>8/</sup>. Недавно мы применили эту методику для анализа нелинейной эволюции сжатых ядерных систем <sup>9/</sup>. Специфика использования методов обратной задачи при интегрировании нелинейных уравнений движения заключается в том, что данные о структуре начального состояния позволяют предсказывать способ его эволюции <sup>10/</sup>. Это позволяет по-новому взглянуть на спектроскопию ядерных состояний.

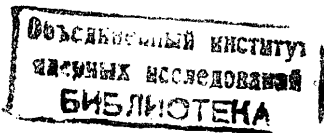
Данная работа является продолжением исследований, начатых в работе <sup>9/</sup>. - Цель работы - детально исследовать возможность использования метода обратной задачи для описания одночастичных ядерных потенциалов и плотностей. Мы рассмотрели новый тип систем, более близких к реальным ядерным объектам, чем любая модельная система работ <sup>13-9/</sup>.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тип систем, которые мы будем рассматривать, это незаряженные "слои" ядерного вещества <sup>10/</sup>. "Слои" конечны в направлении оси Z, бесконечны и однородны в поперечных направлениях.

Основные уравнения, дающие описание "слоя" в приближении среднего поля:

$$\psi_{\vec{k}_{\perp} n}(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{k}_{\perp} \vec{r}} \psi_n(z), \quad \epsilon_{\vec{k}_{\perp} n} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \epsilon_n$$



$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} \psi_n(z) + U(z) \psi_n(z) = e_n \psi_n(z),$$

$$\rho(\vec{x}) \Rightarrow \rho(z) = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} a_n \psi_n^2(z),$$

$$A \Rightarrow \tilde{G} = \left( \frac{6A\rho\tilde{N}^{1/3}}{\pi} \right) = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} a_n,$$

$$a_n = \frac{2m}{\hbar^2} (e_F - e_n),$$

/1/

$$\frac{E}{A} = \frac{\hbar^2}{2m\tilde{G}} \left( \sum_{n=1}^{\tilde{N}} a_n \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{d\psi_n}{dz} \right)^2 dz + \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{\tilde{N}} a_n^2 \right) +$$

$$+ \frac{1}{\tilde{G}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}[U(z), \rho(z)] dz,$$

где  $N(\tilde{N})$  - полное число /число занятых/ связанных состояний,  $\tilde{G}$  - толщина "слоя",  $\mathcal{E}$  - функционал взаимодействия.

Прямой способ решения данной задачи - задать функционал взаимодействия  $\mathcal{E}$ , число частиц /или толщину слоя/ и решать уравнения типа Хартри - Фока для нахождения спектра и волновых функций одночастичных состояний.

Используя методику обратной задачи, необходимо найти функцию  $K(x, y)$ , являющуюся решением интегрального уравнения Гельфанда - Левитана - Марченко /2,3/:

$$K(x, y) + V(x+y) + \int_x^{\infty} V(y+z) K(x, z) dz = 0. \quad /2/$$

Ядро  $V$  определяется с помощью коэффициентов отражения  $R(k)$  ( $e_k = \hbar^2 k^2 / 2m$ ) и набора  $N$  собственных энергий связанных состояний  $e_n = -\hbar^2 \kappa_n^2 / 2m$ :

$$V(z) = \sum_{n=1}^N C_n^2(\kappa_n) \exp(-\kappa_n z) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(k) \exp(-ikz) dk.$$

Коэффициенты  $C_n$  определяются граничными условиями:

$$C_n(\kappa_n) = \lim_{z \rightarrow \infty} e^{\kappa_n z} \psi_n(z). \quad /4/$$

Искомый потенциал:

$$U(z) = -\frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} K(z, z). \quad /5/$$

С помощью заданных фазовых сдвигов и спектра связанных состояний системы решение интегрального уравнения /2/ может быть получено только численно. Однако в случае безотражательных потенциалов ( $R(k) = 0$ ) можно построить следующее решение:

$$U(z) = -\frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \ln(\det M) = -\frac{2\hbar^2}{m} \sum_{n=1}^N \kappa_n \psi_n^2(z),$$

$$\psi_n(z) = \sum_{k=1}^N (M^{-1})_{nk} \lambda_k(z).$$

$$\lambda_n(z) = C_n(\kappa_n) \exp(-\kappa_n z).$$

$$M_{nk}(z) = \delta_{nk} \frac{\lambda_n(z) \lambda_k(z)}{\kappa_n + \kappa_k} \quad /6/$$

$$C_n(\kappa_n) = \sqrt{2\kappa_n \prod_{k \neq n}^N \frac{\kappa_n - \kappa_k}{\kappa_n + \kappa_k}}.$$

$$\rho(z) = \sum_{n=1}^N a_n \psi_n^2(z).$$

Формулы /6/ показывают, что волновые функции, потенциал и плотность полностью определяются спектром связанных состояний.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

При проведении прямой части расчета по методу Хартри - Фока функционал взаимодействия выбирался в виде эффективных сил Скирма. Схема расчета и параметры взаимодействия приведены в работе /11/. Полученный спектр связанных состояний закладывался в схему обратной задачи и с помощью соотношений /6/ восстанавливались волновые функции состояний, одночастичные потенциалы и плотности.

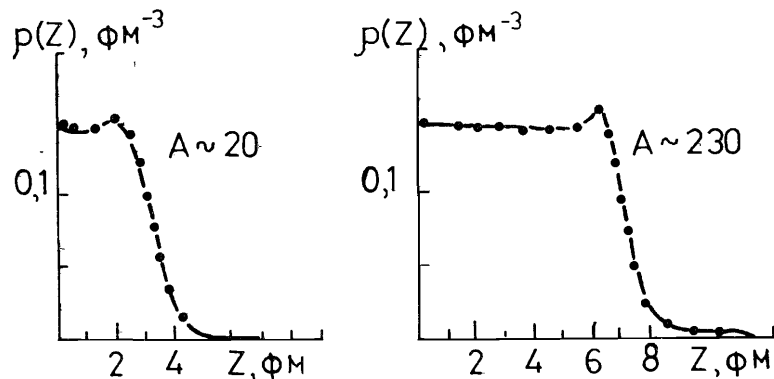


Рис.1. Профили плотности (-HF, ... INV).

На рис.1 приведены результаты расчета профилей плотности для "слоев", имитирующих легкие / $\alpha = 1,0$ ,  $A = 20$ / и тяжелые / $\alpha = 2,15$ ,  $A \sim 230$ / ядра. Сплошной линией показаны результаты расчета по методу Хартри - Фока (HF), точечной - по методу обратной задачи для среднего поля ядра (INV). Видно, что профили плотности воспроизводятся очень хорошо.

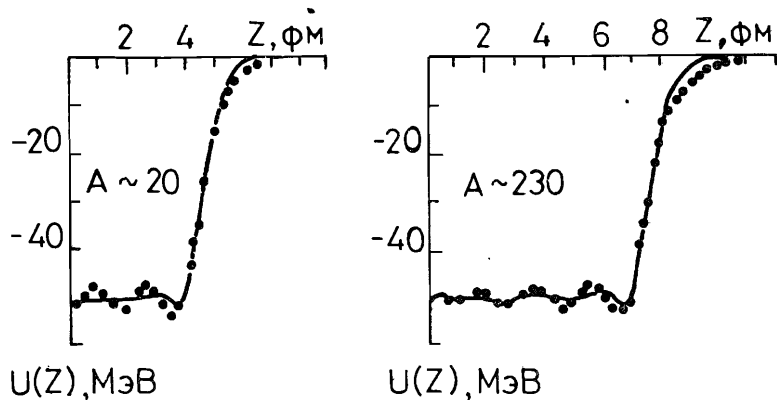


Рис.2. Одночастичные потенциалы.

На рис.2 приведены результаты расчета соответствующих одночастичных потенциалов. Обозначения прежние. Видно, что, хотя средние свойства потенциалов /глубина, эффективный радиус/ воспроизводятся хорошо, во внутренней области потенциала ясно видны слабые осцилляции.

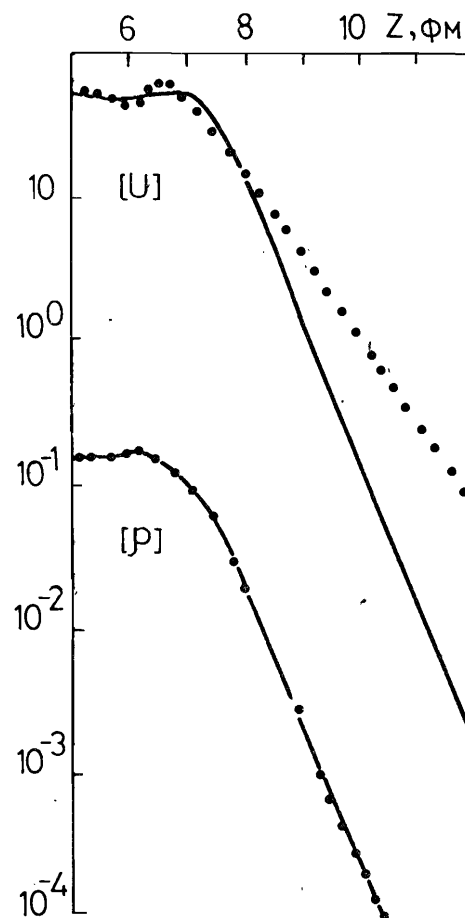


Рис.3. Безразмерные профили плотности [ $\rho$ ] и потенциалы [ $U$ ] /  $A \sim 230$ / на границе ядра и асимптотике.

На рис.3 показаны безразмерные профили плотности и потенциалы в области диффузного слоя ядра и на асимптотике. Видно, что "хвосты" плотностей воспроизводятся очень хорошо, "хвосты" потенциалов - хуже. Следует отметить, что расчет потенциала по методу Хартри - Фока производится с помощью первой вариации функционала взаимодействия по плотности, поэтому для сил Скирма наклон плотности и потенциала в логарифмическом масштабе совпадают /см.рис.3/. В рамках методики обратной задачи при расчете потенциалов учитываются все связанные состояния, а при расчете плотности - только заполненные /см. формулы /6//. Поэтому наклон "хвостов" потенциалов и плотностей будет различным. Поскольку схема обратной задачи реализована в предположении безотражательности потенциала, можно сделать следующие выводы: 1/ учет членов отражения при расчете плотности несуществен; 2/ учет членов отражения при расчете потенциалов будет приводить к сглаживанию осцилляций во внутренней части и коррекции "хвоста" потенциала.

Для дальнейшей проверки метода мы провели серию расчетов "слоев" в различных внешних полях. Таким способом обычно формируются

мируют начальные состояния в расчетах по зависящему от времени методу Хартри - Фока<sup>10,11</sup> или близких к этому методу подходов. Во всех случаях профили плотности, восстановленные с помощью метода обратной задачи, практически совпадают с результатами расчетов по методу Хартри - Фока. Это позволяет с очень хорошей точностью имитировать различные возбужденные состояния ядерных систем с помощью одночастичного спектра.

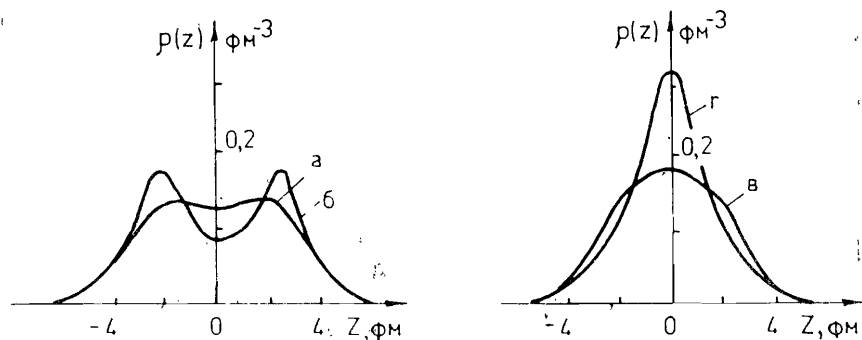


Рис. 4. Примеры профилей плотности, вычисленных по методу обратной задачи ( $A = 16$ ): а - основное состояние, б - ядро с двумя центрами; в/г/ - сла- бо /сильно/ сжатое ядро.

На рис. 4 показаны примеры построения различных состояний с помощью методики обратной задачи.

В заключение можно сделать вывод о том, что метод обратной задачи для среднего поля ядра дает простое аналитическое описание профилей плотности и одночастичных потенциалов ядерных систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Картавенко В.Г. - ЯФ, 1984, т.40, с.377.
2. Теория солитонов: Метод обратной задачи /под ред. С.П.Новикова/. М.: Наука, 1980.
3. Захарьев Б.Н., Сузько А.А. Потенциалы и квантовое рассеяние: Прямая и обратная задачи. М.: Энергоатомиздат, 1985.
4. Hefter E.F. - Journ.de Phys., 1984, v.45, p.C6.
5. Hefter E.F. - Phys.Rev., 1985, v.A32, p.1205.
6. Hefter E.F. - Phys.Rev., 1986, с.С34, p.1688.

7. Hefter E.F., Gridnev K.A. - Prog.Theor.Phys., 1984, v.72, p.549.
8. Hefter E.F. - Lett.Nuovo Cim., 1981, v.32, p.9.
9. Картавенко В.Г., Хефтер Э.Ф. Краткие сообщения ОИЯИ, № 3/23/-87, Дубна, 1987.
10. Bonche P., Koonin S. and Negele J.W. - Phys.Rev., 1976, v.C13, p.1226.
11. Mädlер P. - Zeit.für Phys., 1985, v.A321, p.343.

Рукопись поступила в издательский отдел  
13 марта 1987 года.

### НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
D10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
D13-85-793	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.
D3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Картавенко В.Г., Медлер П.

P4-87-156

Описание одночастичных ядерных потенциалов и плотностей с помощью метода обратной задачи

Построено аналитическое описание профилей плотности и потенциалов одномерных ядерных "слоев". Использован метод обратной задачи для среднего поля ядра. Показано, что таким способом можно очень хорошо воспроизвести расчеты профилей плотности, сделанные по методу Хартри - Фока. Самосогласованные потенциалы воспроизводятся хорошо во внутренней области ядра, но на асимптотике согласие ухудшается. Были проведены расчеты "слоев" в различных внешних полях. Показано, что данный метод позволяет построить с помощью одночастичного спектра не только основные, но и различные возбужденные состояния одномерных ядерных систем /сжатые ядра, ядра с двумя центрами и т.п./.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Kartavenko V.G., Mädlar P.

P4-87-156

Description of One-Particle Nuclear Potentials and Densities by the Inverse Problem Method

Analytic description is constructed for density profiles and potentials of one-dimensional nuclear slabs by the inverse mean field method. It is shown that this method well reproduced the calculations of the density profiles made by the Hartree-Fock method. Self-consistent potentials are well reproduced in the internal region of a nucleus, but in the asymptotic region the agreement gets worsen. Calculations of slabs were carried out in different external fields. It is shown that this method allows one to construct, with the use of one-particle spectrum, not only the ground state but also various excited states of one-dimensional nuclear systems (compressed nuclei with two centres, ect.).

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987