

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P4-87-143

Р.В.Джолос, А.К.Насиров\*, В.П.Пермяков

УСИЛЕНИЕ ПОДБАРЬЕРНОГО СЛИЯНИЯ  
СЛОЖНЫХ ЯДЕР  
ИЗ-ЗА ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ  
ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
ВО ВХОДНОМ КАНАЛЕ РЕАКЦИИ

Направлено в Оргкомитет XXXVII Всесоюзного  
совещания по ядерной спектроскопии и  
структуре атомного ядра, Юрмала, 14-16 апреля  
1987 г., и в журнал "Известия АН СССР, серия  
физическая"

\* Институт ядерной физики АН УзССР

1987

## I. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные исследования /I.2/ с легкими и средними по массовым числам ядрами при подбарьерных энергиях столкновения поставили перед теорией ряд интересных и трудных задач. Наблюдаемые сечения подбарьерного слияния на порядок и более превосходят сечения, рассчитанные на основе эффекта туннелирования, частицы с массой  $\mu = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$  через одномерный потенциальный барьер.

Отмечены также нерегулярности в поведении сечений подбарьерного слияния в зависимости от изотопного состава взаимодействующих ядер /3/.

Интерес к подбарьерным процессам возрос в последнее время в связи с астрофизическими аспектами этой проблемы /4/ и с идеями холодного слияния ядер /5; 6/. <sup>11 pages</sup>

За последние годы было предложено несколько моделей, претендующих в той или иной степени на описание экспериментальных данных. Несмотря на различие в модельных подходах, все они содержат одну общую идею - необходимость учитывать внутреннюю структуру ядер при прохождении (туннелировании) через потенциальный барьер.

Коротко остановимся на результатах, полученных в работах /7-12/. В работе /7/ высказано сомнение в справедливости простой параметризации потенциального барьера /8/, на основе которого анализируются экспериментальные данные по слиянию. Авторы работы /7/ предлагают модель, справедливую в широком диапазоне энергий столкновения. Это существенно, так как при низких энергиях столкновения потенциальный барьер становится двугорбым, т.е. имеет четыре классических точки поворота (если привлекать идею "критического" радиуса, необходимую для описания сечений слияния при  $E > V_B$ , см. рис. I.6 работы /7/). В работе /9/ подчеркивается необходимость учета статических квадрупольной ( $\alpha_2 > 0$ ) и гексадекапольной ( $\alpha_4 < 0$ ) деформаций ядер для лучшего описания экспериментальных данных по слиянию с деформированными ядрами. На важность учета нулевых поверхностных колебаний ядер, приводящих к колебаниям высоты потенциального барьера, указано в работе /10/.

Для объяснения нерегулярностей в поведении сечений слияния в зависимости от их изотопного состава необходим учет канала передачи валентных нуклонов /3/.

В работе /II/ экспериментальные данные анализируются на основе динамической картины проникновения (туннелирования) ядер через двухмерный потенциальный барьер.

На важную роль парных корреляций сверхпроводящего типа в процессах спонтанного деления и глубокоподбарьерного слияния ядер указано в работе /12/.

Из приведенных выше моделей можно сделать вывод: описание процесса подбарьерного слияния требует учета связи относительного движения с внутренними степенями свободы ядер, т.е. рассмотрения, как минимум, двухмерного потенциального барьера. Из внутренних степеней свободы ядер наиболее важными являются коллективные. При рассмотрении реакций с легкими или средними ядрами, по-видимому, следует прежде всего учитывать колебания формы сталкивающихся ядер (квадрупольные и т.д.). При рассмотрении реакций с тяжелыми ионами более важными становятся динамические переменные, описывающие "шейку" между двумя ядрами. В реакциях с магическими или околоваловыми ядрами коллективные состояния, отвечающие колебаниям формы ядер, возбуждаются с трудом, и более существенными становятся каналы передачи нуклонов. С последними, по-видимому, связаны нерегулярности в поведении сечений слияния в зависимости от изотопного состава.

Включение в рассмотрение внутренних возбуждений ядер означает, что для описания процесса подбарьерного слияния необходимо решать задачу на связь каналов /13, 14/. При этом количество каналов, которые необходимо принимать во внимание, достаточно велико, и поэтому требует большого объема вычислений. Адиабатическое приближение также неудовлетворительно, но, как показывает сравнение результатов точных модельных расчетов и адиабатического приближения, последнее может служить основой для разработки метода описания подбарьерного слияния ядер.

В данной работе развивается метод учета неадиабатических поправок к потенциальному взаимодействию ядер и показывается, что учет квадрупольных возбуждений ядер, вызванных кулоновским взаимодействием, ведет к сужению эффективного потенциального барьера. Другими словами, кулоновская точка поворота (для фиксированной энергии столкновения  $E < V_B$ ) смещается влево. Будет показано также, что учет канала обмена нуклонами между ядрами приводит к более резкому спаду потенциального барьера слева от вершины барьера, что приводит к увеличению сечения.

чений слияния по сравнению с расчетами, выполненными с неперенормированным потенциалом.

## II. ПЕРЕНОРМИРОВКА ЯДРО-ЯДЕРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ИЗ-ЗА ОБМЕНА НУКЛОНАМИ МЕЖДУ ЯДРАМИ

Так как в данной работе нас интересует подбарьерное слияние, то мы будем рассматривать изменения только в реальной части ядро-ядерного потенциала, вызванные обменом нуклонами между ядрами. Перенормировка мнимой части эффективного ядерного потенциала исследовалась в работах<sup>[15, 16]</sup>.

Согласно работе<sup>[17]</sup>, для потенциальной энергии ядерной системы, образовавшейся при столкновении налетающего иона  $P$  с ядром мишени  $T$ , имеем:

$$U = \int d^3\vec{x} d^3\vec{y} \rho(\vec{x}) F(\vec{x}, \vec{y}) \rho(\vec{y}), \quad (1)$$

где  $\rho(\vec{x})$  – плотность распределения нуклонов в образовавшейся ядерной системе, а  $F(\vec{x}, \vec{y})$  – эффективное взаимодействие нуклонов в ядерном веществе.

Плотность  $\rho(\vec{x})$  следующим образом выражается через среднее от произведения полевых операторов нуклонов:

$$\rho(\vec{x}) = \langle \hat{\Psi}^+(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x}) \rangle, \quad (2)$$

которые, в свою очередь, можно приближенно представить в виде суммы операторов, отвечающих каждому из образующих систему ядер:

$$\hat{\Psi}^+(\vec{x}) = \hat{\Psi}_P^+(\vec{x}) + \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}). \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем:

$$\rho(\vec{x}) = \rho_o(\vec{x}) + \rho'(\vec{x}), \quad (4)$$

$$\rho_o(\vec{x}) = \langle \hat{\Psi}_P^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_P(\vec{x}) \rangle + \langle \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_T(\vec{x}) \rangle, \quad (4a)$$

$$\rho'(\vec{x}) = \langle \hat{\Psi}_P^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_T(\vec{x}) \rangle + \langle \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_P(\vec{x}) \rangle. \quad (4b)$$

Часть плотности  $\rho'(\vec{x})$ , описывающая переходы нуклонов из ядра в ядро, мала по сравнению с  $\rho_o$ . Поэтому в потенциальной энергии можно ограничиться членами не выше первого порядка по  $\rho'$ :

$$U = U^o + \delta U, \quad (5)$$

$$U^o = \int \rho_o(\vec{x}) F(\vec{x}, \vec{y}) \rho_o(\vec{y}) d^3\vec{x} d^3\vec{y}, \quad (5a)$$

$$\delta U = 2 \int \rho_o(\vec{x}) F(\vec{x}, \vec{y}) \rho'(\vec{y}) d^3\vec{x} d^3\vec{y}, \quad (5b)$$

$$\rho_o(\vec{x}) = \rho_p(\vec{x}, \vec{r}) + \rho_T(\vec{x}).$$

Эффективное взаимодействие  $F(\vec{x}, \vec{y})$  имеет вид<sup>[18]</sup>:

$$F(\vec{x}, \vec{y}) = \left( \frac{d \rho_{oo}}{d \epsilon_F} \right)^{-1} \left( F_{in} \frac{\rho_o(\vec{x})}{\rho_{oo}} + F_{ex} \left( 1 - \frac{\rho_o(\vec{x})}{\rho_{oo}} \right) \right) \delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ \equiv F_{\text{eff}}(\vec{x}) \delta(\vec{x} - \vec{y}),$$

где:

$$F_{in, ex} = (f_{in, ex} + f'_{in, ex} \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2) + (g_{in, ex} + g'_{in, ex} \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2) \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2.$$

Здесь  $\rho_{oo}$  – плотность ядерной материи,  $\epsilon_F$  – энергия Ферми. Значения безразмерных параметров  $f_{in, ex}$ ,  $f'_{in, ex}$ ,  $g_{in, ex}$ ,  $g'_{in, ex}$  приведены в<sup>[18]</sup>. В работе<sup>[17]</sup> показано, что существенной является только не зависящая от спиновых и изоспиновых переменных часть эффективного взаимодействия. Отбрасывая в  $U^o$  слагаемые, не зависящие от относительного расстояния между ядрами, получаем потенциал взаимодействия  $U_{int}(R)$  в виде потенциала двойной свертки:

$$U_{int}(R) = \int \rho_o(\vec{x}, R) F_{\text{eff}}(\vec{x}) \rho_T(\vec{x}) d^3\vec{x}.$$

Аналитическое выражение для  $\rho'($  и тем самым, для  $\delta U$ ) получим, разлагая операторы  $\hat{\Psi}_P(\vec{x})$  и  $\hat{\Psi}_T(\vec{x})$  по одиночественному базису, отвечающему каждому из сталкивающихся ядер:

$$\hat{\Psi}_P^+(\vec{x}, t) = \sum_{j_P} \psi_{j_P}^*(\vec{x}) a_{j_P}^+(t), \quad \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}, t) = \sum_{i_T} \psi_{i_T}^*(\vec{x}) a_{i_T}^+(t), \quad (6)$$

где  $j_P$ ,  $i_T$  – квантовые числа одиночественных состояний соответственно в налетающем ионе и в ядре-мишени,  $\psi_{j_P}$ ,  $\psi_{i_T}$  – одиночественные функции. В разложении (6) пренебрегается эффектом неортогональности одиночественных функций, отвечающих разным ядрам. Этот эффект количествен-

чений слияния по сравнению с расчетами, выполненными с неперенормированным потенциалом.

## II. ПЕРЕНОРМИРОВКА ЯДРО-ЯДЕРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ИЗ-ЗА ОБМЕНА НУКЛОНАМИ МЕЖДУ ЯДРАМИ

Так как в данной работе нас интересует подбарьерное слияние, то мы будем рассматривать изменения только в реальной части ядро-ядерного потенциала, вызванные обменом нуклонами между ядрами. Перенормировка мнимой части эффективного ядерного потенциала исследовалась в работах<sup>[15,16]</sup>.

Согласно работе<sup>[17]</sup>, для потенциальной энергии ядерной системы, образовавшейся при столкновении налетающего иона  $P$  с ядром мишени  $T$ , имеем:

$$U = \int d^3x d^3y \rho(\vec{x}) F(\vec{x}, \vec{y}) \rho(\vec{y}), \quad (1)$$

где  $\rho(\vec{x})$  – плотность распределения нуклонов в образовавшейся ядерной системе, а  $F(\vec{x}, \vec{y})$  – эффективное взаимодействие нуклонов в ядерном веществе.

Плотность  $\rho(\vec{x})$  следующим образом выражается через среднее от произведения полевых операторов нуклонов:

$$\rho(\vec{x}) = \langle \hat{\Psi}^+(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x}) \rangle, \quad (2)$$

которые, в свою очередь, можно приближенно представить в виде суммы операторов, отвечающих каждому из образующих систему ядер:

$$\hat{\Psi}^+(\vec{x}) = \hat{\Psi}_P^+(\vec{x}) + \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}). \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем:

$$\rho(\vec{x}) = \rho_o(\vec{x}) + \rho'(\vec{x}), \quad (4)$$

$$\rho_o(\vec{x}) = \langle \hat{\Psi}_P^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_P(\vec{x}) \rangle + \langle \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_T(\vec{x}) \rangle, \quad (4a)$$

$$\rho'(\vec{x}) = \langle \hat{\Psi}_P^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_T(\vec{x}) \rangle + \langle \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}) \hat{\Psi}_P(\vec{x}) \rangle. \quad (4b)$$

Часть плотности  $\rho'(\vec{x})$ , описывающая переходы нуклонов из ядра в ядро, мала по сравнению с  $\rho_o$ . Поэтому в потенциальной энергии можно ограничиться членами не выше первого порядка по  $\rho'$ :

$$U = U^o + \delta U, \quad (5)$$

$$U^o = \int \rho_o(\vec{x}) F(\vec{x}, \vec{y}) \rho_o(\vec{y}) d^3x d^3y, \quad (5a)$$

$$\delta U = 2 \int \rho_o(\vec{x}) F(\vec{x}, \vec{y}) \rho'(\vec{y}) d^3x d^3y, \quad (5b)$$

$$\rho_o(\vec{x}) = \rho_p(\vec{x}, R) + \rho_T(\vec{x}).$$

Эффективное взаимодействие  $F(\vec{x}, \vec{y})$  имеет вид<sup>[18]</sup>:

$$F(\vec{x}, \vec{y}) = \left( \frac{d \rho_{oo}}{d \epsilon_F} \right)^{-1} \left( F_{in} \frac{\rho_o(\vec{x})}{\rho_{oo}} + F_{ex} \left( 1 - \frac{\rho_o(\vec{x})}{\rho_{oo}} \right) \right) \delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ \equiv F_{\text{eff}}(\vec{x}) \delta(\vec{x} - \vec{y}),$$

где:

$$F_{in, ex} = (f_{in, ex} + f'_{in, ex} \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2) + (g_{in, ex} + g'_{in, ex} \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2) \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2.$$

Здесь  $\rho_{oo}$  – плотность ядерной материи,  $\epsilon_F$  – энергия Ферми. Значения безразмерных параметров  $f_{in, ex}$ ,  $f'_{in, ex}$ ,  $g_{in, ex}$ ,  $g'_{in, ex}$  приведены в<sup>[17]</sup>. В работе<sup>[17]</sup> показано, что существенной является только не зависящая от спиновых и изоспиновых переменных часть эффективного взаимодействия. Отбрасывая в  $U^o$  слагаемое, не зависящее от относительного расстояния между ядрами, получаем потенциал взаимодействия  $U_{int}(R)$  в виде потенциала двойной свертки:

$$U_{int}(R) = \int \rho_p(\vec{x}, R) F_{\text{eff}}(\vec{x}) \rho_T(\vec{x}) d^3x.$$

Аналитическое выражение для  $\rho'$  (и тем самым, для  $\delta U$ ) получим, разлагая операторы  $\hat{\Psi}_P^+(\vec{x})$  и  $\hat{\Psi}_T^+(\vec{x})$  по одночастичному базису, отвечающему каждому из сталкивающихся ядер:

$$\hat{\Psi}_P^+(\vec{x}, t) = \sum_{j_P} \psi_{j_P}^*(\vec{x}) \alpha_{j_P}^+(t), \quad \hat{\Psi}_T^+(\vec{x}, t) = \sum_{i_T} \psi_{i_T}^*(\vec{x}) \alpha_{i_T}^+(t), \quad (6)$$

где  $j_P$ ,  $i_T$  – квантовые числа одночастичных состояний соответственно в налетающем ионе и в ядре-мишени,  $\psi_{j_P}$ ,  $\psi_{i_T}$  – одночастичные функции. В разложении (6) пренебрегается эффектом неортогональности одночастичных функций, отвечающим разным ядрам. Этот эффект количествен-

но мал и не оказывается на качественном рассмотрении проблемы.

Подставляя (6) в (5б), получаем следующее выражение для  $\rho'$ :

$$\rho'(\vec{x}, t) = \sum_{i_\tau, j_p} \left( \psi_{j_p}^*(\vec{x}) \psi_{i_\tau}(\vec{x}) \langle a_{j_p}^+(t) a_{i_\tau}(t) \rangle + \psi_{i_\tau}^*(\vec{x}) \psi_{j_p}(\vec{x}) \langle a_{i_\tau}^+(t) a_{j_p}(t) \rangle \right).$$

Временная эволюция матричных элементов  $\langle a_{j_p}^+(t) a_{i_\tau}(t) \rangle$  и  $\langle a_{i_\tau}^+(t) a_{j_p}(t) \rangle$  определяется уравнением движения для одночастичной матрицы плотности с гамильтонианом:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0 + \delta \hat{U}, \quad \hat{H}_0 = \sum_{j_p} E_{j_p} a_{j_p}^+ a_{j_p} + \sum_{i_\tau} E_{i_\tau} a_{i_\tau}^+ a_{i_\tau}, \\ \delta \hat{U} &= 2 \int d^3x \hat{\rho}_o(\vec{x}) F_{\text{eff}}(\vec{x}) \hat{\rho}'(\vec{x}), \\ \hat{\rho}'(\vec{x}) &= \sum_{i_\tau, j_p} \psi_{j_p}^*(\vec{x}) \psi_{i_\tau}(\vec{x}) a_{j_p}^+ a_{i_\tau} + h.c. \end{aligned}$$

Из уравнения для одночастичных операторов следует:

$$\begin{aligned} \rho'(\vec{x}, t) &= 2 \sum_{i_\tau, j_p} \frac{n_{j_p} - n_{i_\tau}}{E_{j_p} - E_{i_\tau}} \left( \psi_{j_p}^*(\vec{x}) \psi_{i_\tau}(\vec{x}) \left( 1 - \exp \left( \frac{i}{\hbar} (E_{j_p} - E_{i_\tau}) t \right) \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \int d^3y \rho_o(\vec{y}) F_{\text{eff}}(\vec{y}) \psi_{i_\tau}^*(\vec{y}) \psi_{j_p}(\vec{y}) + c.c. \right), \quad (7) \end{aligned}$$

где  $n_{j_p}$ ,  $n_{i_\tau}$  — числа заполнения одночастичных состояний в возбужденных ядрах. Подставляя (7) в (5б), находим

$$\begin{aligned} \delta U &= 4 \int d^3x d^3y \rho_o(\vec{x}) F_{\text{eff}}(\vec{x}) \rho_o(\vec{y}) F_{\text{eff}}(\vec{y}) \times \\ &\quad \times \sum_{j_p, i_\tau} \frac{n_{j_p} - n_{i_\tau}}{E_{j_p} - E_{i_\tau}} \left( 1 - \cos \left( \frac{E_{j_p} - E_{i_\tau}}{\hbar} t \right) \right) \psi_{j_p}^*(\vec{x}) \psi_{j_p}(\vec{y}) \psi_{i_\tau}^*(\vec{y}) \psi_{i_\tau}(\vec{x}). \quad (8) \end{aligned}$$

При  $\vec{x} = \vec{y}$ , благодаря тому, что основной вклад в сумму по  $j_p$ ,  $i_\tau$  дают состояния, близкие к поверхности Ферми, можно заменить в (8)  $|\psi_{j_p}(\vec{x})|^2 \approx \rho_p(\vec{x})/A_p$ ,  $|\psi_{i_\tau}(\vec{x})|^2 \approx \rho_\tau(\vec{x})/A_\tau$ ;  $A_p$ ,  $A_\tau$  — массовые числа взаимодействующих ядер. При значениях  $|\vec{x} - \vec{y}|$ , превышающих межнуклонное расстояние  $r_0$ , сумма в (8) быстро убывает из-за некогерентности слагаемых. Учитывая это убывание с помощью фактора  $\exp(-(\vec{x} - \vec{y})^2/r_0^2)$ , а также симметричность суммы относительно перестановки  $x \leftrightarrow y$ , получаем выражение для  $\delta U$ :

$$\delta U = 4 \int d^3x d^3y \rho_o(\vec{x}) F_{\text{eff}}(\vec{x}) \rho_o(\vec{y}) F_{\text{eff}}(\vec{y}) \times$$

$$\times \frac{1}{A_p A_\tau} \int_P \left( \frac{\vec{x} + \vec{y}}{2} \right) \int_T \left( \frac{\vec{x} + \vec{y}}{2} \right) \exp \left( -\frac{(\vec{x} - \vec{y})^2}{r_0^2} \right) \sum_{i_\tau, j_p} \frac{n_{j_p} - n_{i_\tau}}{E_{j_p} - E_{i_\tau}} \left( 1 - \cos \left( \frac{i}{\hbar} (E_{j_p} - E_{i_\tau}) t \right) \right). \quad (9)$$

На рисунках (I-3) приведены перенормированные потенциалы (штрихованные линии) слева от вершин барьера для трех реакций:

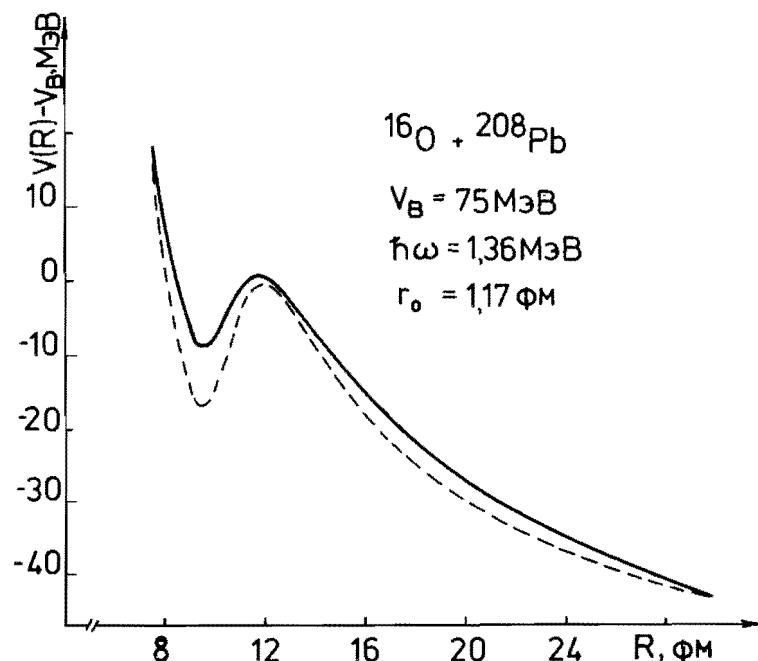
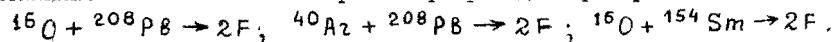


Рис. I. Сплошная линия — неперенормированный потенциал взаимодействия для реакции  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ . Штрихованная линия — перенормированный потенциал взаимодействия: слева от вершины барьера — из-за учета канала передачи нуклонов, справа — из-за учета связи коллективных возбуждений в ядрах с относительным движением.  $\hbar\omega$  — энергия бета-колебаний.

Видно, что канал передачи нуклонов приводит к углублению потенциалов и их более резкому спаду в области вершин барьера. Это приводит к

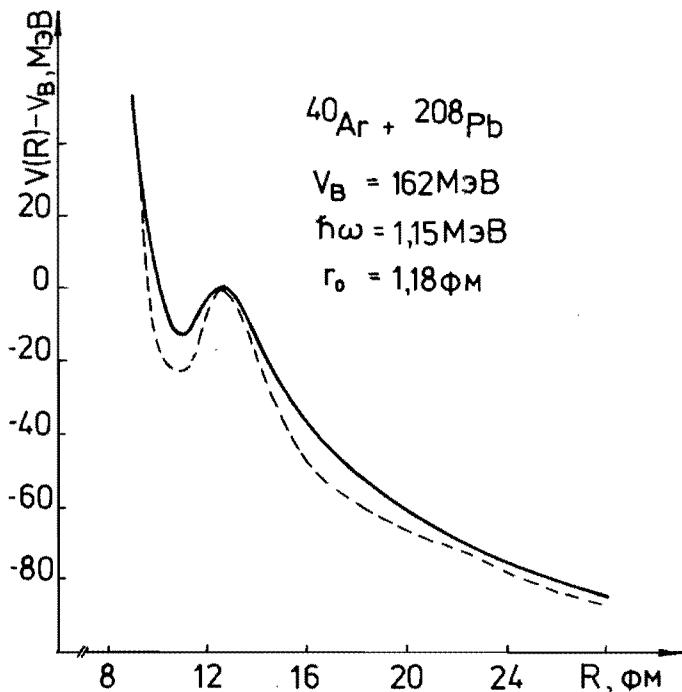


Рис. 2. То же, что на рис. I, для реакции  ${}^{40}\text{Ar} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow 2\text{F}$

увеличению частот  $\hbar\omega_R = \left[ (\hbar^2/\mu) d^2 V(r, \ell=0)/dr^2 \right]_{r=R_B}^{1/2}$ , что является необходимым условием для описания экспериментальных данных по подбарьерному слиянию в модели туннелирования сложной частицы через потенциальный барьер.

### III. ПЕРЕНОРМИРОВКА ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА ИЗ-ЗА КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ЯДРАХ, ВЫЗВАННЫХ КУЛОНОВСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Учет перенормировки потенциального барьера справа от его вершины важен не только для лучшего описания экспериментальных данных по подбарьерному слиянию сложных ядер. Он важен также для понимания результатов решения обратной задачи<sup>/19/</sup>, т.е. определения формы потенциального барьера по экспериментально полученным сечениям подбарьерного слияния в зависимости от энергии столкновения.

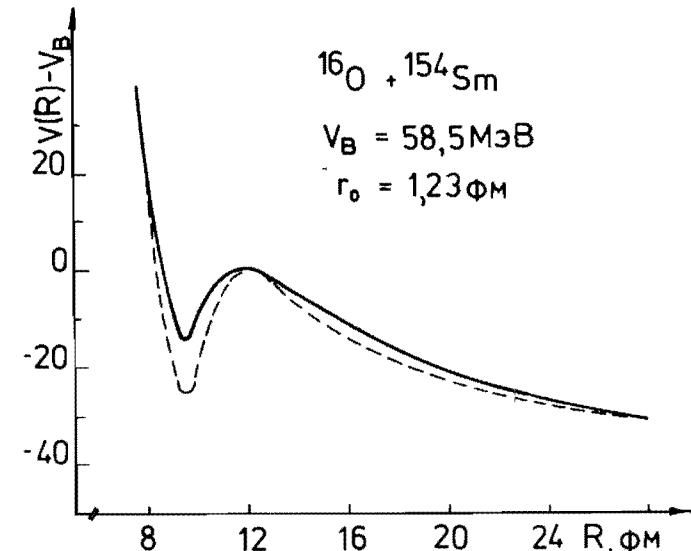


Рис. 3. То же, что на рис. I, для реакции  ${}^{16}\text{O} + {}^{154}\text{Sm} \rightarrow 2\text{F}$ .

Согласно результатам работы<sup>/19/</sup>, для толщины потенциального барьера, т.е. расстояния между внутренней и внешней точками поворота волни из его вершины и энергии столкновения  $E' < E_B$ , имеем:

$$\gamma(E') = \gamma_2(E') - \gamma_1(E') = -\frac{2}{\pi} \left( \frac{\hbar^2}{2\mu} \right)^{1/2} \int_{E'}^{E_B} \frac{dS_0/dE}{\sqrt{E-E'}} dE, \quad (10)$$

где:  $S_0(E) = 0,5 \log \left\{ \left[ d(\sigma(E)E/\pi R^2(E))/dE \right]^{-1} - 1 \right\}$ ,  $\sigma(E)$  извлекается из эксперимента, энергия  $E_B$  равна высоте потенциального барьера,  $\mu$  -приведенная масса,  $R(E) = \eta R_B + (1-\eta)R_c(E)$ ,  $0 \leq \eta \leq 1$ . Величина  $R_B$  соответствует положению максимума барьера,

$R_c(E) = \gamma_2(E) = \gamma_1 \gamma_2 e^2/E$ . Верхний предел интегрирования в (10) находится из условия  $S_0(E=E_B)=0$ , т.е.  $d(E\sigma(E)/\pi R^2(E))/dE = 1/2$ .

Итак, в (10) все величины определены и можно рассчитать  $\gamma_1(\epsilon')$  и тем самым восстановить форму потенциального барьера, необходимого для описания экспериментальных данных. Рассчитанные таким образом потенциалы для реакций  $^{64}N_L + ^{64}N_L \rightarrow 2F/19$ ,  $^{40}Ca + ^{40}Ca \rightarrow 2F/3$  имеют нефизическое поведение ("вогнутость" вправо в области вершины барьера, и, как следствие этого, двузначность потенциалов). Ниже мы проанализируем этот вопрос более детально, включив в рассмотрение возбуждения коллективных состояний в ядрах.<sup>20</sup>

Гамильтониан двух сталкивающихся ядер с учетом коллективных квадрупольных возбуждений в одном из них имеет вид:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M} \left[ \frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hat{L}^2}{R^2} \right] + V(R) + \frac{\gamma}{\sqrt{2} R^3} \sum_M (-1)^M Y_{2M}^*(\theta, \varphi) \alpha_{2M} + \hat{H}_{BH}(\alpha_{2M}) \quad (II)$$

Здесь  $R$  – расстояние между центрами масс сталкивающихся ядер,  $\hat{L}$  – оператор углового момента относительного движения,  $\theta, \varphi$  – углы, характеризующие траекторию налетающего иона,  $M$  – приведенная масса,  $\gamma = (3\sqrt{2}/5) Z_1 Z_2 e^2 R_1^2$ ,  $Z_1, Z_2; R_1, R_2$  – заряды и радиусы каждого из ядер,  $V(R)$  – сумма кулоновского и оптического ядерного потенциалов взаимодействия сложных ядер. Динамические переменные  $\alpha_{2M}$  описывают квадрупольные колебания в ядре-мишени. Для внутреннего гамильтониана примем приближение эффективного гармонического осциллятора:

$$\hat{H}_{BH} = -\frac{\hbar^2}{2B_2} \sum_M (-1)^M \frac{\partial^2}{\partial \alpha_{2M} \partial \alpha_{2-M}} + \frac{1}{2} C_2 \sum_M (-1)^M \alpha_{2M} \alpha_{2-M},$$

где  $B_2$  – массовый коэффициент,  $C_2$  – эффективная жесткость.

Уравнения движения для  $\alpha_{2M}$  и  $\partial/\partial \alpha_{2M}$  имеют вид:

$$[\hat{H}, \alpha_{2M}] = -\frac{\hbar^2}{B_2} (-1)^M \frac{\partial}{\partial \alpha_{2-M}}, \quad (I2)$$

$$[\hat{H}, \frac{\partial}{\partial \alpha_{2M}}] = -\frac{\gamma}{\sqrt{2} R^3} Y_{2M}(\theta, \varphi) - C_2 (-1)^M \alpha_{2-M}. \quad (I3)$$

Объединяя (I2) и (I3), получаем:

$$[\hat{H}, [\hat{H}, \alpha_{2M}]] = \frac{\hbar^2 C_2}{B_2} \alpha_{2M} + \frac{\hbar^2 \gamma}{\sqrt{2} B_2 R^3} Y_{2M}(\bar{R}). \quad (I4)$$

Нашей целью является получение эффективного гамильтониана, в котором связь относительного движения с внутренними колебаниями ядра учитывается перенормировкой потенциала (в общем случае перенормируется и приведенная масса  $M$ <sup>21</sup>), т.е. гамильтониан следующего вида:

$$\hat{H}_{\text{эфф}} = -\frac{\hbar^2}{2M} \left( \frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hat{L}^2}{R^2} \right) + V_{\text{эфф}}(R). \quad (I5)$$

Для этого найдем функцию  $\alpha_{2M}(\bar{R})$ , удовлетворяющую уравнению движения (I4), но с заменой  $\hat{H}$  на  $\hat{H}_{\text{эфф}}$ :

$$[\hat{H}_{\text{эфф}}, [\hat{H}_{\text{эфф}}, \alpha_{2M}(\bar{R})]] = \frac{\hbar^2 C_2}{B_2} \alpha_{2M}(\bar{R}) + \frac{\hbar^2 \gamma}{\sqrt{2} B_2 R^3} Y_{2M}(\bar{R}). \quad (I6)$$

Затем, подставив  $\alpha_{2M}(\bar{R})$  в (II) и сравнив результат подстановки с (I5), получим выражение для  $V_{\text{эфф}}(R)$ . Поскольку в этой работе мы не рассматриваем поправок к приведенной массе, то в выражении для двойного коммутатора  $[\hat{H}_{\text{эфф}}, [\hat{H}_{\text{эфф}}, \alpha_{2M}(R)]]$  опустим слагаемые, содержащие дифференциальные операторы. Функцию  $\alpha_{2M}(R)$  можно представить следующим образом:

$$\alpha_{2M}(R) = \alpha(R) Y_{2M}(R), \quad (I7)$$

где  $\alpha(R)$  – неизвестная функция, уравнение для которой получаем, подставляя (I5) и (I7) в (I6):

$$\frac{1}{M} \frac{dV_{\text{эфф}}}{dR} \frac{d\alpha(R)}{dR} + \left( \frac{3\hbar}{MR^2} \right)^2 \alpha(R) = \frac{C_2}{B_2} \alpha(R) + \frac{\gamma}{\sqrt{2} B_2 R^3}. \quad (I8)$$

В интересующей нас области значений  $R$ , больших суммы радиусов полуплотностей ядер, и для не слишком легких ядер величина  $(3\hbar/MR^2)^2$  заметно меньше  $C_2/B_2$ . Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать уравнение:

$$\frac{1}{M} \frac{dV_{\text{эфф}}}{dR} \frac{d\alpha(R)}{dR} = \frac{C_2}{B_2} \alpha(R) + \frac{\gamma}{\sqrt{2} B_2 R^3}. \quad (I9)$$

Подставляя (I7) в (II) и сравнивая результат подстановки с (I5), получаем для  $V_{\text{эфф}}$ :

$$V_{\text{эфф}}(R) = V(R) + \frac{5\gamma}{\sqrt{2} R^3} \alpha(R) + \frac{5}{2} C_2 \alpha^2(R). \quad (20)$$

В качестве первого приближения для  $V_{\text{стр}}(R)$  подставим в (19) кулоновский потенциал. Тогда для  $\alpha(R)$  получается следующий результат:

$$\alpha(R) = -\frac{\gamma \cdot M}{3\sqrt{2} B_2 z_1 z_2 e^2} \exp\left(-\frac{M C_2 R^3}{3 B_2 e^2 z_1 z_2}\right) E_i\left(\frac{M C_2 R^3}{3 B_2 e^2 z_1 z_2}\right), \quad (21)$$

где  $E_i(x)$  – интегральная показательная функция. Легко проверить, что при  $R \rightarrow \infty$  решение (21) переходит, как это и должно быть, в результат адиабатического приближения<sup>[22]</sup>.

Легко видеть, что кулоновская точка поворота (при фиксированной энергии столкновения  $E$ ) перенормируется из-за связи относительного движения с внутренними коллективными возбуждениями в ядрах:

$$R_c(E) \rightarrow R_c(E) - \frac{5 \gamma^2 M}{3 e^2 z_1 z_2 B_2 E R^3} \exp\left(-\frac{M C_2 R^3}{3 B_2 e^2 z_1 z_2}\right) E_i\left(\frac{M C_2 R^3}{3 B_2 e^2 z_1 z_2}\right). \quad (22)$$

На рис. (4,5) приведены результаты расчета перенормированных потенциалов взаимодействия для реакций  $^{132}\text{Xe} + ^{132}\text{Xe} \rightarrow 2F$ ,  $^{40}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca} \rightarrow 2F$ . В расчетах использовались гидродинамические значения массовых коэффициентов  $B_2$ .

Как видно из рисунков (4,5), учет квадрупольных колебаний ядра-мишени эффективно ведет к сужению потенциального барьера, и, следовательно, к росту сечения подбарьерного слияния.

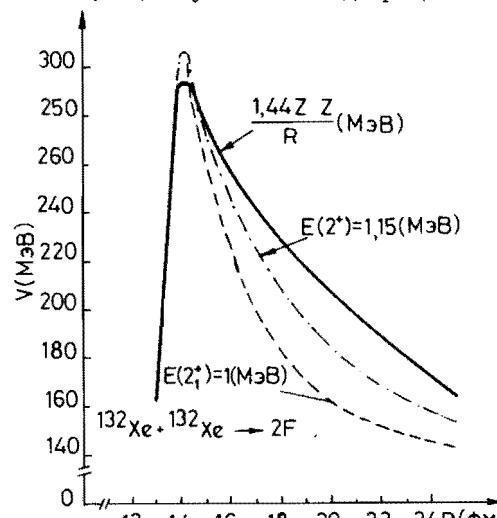


Рис. 4. Потенциальный барьер (методический расчет) для реакции  $^{132}\text{Xe} + ^{132}\text{Xe} \rightarrow 2F$ . Штрихованная линия – перенормированный кулоновский потенциал для энергии квадрупольных колебаний  $E(2_1^+) = 1$  МэВ, штрихпунктирная – для  $(2_1^+) = 1,15$  МэВ.

12

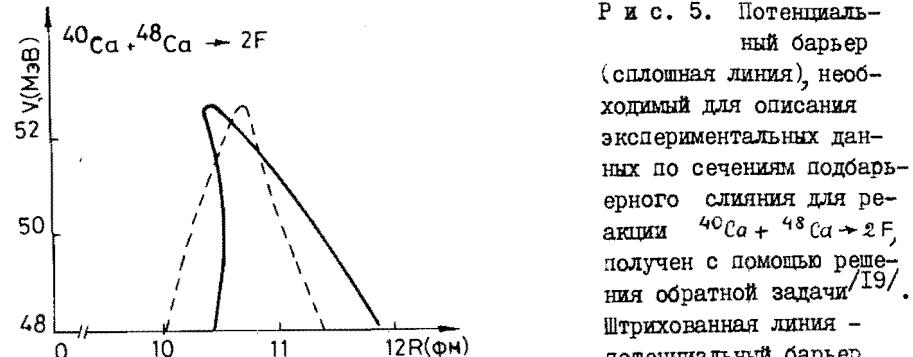


Рис. 5. Потенциальный барьер (сплошная линия), необходимый для описания экспериментальных данных по сечениям подбарьерного слияния для реакции  $^{40}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca} \rightarrow 2F$ , получен с помощью решения обратной задачи<sup>[19]</sup>. Штрихованная линия – потенциальный барьер, полученный из расчетов по методу, предложенному в данной работе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный выше анализ показывает, что учет канала передачи нуклонов и квадрупольных колебаний в ядрах приводит к росту сечений подбарьерного слияния. Таким образом, наш подход позволяет свести сложную задачу связи каналов к рассмотрению прохождения системы через одномерный потенциальный барьер. Существенно подчеркнуть также, что возникающий барьер имеет динамическую природу, он меняется в ходе процесса взаимного проникновения ядер, т.е. в процессе слияния ядер. В рамках развитого подхода решается также проблема "нефизического" поведения потенциала при решении обратной задачи. Перенормировкой кулоновской точки поворота (рис. 5) легко получается приемлемая форма потенциального барьера – вогнутость справа и быстрый спад слева от вершины барьера.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Beckerman M. et al. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, p. 1472.
2. Stokstad R.G. et al. Z.Phys.A: Atoms and Nuclei, 1980, vol. 295 p. 269.
3. Thomas J. et al. Phys.Rev., 1985, C31, p. 1980.
4. Беляев В.Б. и др. ОИЯИ, Е4-86-66, Дубна, 1986.
5. Oganessian Yu.Ts. et al. Nucl.Phys., 1975, A239, p.353.

6. Schmidt K.H. et al. Z.Phys. A: Atoms and Nuclei, 1981, vol. 301, p. 21.
7. Descouvemont P. et al. Z.Phys. A: Atoms and Nuclei, 1982, vo.306, p. 79.
8. Glas D., Mosel U. Nucl.Phys., 1975, A237, p. 429
9. Rhoades-Brown M.J., Oberacker V.E. Phys.Rev.Lett., 1983, vol.50, p. 1435.
10. Esbensen H. Nucl.Phys., 1981, A352, p. 147.
11. Landowne S., Nix J.R. Nucl.Phys., 1981, A369, p. 352.
12. Lazarev Yu.A. JINR, E4-86-577, Dubna, 1986.
13. Dasso C.H. et al. Nucl.Phys., 1983, A405, p. 381.
14. Шилов В.М. ОИЯИ, Р4-86-843, Дубна, 1986.
15. Broglia R.A. et al., Nucl.Phys., 1981, A361, p. 307.
16. Brink D.M., Stancu Fl. Phys.Rev., 1984, C30, p. 1904.
17. Джолос Р.В., Насиров А.К. ОИЯИ, Р4-86-255, Дубна, 1986.
18. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. "Наука", М., 1983.
19. Balantekin A.B. et al. Phys.Rev., 1983.
20. Джолос Р.В., Пермяков В.П. Краткие сообщения ОИЯИ, № I(2I)-87, Дубна, 1987.
21. Джолос Р.В., Пермяков В.П., Шульц Г. ОИЯИ, Р4-9635, Дубна, 1976.
22. Джолос Р.В., Пермяков В.П. ОИЯИ, Р4-8416, Дубна, 1974.

Джолос Р.В., Насиров А.К., Пермяков В.П. P4-87-143  
 Усиление подбарьерного слияния сложных ядер из-за динамических изменений потенциала взаимодействия во входном канале реакции

Усиление канала подбарьерного слияния сложных ядер рассматривается как следствие динамических изменений ядро-ядерного потенциала взаимодействия во входном канале реакции. Показано, что учет передачи нуклонов между ядрами приводит к углублению и более резкому спаду потенциального барьера слева от его вершины. Учет коллективных возбуждений в ядрах, вызванных кулоновским возбуждением, приводит к сужению потенциального барьера справа от его вершины.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Jolos R.V., Nasirov A.K., Permyakov V.P. P4-87-143  
 Strengthening of Subbarrier Compound-Nucleus Fusion by Dynamic Changes of the Interaction Potential in the Reaction Input Channel

Strengthening of the channel of subbarrier compound-nucleus fusion is interpreted as a consequence of dynamic changes of the nucleus-nuclear interaction potential in a reaction input channel. It is shown that if the exchange of nucleons between nuclei is taken into account, the potential barrier to the left from its top gets more deep and falls more rapidly; taking account of collective excitations in nuclei induced by the Coulomb excitation makes the potential barrier more narrow to the right from its top.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987

Рукопись поступила в издательский отдел  
 9 марта 1987 года.