

Объединенный
институт
ядерных
исследований
Дубна

P4-87-107

Г.Н.Афанасьев

РАССЕЯНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ
ТОРОИДАЛЬНОГО СОЛЕНОИДА

Направлено в "Journal of Physics A"

1987

I. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известны недостатки цилиндрического соленоида как средства для проверки эффекта Ааронова-Бома (АБ). Во-первых, это трудности с обратным потоком^{/1/}. Во-вторых, для реального конечного цилиндрического соленоида пространство, доступное для падающих частиц, односвязно, вектор-потенциал вне соленоида может быть выражен через утечки магнитного поля^{/2,3/}. В итоге возникает альтернативная интерпретация АБ-эффекта как рассеяния на "хвостах" магнитного поля. В третьих, различное асимптотическое поведение вектор-потенциала для реального и идеального соленоидов^{/4/} приводит к конечному полному сечению рассеяния для реального соленоида и бесконечному - для идеального.

В связи с этим во многих работах (см., например,^{/2,5,6/} высказывалась необходимость теоретического рассмотрения рассеяния заряженных частиц на тороидальном соленоиде.

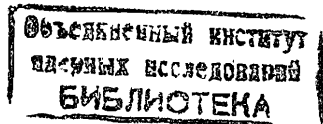
Мы будем придерживаться следующего плана изложения. В разделе 2, используя вектор-потенциал, найденный ранее в^{/7/} (в дальнейшем обозначаемой как I), строим, так называемую производящую функцию, градиент которой совпадает с вектор-потенциалом вне соленоида. Эта функция разрывна (из-за стоксовой природы вектор-потенциала). Используя ее свойства мы вычислили в разделе 3 амплитуду рассеяния на экранированном тороидальном соленоиде (в I борновском и высокоэнергетическом приближениях). Мы построили конкретные примеры, показывающие, что в одном и том же многосвязном пространстве при нетривиальных вектор-потенциалах и однозначных волновых функциях АБ-эффект может как существовать, так и отсутствовать.

2. ПРОИЗВОДЯЩАЯ ФУНКЦИЯ ТОРОИДАЛЬНОГО СОЛЕНОИДА

Вне соленоида $(\rho - a)^2 + z^2 = R^2$ циркуляция векторного потенциала равна нулю, и его можно представить в виде градиента некоторой функции^{/5,8-10/}. Поскольку $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$ для замкнутого контура, проходящего через отверстие соленоида, χ -разрывная функция.

Рассмотрим сначала тонкий соленоид $(R/a \ll 1)$. Используя вектор-потенциалы работы I для компонент вектор-потенциала, получаем следующие соотношения, определяющие функцию χ :

$$\frac{1}{a} \frac{\partial \chi_0}{\partial \theta} = \frac{A_\theta}{ch_\mu - \cos \theta} = \frac{g\mu}{\sqrt{2}} \exp(-2\mu_0) \frac{P_{\frac{1}{2}}(ch_\mu) \cdot \cos \theta - P_{\frac{1}{2}}(ch_\mu)}{\sqrt{ch_\mu - \cos \theta}}, \quad (2.1)$$



$$\frac{1}{a} \frac{\partial \mathcal{X}_0}{\partial \mu} = \frac{A_{\mu}}{ch\mu - \cos\theta} = \sqrt{2} \operatorname{sgn} \exp(-2\mu_0) \frac{\sin\theta}{\sqrt{ch\mu - \cos\theta}} \cdot P_{-\frac{1}{2}}^1(ch\mu).$$

Здесь μ , θ - тороидальные координаты ($0 < \mu < \infty$, $-\pi < \theta < \pi$). Они следующим образом связаны со сферическими координатами r , θ_s :

$$ch\mu = \frac{r^2 + a^2}{2ra \sin\theta_s}, \quad ctg\theta = \frac{r^2 - a^2}{2ra \cos\theta_s}, \quad r = a \cdot \left(\frac{ch\mu + \cos\theta}{ch\mu - \cos\theta} \right)^{1/2}, \quad tg\theta_s = \frac{sh\mu}{\sin\theta}. \quad (2.2)$$

На больших расстояниях:

$$\mu \approx \frac{2a}{r} \sin\theta_s, \quad \theta \approx \frac{2a}{r} \cos\theta_s. \quad (2.3)$$

Поверхность определенного соленоида получается фиксацией μ . Пусть $\mu = \mu_0$ отвечает соленоиду. Тогда $R = a \operatorname{sh}\mu_0$, $d = a \operatorname{ctg}\mu_0$. Соотношения (2.1) справедливы только вне соленоида, где $\mu < \mu_0$. Значение $\theta = 0$ соответствует той части $z = 0$ плоскости, где $\rho > a$, тогда как значения $\theta = \pm\pi$ соответствуют точкам, для которых $\rho < a$ и $z = \pm c$ ($0 < c < a$) соответственно. A_θ и A_μ - компоненты вектор-потенциала вдоль направлений $\mu = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$. Они следующим образом выражаются через цилиндрические компоненты A_ρ , A_z , приведенные в I:

$$A_\theta = \frac{A_\rho \operatorname{sh}\mu \sin\theta + (1 - ch\mu \cos\theta) A_z}{ch\mu - \cos\theta}, \quad A_\mu = \frac{A_\rho (1 - ch\mu \cos\theta) - sh\mu \sin\theta A_z}{ch\mu - \cos\theta}.$$

Константа g выражается через полное число витков и силу тока: $g = 2n^2/c$; c - скорость света. $P_\nu^\lambda(x)$ и $Q_\nu^\lambda(x)$ - функции Лежандра I и 2 рода. В дальнейшем мы будем опускать аргумент этих функций, если он равен $ch\mu$.

Интегрируем (2.1):

$$\mathcal{X}_0(\theta, \mu) = \sqrt{2} \pi g a \cdot \exp(-2\mu_0) \left\{ \frac{ch\mu \cdot P_{-\frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{ch\mu - \cos\theta}} \cdot F(\delta, \sqrt{\frac{2}{1+ch\mu}}) - \right.$$

$$\left. - P_{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\sqrt{1+ch\mu} \cdot E(\delta, \sqrt{\frac{2}{1+ch\mu}}) - \frac{\sin\theta}{\sqrt{ch\mu - \cos\theta}} \right] \right\}.$$

Здесь $\sin\delta = \left[\frac{(1+ch\mu)(1-\cos\theta)}{2\sqrt{ch\mu - \cos\theta}} \right]^{1/2}$; $F(\varphi, k)$, $E(\varphi, k)$ - эллиптические интегралы.

Из (2.3) и (2.4) следует, что при $r \rightarrow \infty$:

$$\mathcal{X}_0 \approx -\pi g a \exp(-2\mu_0) \frac{a^3}{r^2} \cos\theta_s. \quad (2.5)$$

Итак, на больших расстояниях \mathcal{X}_0 убывает как $1/r^2$. Разлагаем правые части (2.1) в ряд по $\cos n\theta$, $\sin n\theta$ и интегрируем:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_0 &= g a \exp(-2\mu_0) \cdot \left\{ -2\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\theta}{n} \cdot \left[P_{-\frac{1}{2}}(Q_{n+\frac{1}{2}} + Q_{n-\frac{1}{2}}) - 2 P_{-\frac{1}{2}} Q_{n-\frac{1}{2}} \right] \right\} = \\ &= -2g a \exp(-2\mu_0) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sin n\theta \int_0^\mu P_{-\frac{1}{2}}(Q_{n+\frac{1}{2}} - Q_{n-\frac{1}{2}}) d\mu + \pi(1 - \cos\frac{\theta}{2}) \operatorname{sgn}\theta \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Отсюда легко получить замкнутые выражения для интегралов

$\int_{-1}^1 P_{-\frac{1}{2}}^\lambda(x) Q_{n-\frac{1}{2}}^\lambda(x) dx$ /II/. Из (2.5) следует, что интеграл $\oint A_z dl$ равен

$$a \int_{-\pi}^{\pi} A_\theta \frac{d\theta}{ch\mu - \cos\theta} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \mathcal{X}_0}{\partial \theta} d\theta = -4\pi g a \cdot \exp(-2\mu_0),$$

то есть потоку магнитного поля, если контур C проходит через отверстие соленоида, и нулю в противном случае.

Для конечного соленоида (то есть для соленоида конечной толщины R) мы приводим только окончательный результат. Детали содержатся в Приложении I. Производящая функция в этом случае имеет вид

$$\mathcal{Y} = \frac{\mathcal{X}_0(\theta, \mu)}{1 - \exp(-2\mu_0)} + \frac{2\sqrt{2} g \sqrt{ch\mu - \cos\theta}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^0(\mu_0) \cdot P_{n-\frac{1}{2}} \cdot \sin n\theta. \quad (2.7)$$

Функция $\beta_n^0(\mu_0)$ дана в Приложении I. Из этого соотношения получаем:

$$\mathcal{Y}(\theta, \mu) \underset{r \rightarrow \infty}{\approx} -\frac{\pi g}{4} \frac{ch\mu_0}{\operatorname{sh}^3 \mu_0} \frac{a^3}{r^2}. \quad (2.8)$$

Следующие свойства $\mathcal{Y}(\theta, \mu)$ понадобятся в дальнейшем. Во-первых, \mathcal{X} убывает как r^{-2} на больших расстояниях. Во-вторых, \mathcal{X} испытывает скачок, равный $-\Phi = -\frac{4\pi g a}{\exp(2\mu_0) - 1}$, при переходе через круг радиуса $d - R$, лежащий в плоскости $z = 0$. Или, другими словами: для тороидального соленоида область разрывности производящей функции \mathcal{X} заполняет экваториальный круг радиуса $d - R$.

3. АМПЛИТУДА РАССЕЙЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ТОРОИДАЛЬНОГО СОЛЕНОИДА

В этом разделе мы рассмотрим рассеяние заряженных бесспиновых частиц безвихревым вектор-потенциалом тороидального соленоида. Для предотвращения проникновения частиц в область с $H \neq 0$, эта область экранируется бесконечно отталкивательным потенциалом подходящей гео-

метрической формы. Ввиду этого волновая функция обращается в нуль на границе области бесконечного отталкивания (так же как и внутри нее).

Итак, необходимо найти решение уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial}{\partial x_k} - \frac{ie}{\hbar c} A_k \right)^2 \psi + V \psi = E \psi, \quad (3.1)$$

причем $V = \infty$, $\psi = 0$ внутри экрана и на его границе и $V = 0$ в других точках пространства.

Рассмотрим сперва случай, когда соленоид T_0 заключен в экран тороидальной формы. Пусть он совпадает с T_0 . Тогда имеем в I борновском приближении по вектор-потенциалу :

$$\psi = \psi_0 + \frac{2ie}{\hbar c} \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') A_k \frac{\partial \psi_0}{\partial x'_k} dV'. \quad (3.2)$$

Здесь ψ_0 и G_0 - волновая и гриновская функции, соответствующие рассеянию на непроницаемом торе в отсутствие магнитного поля. Очевидно, они исчезают на границе T_0 . Интегрирование в (3.2) проводится вне соленоида, где $A_k = \partial \chi / \partial x_k$. Далее, имеем тождественно:

$$A_k \frac{\partial \psi_0}{\partial x_k} = \frac{\partial \chi}{\partial x_k} \frac{\partial \psi_0}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \Delta (\chi \psi_0) - \frac{1}{2} \chi \Delta \psi_0 = \frac{1}{2} \Delta (\chi \psi_0) + \frac{1}{2} k^2 \chi \psi_0$$

(Δ и K - оператор Лапласа и волновое число соответственно). Тогда получаем:

$$\psi = \psi_0 + \frac{ie}{\hbar c} \int G_0 [\Delta (\chi \psi_0) + k^2 \chi \psi_0] dV'. \quad (3.3)$$

Интегрируем (3.3) дважды по частям, используя уравнение для G_0

$$\psi = \psi_0 + \frac{ie}{\hbar c} \chi \psi_0 + \frac{ie}{\hbar c} \int \text{div} [G_0 \cdot \text{grad} (\chi \psi_0) - \chi \psi_0 \text{grad} G_0] dV'. \quad (3.4)$$

Для вычисления амплитуды рассеяния необходимо найти предел (3.4) при $r \rightarrow \infty$. Первый член в правой части даст падающую плоскую волну и амплитуду рассеяния на непроницаемом торе в отсутствие магнитного поля. Вторым членом можно пренебречь, поскольку χ убывает как r^{-2} при $r \rightarrow \infty$. Переходим к третьему члену в (3.4). Забудем на мгновение, что векторная функция, на которую действует оператор дивергенции, разрывна (из-за χ -функции). Применяя теорему Гаусса, объемное интегрирование заменяем интегралом по поверхности, содержащей этот объем. Эта поверхность состоит из поверхности тора T_0 и поверхности сферы C_R достаточно большого радиуса R . Интеграл по поверхности тора исчезает, поскольку на ней обращаются в нуль как ψ_0 , так и G_0 . Итак, остается интеграл по C_R :

$$R^2 \int [G_0 \frac{\partial (\chi \psi_0)}{\partial R} - \chi \psi_0 \frac{\partial G_0}{\partial R}] d\Omega' \quad (d\Omega' = \sin \theta' d\theta' d\varphi')$$

Поскольку на больших расстояниях:

$$\psi_0 \approx \exp(ikz), \quad \chi \approx -\frac{ig}{4} \frac{ch \mu_0}{sh^2 \mu_0} r^{-2}, \quad G_0 \approx -\frac{1}{4\pi r} \exp[ik(r - \pi \pi')],$$

то интеграл по C_R сводится к

$$-\frac{g}{16} \frac{ke a^3}{\hbar c} \frac{ch \mu_0}{sh^2 \mu_0} \frac{\exp(ikR)}{R} \int \cos \theta'_s (1 + \cos \theta'_s) \exp[ik(R \cos \theta'_s - \pi \pi')] d\Omega'.$$

Он обращается в нуль при $R \rightarrow \infty$. Учтем теперь, что под знаком оператора div в (3.4) стоит разрывная функция. Детальное рассмотрение (см. Приложение II) показывает, что теорема Гаусса должна быть модифицирована. Именно, поверхностный интеграл следует дополнить интегралом по области разрыва χ функции:

$$-\frac{ie\Phi}{\hbar c} \int (G_0 \frac{\partial \psi_0}{\partial z'} - \psi_0 \frac{\partial G_0}{\partial z'}) \rho' d\rho' d\varphi'. \quad (3.5)$$

$(\rho' \leq d-R, z'=0)$

Вычислим теперь амплитуду рассеяния. Для этого переходим в (3.5) к пределу $r \rightarrow \infty$, подставляя вместо G_0 ее асимптотику:

$$f = -\frac{e\Phi}{4\pi \hbar c} \int_{\rho' \leq d-R, z'=0} [\exp(-ik\vec{n} \cdot \vec{\rho}') \frac{\partial \psi_0}{\partial z'} - \psi_0 \frac{\partial}{\partial z'} \exp(-ik\vec{n} \cdot \vec{\rho}')] \rho' d\rho' d\varphi'. \quad (3.6)$$

Мы видим, что амплитуда рассеяния зависит от поведения волновой функции вблизи соленоида. Последняя не известна в явном виде, поскольку волновое уравнение не разделяется в тороидальных координатах. Подставим вместо ψ_0 плоскую волну $\exp(ikz)$. Тогда:

$$f = -\frac{ie\Phi}{4\pi \hbar c} ik(1 + \cos \theta_s) \int \exp(-ik\rho' \cos \vartheta \sin \theta_s) \rho' d\rho' d\vartheta =$$

$$= \frac{e\Phi}{2\hbar c} (1 + \cos \theta_s) \cdot (d-R) \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} [k(d-R) \sin \theta_s]}{\sin \theta_s} \sin \theta_s d\theta_s d\vartheta.$$

(3.7)

Для тонкого соленоида это выражение сводится к:

$$\frac{e\Phi}{2\hbar c} (1 + \cos \theta_s) \cdot d \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} [k(d) \sin \theta_s]}{\sin \theta_s} \sin \theta_s d\theta_s d\vartheta. \quad (3.8)$$

Это выражение было получено ранее в интересной во многих отношениях работе /12/. Однако процедура получения (3.8) вызывала сомнения. Дело в том, что вектор-потенциалы, использованные в этой работе, имели δ -образные сингулярности в плоскости $z = 0$.

В результате отбрасываемый член $-\frac{e^2}{\hbar^2 c^2} \vec{A}^2$ оказывается более сингулярным, чем принятый в расчет $-\frac{ie}{\hbar c} (2\vec{A} \cdot \text{grad} \psi_0 + \psi_0 \text{div} \vec{A})$ +

+ $\text{div} \vec{A} \neq 0$ для потенциалов работы /12/.

Интеграл от него $\iint \exp(-i\mathbf{n}\vec{r}') \vec{A}^2 \psi_0 dV'$ расходится, и это приводит к бесконечной амплитуде рассеяния в I Борновском приближении. Напротив, потенциалы, используемые в данной работе, являются непрерывными, конечными и однозначными функциями координат, так что квадратичные по вектор-потенциалу члены могут быть отброшены для малых значений $\frac{e\Phi}{\hbar c}$.

Еще одна трудность при работе с сингулярными вектор-потенциалами связана со специфическими граничными условиями, которым должна удовлетворять волновая функция. В самом деле, калибровочное преобразование (см. I), приводящее к вектор-потенциалам, использованным в /12/, предполагает следующее преобразование волновых функций:

$$\psi' = \psi \exp\left(-\frac{ie}{\hbar c} \frac{\partial d}{\partial t}\right). \quad (3.9)$$

Здесь ψ и ψ' — решения уравнения Шредингера с вектор-потенциалом до и после сингулярного калибровочного преобразования соответственно. В первом случае все члены в уравнении Шредингера непрерывны, конечны и однозначны. Это же относится к его решению ψ . Из (3.9) и из свойств функции d , полученных в I, следует, что ψ' разрывна при $z=0$, $0 < d < R$, а ее производные по z содержат δ -образные сингулярности. Поэтому будет неправильно подставлять в выражение (см. (3.2))

$$-\frac{2ie}{\hbar c} A_z \frac{\partial \psi'}{\partial z} \quad (3.10)$$

вместо ψ' плоскую волну и рассматривать это как возмущение (это было сделано в /12/). В качестве ψ' в (3.10) следует использовать выражение (3.9), в котором ψ можно аппроксимировать плоской волной. После дифференцирования по z в (3.10) возникает произведение двух δ -функций I + менее сингулярные члены).

Вычислим теперь амплитуду рассеяния на тороидальном соленоиде в высокоэнергетическом приближении. С этой целью мы делаем в уравнении Дипмана-Швингера

$$\psi = \psi_0 + \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') V_1 \psi(\vec{r}') dV' \quad \left(V_1 = \frac{2ie}{\hbar c} A_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) \quad (3.11)$$

следующие, типичные для этого метода упрощения /13/: заменяем функцию Грина G_0 плосковолновой функцией $-\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(i\mathbf{k}(\vec{r}-\vec{r}'))}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$; под знаком интеграла вместо ψ используем ее высокоэнергетическое приближение:

$$\exp\left(i\mathbf{k}\vec{r} + \frac{ie}{\hbar c} \int_{-\infty}^z A_z dz\right).$$

Это выражение правильно, если выполняется соотношение

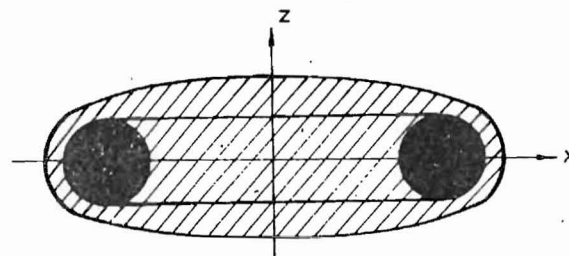
$$|\vec{A}^2 \frac{e}{\hbar c k}| \ll |A_z|.$$

В противном случае квадратичные по потенциалам члены должны быть добавлены в подинтегральное выражение. Для вектор-потенциалов, использованных в работе /12/, это приводит к бесконечной амплитуде рассеяния, как и в I Борновском приближении. С другой стороны, потенциалы, использованные в данной работе, являются везде непрерывными и конечными функциями координат. Поэтому вышеприведенное условие выполнено при достаточно больших энергиях. Для амплитуды рассеяния получаем:

$$f(\vec{n}) = \frac{e\mathbf{k}}{2\pi\hbar c} \int \exp(i\vec{q}\vec{r}') \cdot A_z \cdot \exp\left(\frac{ie}{\hbar c} \int_{-\infty}^z A_z dz\right) dV'. \quad (3.12)$$

Здесь $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$ — переданный импульс; $\vec{k}' = \vec{n} \cdot \mathbf{k}$, $\vec{k} = \vec{n}_z \cdot \mathbf{k}$. Поскольку при высоких энергиях доминирует рассеяние на малые углы, вектор \vec{q} можно считать перпендикулярным начальному вектору \vec{k} ; следовательно, \vec{q} лежит в плоскости $z = 0$. Тогда:

$$\begin{aligned} f(\vec{n}) &= \frac{e\mathbf{k}}{2\pi\hbar c} \int d^2\vec{\rho} \cdot \exp(i\vec{q}\vec{\rho}) \int_{-\infty}^{\infty} dz A_z \exp\left(\frac{ie}{\hbar c} \int_{-\infty}^z A_z dz\right) = \\ &= -\frac{i\mathbf{k}}{2\pi} \int d^2\vec{\rho} \exp(i\vec{q}\vec{\rho}) \cdot \left[\exp\left(\frac{ie}{\hbar c} \int_{-\infty}^{\infty} A_z dz\right) - 1 \right] = \\ &= -i\mathbf{k} \left[\exp\left(\frac{ie\Phi}{\hbar c}\right) - 1 \right] \int_0^{d-R} d_0(q\rho) \rho d\rho = -i\mathbf{k} (d-R) \cdot \left[\exp\left(\frac{ie\Phi}{\hbar c}\right) - 1 \right] \frac{d_0(q(d-R))}{q}. \end{aligned} \quad (3.13)$$



Р и с. I. Тонкий тороидальный соленоид помещен в сплюснутый эллипсоид с большим отношением полуосей. Пространство, доступное для падающих частиц, односвязно, поэтому АБ-эффект отсутствует. Тем не менее, наивное применение высокоэнергетического приближения приводит к неправильному результату.

Рассмотрим теперь тонкий тороидальный соленоид, окруженный тонким непроницаемым экраном. Его можно выбрать в виде сплюснутого эллипсоида с большим отношением полуосей (рис.1). Это удобно, поскольку волновое уравнение разделяется в сфероидальных координатах. Поскольку доступное для частиц пространство односвязно, магнитное поле не дает вклада в рассеяние. Вычислим теперь амплитуду рассеяния в высокоэнергетическом приближении. Те же соотношения справедливы и в рассматриваемом случае с тем исключением, что интегрирование по z производится только вне непроницаемого экрана. Но в интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} A_z dz$ основной вклад вносит как раз часть контура, лежащая вне экрана. В самом деле, оценим, например, $\int_{-R}^R A_z(\rho, z) dz$ для $\rho = 0$. Для тонкого соленоида

$$A_z(\rho=0, z) = \frac{R^2 g}{2} \frac{R^2 d}{(d^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{см. I})$$

Тогда отношение

$$\int_{-R}^R A_z dz / \int_{-\infty}^{\infty} A_z dz$$

равно $R/\sqrt{R^2+d^2}$, что пренебрежимо для тонкого ($R/d \ll 1$) соленоида. Итак, слепое применение высокоэнергетического приближения приводит к неправильному результату. Это связано как с неприменимостью этого приближения в данном случае (имеются области пространства с бесконечным значением потенциала), так и с использованием упрощенных волновых гриновских функций, не удовлетворяющих (на поверхности экрана) граничным условиям.

Можно привести два довода в пользу (3.13). Во-первых, для малых углов Борновская амплитуда (3.7) совпадает (как и должно быть) с высокоэнергетической (3.13). Во-вторых, в (3.11) можно использовать вектор-потенциал, определяемый следующим образом:

$$\begin{aligned} A'_\rho &= A'_\varphi = 0 \\ A'_z &= g \cdot \ln \frac{d + \sqrt{R^2 - z^2}}{\rho} && \text{внутри соленоида;} \\ A'_z &= g \ln \frac{d + \sqrt{R^2 - z^2}}{d - \sqrt{R^2 - z^2}} && \text{при } 0 \leq \rho \leq d - \sqrt{R^2 - z^2}, |z| \leq R \\ A'_z &= 0 && \text{в других областях пространства.} \end{aligned}$$

Он связан с вектор-потенциалом, использованным ранее несингулярным калибровочным преобразованием (см. I).

Подставляя A'_z в (3.12), получаем (3.13) для экрана тороидальной формы и нулевой результат для эллипсоидального экрана (как это и должно быть).

Теперь мы построим конкретные примеры, для которых в одном и том же многосвязном пространстве, при нетривиальных вектор-потенциалах и однозначной волновой функции, АБ может существовать, но может и отсутствовать. Сначала мы заметим, что вне соленоида уравнение Шредингера (3.1) формально удовлетворяется следующим выражением:

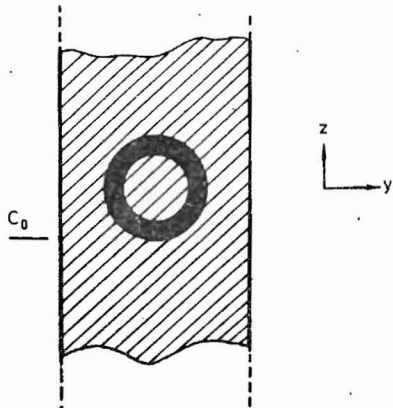
$$\psi = \psi_0 \cdot \exp\left(\frac{ie\chi}{\hbar c}\right) \quad (3.14)$$

Здесь χ -производящая функция соленоида, ψ_0 -волновая функция в отсутствие магнитного поля. Если ψ_0 в (3.14) непрерывна, то унитарность преобразования в (3.14) обеспечивает сохранение плотности вероятности тока. Поэтому магнитное поле не дает вклада в амплитуды рассеяния и АБ-эффект отсутствует. Пусть теперь ψ в (3.14) непрерывна. Тогда ψ_0 удовлетворяет следующему граничному условию:

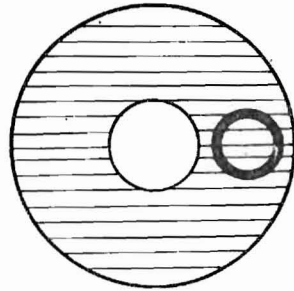
$$\psi_0(\theta = -\pi) = \psi_0(\theta = \pi) \cdot \exp\left(-\frac{ie\Phi}{\hbar c}\right) \quad (3.15)$$

Известно/14/, что адекватное описание АБ-эффекта получается при однозначной волновой функции ψ . Правильность (3.14) (в котором ψ_0 удовлетворяет (3.15)) можно подтвердить прямым вычислением/10/. Отсутствие унитарной эквивалентности между непрерывными ψ и ψ_0 функциями и является причиной возникновения АБ-эффекта.

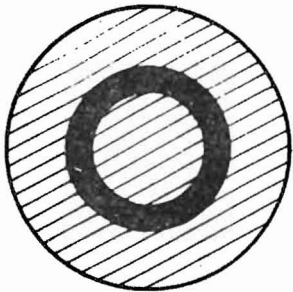
Таким образом, в соотношении (3.14) одна из функций (ψ или ψ_0) непрерывна, тогда как вторая (ψ_0 или ψ) -разрывна. Существует, однако, важное исключение, когда в (3.14) как ψ , так и ψ_0 непрерывны. Это имеет место тогда, когда область разрывности функции χ недоступна для падающих частиц. Тогда $\psi = \psi_0 = 0$ в области разрывности, и условие (3.15) для функции ψ_0 выполняется тривиально; $0 = 0$. Соотношения (3.14) является в этом случае унитарным преобразованием между непрерывными волновыми функциями при наличии и отсутствии магнитного поля. Эффект АБ в такой ситуации отсутствует. Типичный пример изображен на рис. 2, где тороидальный соленоид помещен внутрь непроницаемого бесконечного цилиндра C_0 . Сингулярности тороидальной производящей функции находятся внутри цилиндра, АБ-эффект отсутствует. Этот эффект появился бы, если бы вместо тороидального соленоида поместить внутрь цилиндра C_0 соосный с ним бесконечный цилиндрический соленоид. Таким образом, в одном и том же многосвязном пространстве, при нетривиальных вектор-потенциалах и однозначных волновых функциях эффект АБ может иметь место, но может и отсутствовать.



Р и с. 2. Иллюстрация отсутствия АБ-эффекта в многосвязном пространстве с нетривиальным вектор-потенциалом. Торoidalный соленоид помещен внутри бесконечного непроницаемого цилиндра.



Р и с. 3. Отсутствие АБ-эффекта для торoidalного соленоида, помещенного в одно из "плеч" непроницаемого тора.



Р и с. 4. Торoidalный соленоид окружен непроницаемой сферой. Отсутствие АБ-эффекта связано с односвязностью пространства.

Еще один пример многосвязного топологического пространства с нетривиальным вектор-потенциалом в нем показан на рис. 3, где торoidalный соленоид помещен в одно из "плеч" непроницаемого тора. Как и в предыдущем случае, АБ-эффект отсутствует.

На рис. 4 торoidalный соленоид окружен непроницаемой сферой. Отсутствие АБ-эффекта связано с односвязностью пространства.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы вычислили амплитуду рассеяния ^и магнитным полем торoidalного соленоида в I борновском и высокоэнергетическом приближениях. Данные конкретные примеры, показывающие, что в одном и том же многосвязном пространстве при нетривиальных вектор-потенциалах АБ-эффект может существовать, но может и отсутствовать.

Я благодарен профессору Я.А. Смородинскому за ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ I.

Для соленоида конечной толщины непосредственное интегрирование компонент вектор-потенциала весьма трудоемко. Задача упрощается, если предварительно извлечь из χ линейную зависимость по θ :

$$\chi = \alpha \delta \theta + \alpha \sqrt{ch\mu - \cos \theta} \tilde{\chi}. \quad (AI.1)$$

Здесь $\tilde{\chi}$ - функция, которую еще предстоит найти. Константа γ определяется потоком магнитного поля: $\gamma = g \cdot (1 - ch\mu_0)$. Вне соленоида ($\mu < \mu_0$) χ удовлетворяет уравнению

$$\Delta \chi = 0, \quad (AI.2)$$

совпадающему с $\text{div} \vec{A} = 0$. Подставляя сюда (AI.1), получаем следующее уравнение для $\tilde{\chi}$:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\chi}}{\partial \mu^2} + ch\mu \frac{\partial \tilde{\chi}}{\partial \mu} + \frac{\partial^2 \tilde{\chi}}{\partial \theta^2} = \frac{\gamma \sin \theta}{(ch\mu - \cos \theta)^{3/2}}. \quad (AI.3)$$

Разлагаем $\tilde{\chi}$ в ряд:

$$\tilde{\chi} = \sum f_n(\mu) \cdot \sin \theta. \quad (AI.4)$$

Коэффициенты разложения f_n имеют вид:

$$f_n(\mu) = \lambda_n \cdot P_{n-\frac{1}{2}} - 2\tilde{\gamma} \cdot n (Q_{n-\frac{1}{2}} \cdot C_n + P_{n-\frac{1}{2}} \cdot D_n), \quad (AI.5)$$

где мы положили:

$$\tilde{\gamma} = \frac{2\sqrt{2}\gamma}{g}, \quad C_n = \int_0^{\mu} P_{n-\frac{1}{2}} Q_{n-\frac{1}{2}} sh\mu d\mu, \quad D_n = \int_{\mu}^{\mu_0} (Q_{n-\frac{1}{2}})^2 sh\mu d\mu.$$

Произвольные константы λ_n фиксируются уравнением $\vec{A} = \text{grad} \chi$, справедливым вне соленоида. В результате получаем два уравнения на $\tilde{\chi}$:

$$[(1 - ch\mu \cos \theta) \partial_\mu - \sin \theta sh\mu \partial_\theta - \frac{1}{2} sh\mu \cos \theta] \tilde{\chi} = \frac{A_\theta + \gamma \sin \theta sh\mu}{\sqrt{ch\mu - \cos \theta}}, \quad (AI.6)$$

$$[(1 - ch\mu \cos \theta) \partial_\theta + \sin \theta sh\mu \partial_\mu + \frac{1}{2} \sin \theta ch\mu] \tilde{\chi} = \frac{A_z - \gamma (1 - ch\mu \cos \theta)}{\sqrt{ch\mu - \cos \theta}},$$

A_θ и A_z - цилиндрические компоненты \vec{A} - в явном виде даны в I. Подставляя их в (AI.6), находим следующую систему конечно-разностных уравнений для λ_n :

$$(\lambda_{n-\frac{1}{2}} \lambda_{n-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \lambda_{n+1}) P_{n-\frac{1}{2}}^2 - 2\tilde{\gamma} \cdot \{ Q_{n-\frac{1}{2}}^2 [n C_n - \frac{1}{2} (n-1) C_{n-1} - \frac{1}{2} (n+1) C_{n+1}] +$$

$$+ P_{n-\frac{1}{2}}^1 \cdot [n D_n - \frac{1}{2}(n-1) D_{n-1} - \frac{1}{2}(n+1) D_{n+1}]^2 = \frac{\tilde{\gamma}}{2} \operatorname{sh} \mu (Q_{n-\frac{3}{2}} - Q_{n+\frac{1}{2}}) + R_n^1(\mu);$$

$$[n \lambda_n - \frac{1}{2}(n-1) \lambda_{n-1} - \frac{1}{2}(n+1) \lambda_{n+1}] P_{n-\frac{1}{2}} -$$

$$- 2 \tilde{\gamma} \cdot \left\{ Q_{n-\frac{1}{2}} [n^2 C_n - \frac{1}{2}(n+1)(n+\frac{1}{2}) C_{n+1} - \frac{1}{2}(n-1)(n-\frac{1}{2}) C_{n-1}] \right\} + \quad (\text{AI.7})$$

$$+ P_{n-\frac{1}{2}} \cdot [n^2 D_n - \frac{1}{2}(n+1)(n+\frac{1}{2}) D_{n+1} - \frac{1}{2}(n-1)(n-\frac{1}{2}) D_{n-1}] \left\{ = -\frac{\tilde{\gamma}}{2} A_n - R_n^0(\mu) \right\}.$$

Здесь $A_n = [2 Q_{n-\frac{1}{2}} - \operatorname{ch} \mu \cdot (Q_{n+\frac{1}{2}} + Q_{n-\frac{3}{2}})] \cdot (1 + S_n)^{-1}$; $R_n^0(\mu), R_n^1(\mu)$

определены в I.

Поскольку λ_n не зависят от μ , их можно вычислить, зафиксировав μ в (AI.7). Проще всего рассмотреть случай малых μ . Собирая коэффициенты при первой исчезающей степени μ , приходим к следующей системе уравнений:

$$\beta_{n+1} + \beta_{n-1} - 2\beta_n = -\frac{2n\tilde{\gamma}}{(n^2-\frac{1}{4})^2} + 2\tilde{g} \cdot [Q_{n+\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) - Q_{n-\frac{3}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0)] Q_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0);$$

$$(n+\frac{1}{2})\beta_{n+1} + (n-\frac{1}{2})\beta_{n-1} - 2n\beta_n = -\frac{\tilde{\gamma}}{n^2-\frac{1}{4}} + 2\tilde{g} \cdot Q_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) \cdot$$

$$\cdot [(n+\frac{1}{2})Q_{n+\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) - (n-\frac{1}{2})Q_{n-\frac{3}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0)], \beta_n = \lambda_n - 2n\tilde{\gamma} D_n^0, D_n^0 = \int_0^{\mu_0} (Q_{n-\frac{1}{2}})^2 \operatorname{sh} \mu d\mu.$$

Эти рекуррентные соотношения справедливы для $n \geq 1$. При $n = 0$ имеем только одно выражение:

$$\beta_1 = 4\tilde{\gamma} + 2\tilde{g} Q_{\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) Q_{-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0), \quad \tilde{g} = \frac{2\sqrt{2}g}{\pi}.$$

Эти уравнения выполняются, если

$$\beta_{n+1} - \beta_n = \frac{\tilde{\gamma}}{(n+\frac{1}{2})^2} + 2\tilde{g} Q_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) \cdot Q_{n+\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0).$$

Отсюда находим λ_n :

$$\lambda_n = 2\tilde{\gamma} n \cdot D_n^0 + \tilde{\gamma} \sum_{k=0}^{n-1} (k+\frac{1}{2})^{-2} + 2\tilde{g} \sum_{k=0}^{n-1} Q_{k-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) \cdot Q_{k+\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0). \quad (\text{AI.8})$$

Выше мы использовали факт независимости λ_n от μ и получили их из (AI.7) в пределе малых μ . Но эти уравнения должны выполняться при произвольных μ . Поэтому их можно рассматривать как рекуррентные соотношения для C_n и D_n . В самом деле, подставляя только что найденные λ_n в (AI.7), находим следующую систему уравнений для интегралов $C_n = \int_0^\mu P_{n-\frac{1}{2}} \cdot Q_{n-\frac{1}{2}} \operatorname{sh} \mu d\mu$, $F_n = \int_0^\mu (Q_{n-\frac{1}{2}})^2 \operatorname{sh} \mu d\mu$

$$[n \cdot F_n - \frac{1}{2}(n-1) \cdot F_{n-1} - \frac{1}{2}(n+1) \cdot F_{n+1}] \cdot P_{n-\frac{1}{2}}^1 - [n C_n - \frac{1}{2}(n-1) C_{n-1} - \frac{1}{2}(n+1) C_{n+1}] Q_{n-\frac{1}{2}}^1 +$$

$$+ \frac{n}{2(n^2-\frac{1}{4})^2} \cdot P_{n-\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \mu \cdot (Q_{n-\frac{3}{2}} - Q_{n+\frac{1}{2}});$$

$$[n^2 F_n - \frac{1}{2}(n-1)(n-\frac{1}{2}) F_{n-1} - \frac{1}{2}(n+1)(n+\frac{1}{2}) F_{n+1}] \cdot P_{n-\frac{1}{2}}^1 -$$

$$- [n^2 C_n - \frac{1}{2}(n-1)(n-\frac{1}{2}) C_{n-1} - \frac{1}{2}(n+1)(n+\frac{1}{2}) C_{n+1}] Q_{n-\frac{1}{2}}^1 +$$

$$+ \frac{1}{4n^2-1} P_{n-\frac{1}{2}}^1 + \frac{1}{4} [\operatorname{ch} \mu \cdot (Q_{n+\frac{1}{2}}^1 + Q_{n-\frac{3}{2}}^1) - 2 Q_{n-\frac{1}{2}}^1] = 0$$

$$(n \neq 0).$$

Еще одно соотношение получается при $n = 0$:

$$(F_1 + 2) \cdot P_{\frac{1}{2}} - C_1 \cdot Q_{-\frac{1}{2}} = Q_{-\frac{1}{2}} - \operatorname{ch} \mu \cdot Q_{\frac{1}{2}}.$$

Эти уравнения можно решить:

$$n F_n = \operatorname{sh} \mu \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2k+1} (Q_{k+\frac{1}{2}} \cdot Q_{k+\frac{1}{2}} - Q_{k-\frac{1}{2}} \cdot Q_{k-\frac{1}{2}}) - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} (k+\frac{1}{2})^{-2},$$

$$n C_n = \operatorname{sh} \mu \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2k+1} (Q_{k+\frac{1}{2}} \cdot P_{k+\frac{1}{2}}^1 - Q_{k-\frac{1}{2}} \cdot P_{k-\frac{1}{2}}^1).$$

Подставляем λ_n из (AI.8) в (AI.5):

$$X_n(\mu) = 2\tilde{\gamma} n (P_{n-\frac{1}{2}} \cdot F_n - Q_{n-\frac{1}{2}} \cdot C_n) +$$

$$+ P_{n-\frac{1}{2}} \left[\tilde{\gamma} \sum_{k=0}^{n-1} (k+\frac{1}{2})^{-2} + 2\tilde{g} \sum_{k=0}^{n-1} Q_{k-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) \cdot Q_{k+\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \mu_0) \right]. \quad (\text{AI.9})$$

Используем теперь то обстоятельство, что функция X известна для тонкого соленоида (см. (2.4)). Коэффициенты X_n^0 находятся из аналога (AI.1) для тонкого соленоида

$$\tilde{X}_0 = \sum X_n^0 \cdot \sin \theta = \frac{g \exp(-2\mu_0)}{\sqrt{\operatorname{ch} \mu - \cos \theta}} \sum \frac{\sin n \theta}{n} \cdot [P_{-\frac{1}{2}}(Q_{n+\frac{1}{2}} + Q_{n-\frac{3}{2}}) - 2 P_{\frac{1}{2}} \cdot Q_{n-\frac{1}{2}}].$$

Отсюда получаем X_n^0 :

$$X_n^0 = -\frac{1}{4} \tilde{\gamma}_0 S_n, \quad \tilde{\gamma}_0 = -2\tilde{g} \exp(-2\mu_0),$$

$$S_n = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} [(Q_{m+\frac{1}{2}} + Q_{m-\frac{3}{2}}) P_{-\frac{1}{2}} - 2 Q_{m-\frac{1}{2}} P_{\frac{1}{2}}] (Q_{m-n-\frac{1}{2}} - Q_{m+n-\frac{1}{2}}). \quad (\text{AI.10})$$

Очевидно, $\mathcal{I}_n(\mu)$ должны переходить в $\mathcal{I}_n^0(\mu)$ при $\mu_0 \rightarrow \infty$ (т.е. в пределе тонкого соленоида). Это дает:

$$2n \cdot (P_{n-\frac{1}{2}} F_n - Q_{n-\frac{1}{2}} C_n) + \left[\sum_{k=0}^{n-1} (k+\frac{1}{2})^{-2} - \frac{n^2}{2} \right] \cdot P_{n-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4} S_n. \quad \text{AI.II)}$$

Комбинируя (AI.9)-(AI.II), получаем:

$$\mathcal{I}_n(\mu) = \frac{\mathcal{I}_n^0(\mu)}{1 - \exp(-2\mu_0)} + 2\tilde{g} \beta_n^0(\mu_0) \cdot P_{n-\frac{1}{2}},$$

где

$$\beta_n^0 = \sum_{k=0}^{n-1} Q_{k-\frac{1}{2}}(ch\mu_0) \cdot Q_{k+\frac{1}{2}}(ch\mu_0) - \frac{n^2}{4} (ch\mu_0 - 1) = -\sum_{k=n}^{\infty} Q_{k-\frac{1}{2}}(ch\mu_0) Q_{k+\frac{1}{2}}.$$

В результате удается избежать сложной процедуры интегрирования и выразить производящую функцию для соленоида конечной толщины через ее аналог для бесконечно-тонкого соленоида:

$$\mathcal{I}(\mu, \theta) = \frac{\mathcal{I}_0(\mu, \theta)}{1 - \exp(-2\mu_0)} + 2\tilde{g} \sqrt{ch\mu - \cos\theta} \sum \beta_n^0 \cdot P_{n-\frac{1}{2}} \cdot \sin n\theta.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ II.

Рассмотрим интеграл, встречающийся в (3.4):

$$\int \text{div} [G_0 \text{grad}(\chi\psi_0) - \chi\psi_0 \text{grad} G_0] dV. \quad \text{(A2.I)}$$

Функция χ разрывна при $z = 0$, $\rho < d-R$

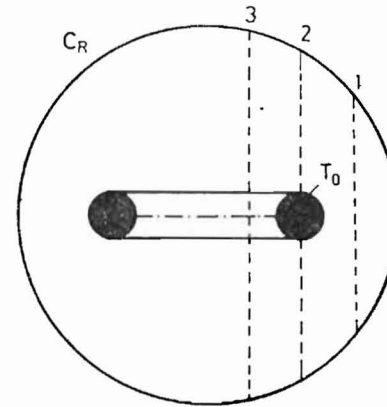
$$\chi(z=\epsilon) - \chi(z=-\epsilon) = -\varphi \quad (0 < \epsilon \ll 1).$$

Очевидно, все неприятности в (A2.I) возникают за счет частной производной по z :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial z} [G_0 \frac{\partial}{\partial z} (\chi\psi_0) - \chi\psi_0 \frac{\partial G_0}{\partial z}] dV. \quad \text{(A2.2)}$$

Поверхность, содержащая объем интегрирования в (A2.2), состоит из сфер S_R достаточно большого радиуса R и поверхности соленоида T_0 . Интегрирование вдоль путей, аналогичных I (см. рис.5), сводится к интегралам по поверхности S_R , которые обращаются в нуль при $R \rightarrow \infty$ (см. раздел 3). Интеграл вдоль пути типа 2 состоит из интеграла по поверхности S_R и интеграла по поверхности соленоида T_0 . Этот интеграл равен нулю, т.к. как ψ_0 , так и G_0 обращаются на ней в нуль. Остается рассмотреть путь типа 3. Он сводится к интегралу по по-

верхности S_R и интегралу по области разрыва. Последний с точностью до множителя совпадает с (3.5).



Р и с. 5. Показаны три типичных пути интегрирования (1,2,3), которые должны быть рассмотрены при применении теоремы Гаусса к разрывным функциям. Именно, наличие путей типа 3 приводит к модификации теоремы Гаусса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lipkin H.J., Peshkin M. Phys.Lett., 1982, B118, 385.
Liang J.Q. Phys.Rev., 1985, D32, 1014.
2. Roy S.M. Phys.Rev.Lett., 1980, 44, 11.
3. Home D., Sengupta S. Amer.J.Phys., 1983, 51, 942.
4. Babiker M., Loudon R. J.Phys., 1984, A17, 1973.
5. Rothe H.J. Nuovo Cim., 1981, A62, 54.
6. Casati G., Guarneri I. Phys.Rev.Lett., 1979, 42, 1579.
7. Афанасьев Г.Н. ОИЯИ, P4-87-106, Дубна, 1987.
8. Ruijsenaars S.N.M. Ann.Phys., 1983, (N.Y.), 146, 1.
9. Philippidis C., Bohm D., Kaye R.D. Nuovo Cim., 1982, B71, 75.
10. Afanasiev G.N. JINR Rapid Commun., 1985, No.6, 17.
11. Афанасьев Г.Н. ОИЯИ, P5-85-118, Дубна, 1985;
Афанасьев G.N. J.Comp.Phys., 1987, 69.
12. Любошиц В.Л., Смородинский Я.А. ОИЯИ, P2-11189, Дубна, 1978;
Любошиц В.Л., Смородинский Я.А. ЖЭТФ, 1978, 75, 40.
13. Glauber R. In Lectures in Theoretical Physics, 1959, Vol.1, 315, (New York Interscience Publishers).
14. Yang C.N. In Proc.Int.Symp.Foundations of Quantum Mechanics, (ed. Kamefuchi S.), 1984, p.5-9, (Tokyo, Jap.Phys.Soc.);
Aharonov Y. ibid., p.10-19.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 февраля 1987 года.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Афанасьев Г.Н.
Рассеяние заряженных частиц магнитным полем тороидального соленоида

P4-87-107

Амплитуда рассеяния заряженных частиц на тороидальном соленоиде вычислена в первом борновском и высокоэнергетическом приближениях. Даны конкретные примеры, показывающие, что в одном и том же многосвязном пространстве при нетривиальных вектор-потенциалах и однозначных волновых функциях эффект Ааронова – Бома может существовать, но может и отсутствовать.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Г.Г.Сандуковской

Afanasiev G.N.
The Scattering of Charged Particles on the Toroidal Solenoid

P4-87-107

The scattering amplitude of the charged particles on the toroidal solenoid is obtained in the 1-st Born and high-energy approximations. The concrete examples are presented showing that in the same multiconnected space with a nontrivial vector-potential in it the Aharonov - Bohm effect may or may not exist.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987