ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 8687

В.К.Игнатович

ВЛИЯНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ВРЕМЯ УДЕРЖАНИЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В ЛОВУШКЕ. СВЯЗЬ С НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ АНОМАЛИЕЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

1975

P4 - 8687

В.К.Игнатович

ВЛИЯНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ВРЕМЯ УДЕРЖАНИЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В ЛОВУШКЕ. СВЯЗЬ С НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ АНОМАЛИЕЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Направлено в physica status solidi

SUMMARY

The influence of low-frequency part of solid body spectrum on heating of ultracold neutrons (UCN) at a single collision with the wall has been considered. It is shown that in the presence of clusters (vibrating with a frequency of 10^{10}Hz) in a solid body near the surface the anomalously small life-time in traps can be explained by the ultracold neutron heating. Comparison with the results of experiments on measurement of a specific heat of disordered solid bodies at low temperature leads to the conclusion that the cluster dimensions must be near 70-60 Å. The influence of other possible low-frequency vibrations inside solid body on the ultracold neutron heating has been considered.

В работе/1/ было высказано утверждение, что малое время жизни ультрахолодных нейтронов /УХН/ в ловушках в принципе можно было бы объяснить, если предположить наличие аномалий в области низких частот у спектров твердых тел. Однако низкочастотные аномалии должны приводить к неправильному ($C \neq T^3$) поведению теплоемкостей при низких температурах. Такое неправильное поведение действительно наблюдается в экспериментах/2-3/. В связи с этим представляет интерес сопоставить темлоемкостные аномалии с данными по времени удержания УХН. Именно этому и посвящена настоящая работа.

В первом разделе строится математический аппарат теории возмущений для описания взаимодействия УХН с отражающей стенкой. Во втором рассматриваются возмущения, приводящие к нагреванию УХН. Далее анализируется вклад различных процессов в коэффициент "поглощения" УХН, который фактически характеризует вероятность нагревания их при однократном соударении со стенкой. Показано, что колебания кластеров размерами 70-60 Å могут объяснить аномальное "поглощение" УХН.

1. Математический аппарат теории возмущений для УХН

Разделим уравнение Шредингера, описывающее взаимодействие УХН со стенкой ($z>0$), на величину $\hbar^2/2m$, где m - масса нейтрона, тогда придем к уравнению вида:

$$[i\frac{\partial}{\partial t} + \Delta - u_0 \cdot \theta(z) - \delta v(\vec{r},t)]\,\psi(\vec{r},t) = 0\,, \qquad /1/$$

где $u_0 = 4\pi N_0 b_c$, N_0 - число ядер в единице объема, b_c - когерентная длина рассеяния, $\theta(z)$ - ступенчатая функция, равная единице при $z>0$ и нулю при $z<0$, $\delta v(\vec r, t)$ - потенциал возмущения, обусловленный колебаниями внутри среды, время t имеет размерность $см^2$ и выражается через $[t]$ с обычной размерностью /в дальнейшем для предотвращения путаницы величины с обычной временной размерностью будут выделяться скобочками/ следующим образом:

$$t = \frac{\hbar}{2m}[t], \qquad /2/$$

$\psi(\vec r, t)$ - волновая функция нейтрона.

Уравнение /1/ описывает отражение УХН от среды, занимающей полупространство $z>0$ с потенциалом u_0.

Решение уравнения /1/ в первом порядке по теории возмущений имеет вид:

$$\psi(\vec r, t) = \psi_0(\vec r, t) + \int G(\vec r, t; \vec r\,', t')\,\delta v(\vec r\,', t')\,\psi_0(\vec r\,' t')\,d^3 r' dt' = \qquad /3/$$

$$= \psi_0(\vec r, t) + \delta\psi(\vec r, t),$$

где

$$\psi_0(\vec r, t) = \exp(i\vec k_{0||}\vec r_{||} - i\omega_0 t)\,Y_{k_{0\perp}}(z), \qquad /4/$$

$$Y_{k_\perp}^{(z)} = \theta(-z)(e^{ik_\perp z} + R(k_\perp)\,e^{-ik_\perp z}) + \theta(z)\,T(k_\perp)\,e^{ik'_\perp z},$$

$$\vec k_{||} = (k_x, k_y), \quad \vec r_{||} = (x, y), \quad k_\perp = \sqrt{\omega - k^2_{||}}, \qquad /5/$$

$$k'_\perp = \sqrt{k_\perp^2 - u_0}, \quad R(k_\perp) = \frac{k_\perp - k'_\perp}{k_\perp + k'_\perp}, \quad T(k_\perp) = \frac{2k_\perp}{k_\perp + k'_\perp}. \qquad /6/$$

В случае, когда $k_\perp^2 < u_0$, имеем $k'_\perp = ik''$, $k''_\perp = \sqrt{u_0 - k_\perp^2}$ и

$$R(k_\perp) = \frac{k_\perp - ik''_\perp}{k_\perp + ik''_\perp}, \quad T(k_\perp) = \frac{2k_\perp}{k_\perp + ik''_\perp}. \qquad /7/$$

Функция ψ_0 является решением невозмущенного уравнения и содержит падающую плоскую волну. Изменение волновой функции $\delta\psi$ обусловлено возмущением и выражается с помощью функции Грина невозмущенного уравнения:

$$\left[i\frac{\partial}{\partial t} + \Delta - u_0\theta(z)\right] G(\vec r t, \vec r\,' t') = \delta(\vec r - \vec r\,')\,\delta(t - t'). \qquad /8/$$

Поскольку потенциал не зависит от x, y и t, то функция Грина $G(\vec r t, \vec r\,' t')$ может быть представлена в виде:

$$G(\vec r t, \vec r\,' t') = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^2 k_{||}\,d\omega\,G_{k_\perp}(z, z')\exp[i\vec k_{||}(\vec r - \vec r\,')_{||} - i\omega(t - t')], \qquad /9/$$

где $G_{k_\perp}(z, z')$ подчиняется уравнению:

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + k^2 - u_0\theta(z)\right] G_{k_\perp}(z, z') = \delta(z - z') \qquad /10/$$

и может быть представлена с помощью двух линейно независимых решений однородной части этого уравнения. Одно из этих решений уже найдено, а именно - $Y_{k_\perp}(z)$ /5/, в качестве второго возьмем функцию $H_{k_\perp}(z)$, которая содержит в области $z<0$ только волну, уходящую от плоскости $z=0$. /Отметим, что обозначения Y и H взяты по аналогии с функциями Бесселя/. Функция $H_{k_\perp}(z)$ записывается следующим образом:

$$H_{k_\perp}(z) = \theta(-z)\,e^{-ik_\perp z} + \theta(z)\,\frac{1}{T(k'_\perp)}\left[e^{-ik'_\perp z} + R(k'_\perp)\,e^{ik'_\perp z}\right], \qquad /11/$$

где

$$R(k'_\perp) = \frac{k'_\perp - k_\perp}{k'_\perp + k_\perp}, \quad T(k'_\perp) = \frac{2k'_\perp}{k_\perp + k'_\perp}. \qquad /12/$$

Функции $Y_{k_\perp}(z)$ и $H_{k_\perp}(z)$ дают выражение для $G_{k_\perp}(z,z')$:

$$G_{k_\perp}(z,z') = \frac{1}{2ik_\perp}\left[Y_{k_\perp}(z)H_{k_\perp}(z')\theta(z-z') + Y_{k_\perp}(z')H_{k_\perp}(z)\,\theta(z'-z)\right]. \quad /13/$$

Подстановка /13/, /9/ в /3/ позволяет представить выражение для $\delta\psi(\vec{r},t)$ /например, в области $z<0$ / в следующем виде:

$$\delta\psi(\vec{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^2k_{||}\,d\omega\, f(\vec{k}_{||},\omega)\exp(i\vec{k}_-\vec{r} - i\omega t), \quad /14/$$

где $\vec{k}_- = (\vec{k}_{||}, -k_\perp)$, а

$$f(\vec{k}_{||},\omega) = \frac{1}{2ik}\int e^{i(\vec{k}_0-\vec{k})_{||}\vec{r}_{||} - i(\omega_0-\omega)t}\, Y_{k_\perp}(z)\,\delta v(\vec{r},t)\,Y_{k_{0\perp}}(z)\,d^3r\,dt =$$

$$= \frac{1}{2ik_\perp}\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k}). \quad /15/$$

Причем $\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k})$ представляет собой матричный элемент $(\vec{k}|\delta v|\vec{k}_0)$. С помощью $\delta\psi$ можно найти полный поток незеркально отраженных УХН:

$$J_\perp(t) = \frac{1}{2i}\int \delta\psi^*(\vec{r},t)\,\overleftrightarrow{\nabla}_\perp\,\delta\psi(\vec{r},t)\,d^2r_{||}. \quad /16/$$

Этот поток зависит, вообще говоря, от времени. Удобно определить поток, усредненный по времени

$$\bar{J}_\perp = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_{-t/2}^{t/2} J_\perp(t')\,dt' \quad /17/$$

и связать его с падающим потоком $J_{0\perp} = k_{0\perp}S$ / S - полная освещаемая площадь/ с помощью соотношения:

$$\bar{J}_\perp = J_{0\perp}\int W(\vec{k}_0,\vec{k})\,d^3k = \mu(\vec{k}_0)\,J_{0\perp}. \quad /18/$$

Подстановка /14/ в /16/ и /17/ и сравнение с /18/ позволяет получить:

$$W(\vec{k}_0,\vec{k}) = |f(\vec{k}_{||},\omega)|^2\,\frac{2k_\perp^2}{k_{0\perp}(2\pi)^3\,tS} = \frac{|\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k})|^2}{2k_{0\perp}(2\pi)^3\,tS}, \quad /19/$$

если учесть, что $d^2k_{||}\,d\omega = 2k_\perp\,d^3k$. Отметим, что $\mu(\vec{k}_0)$ в том случае, когда δv описывает только неупругие процессы, представляет собой вероятность неупругого рассеяния. Здесь мы будем интересоваться только нагреванием, поэтому $\mu(\vec{k}_0)$ характеризует эффективный коэффициент поглощения УХН при однократном соударении со стенкой. Эксперимент показывает /2/, что эта величина, усредненная по k_0, приблизительно одинакова для всех веществ и равна $\approx 5.10^{-4}$. Ниже будет проведено исследование с целью выявить те процессы, которые могут дать μ указанного порядка.

2. *Потенциал возмущения*

Потенциал взаимодействия медленных нейтронов с ядрами /деленный на величину $\hbar^2/2m$ /, имеет вид:

$$u(\vec{r},t) = 4\pi\sum_i b_i\,\delta(\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{\xi}(\vec{r}_i,t)), \quad /20/$$

где b_i - длина рассеяния i-го ядра, $\vec{r}_i$ - координата положения его равновесия, $\delta(\vec{x})$ - дельта-функция Дирака, а $\vec{\xi}(\vec{r}_i,t)$ - отклонение от положения равновесия i-го ядра, которое может быть представлено в виде:

$$\vec{\xi}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{q}}\vec{e}_{\vec{q}}\sqrt{\frac{m}{MN\omega_{\vec{q}}}}\,a_{\vec{q}}\,e^{i\vec{q}\vec{r} - i\omega_{\vec{q}}t}, \quad /21/$$

где $\vec{e}_{\vec{q}}$ - поляризация фонона с волновым вектором $\vec{q}$ и частотой $\omega_{\vec{q}}$, $\sqrt{\frac{m}{MN\omega_{\vec{q}}}}$ - его амплитуда, $a_{\vec{q}}$ - оператор уничтожения, M - масса ядер, N - полное число ядер внутри среды. Смещение $\vec{\xi}(\vec{r},t)$ должно, вообще говоря, содержать также операторы рождения фононов, однако здесь эта часть не будет принята во внимание, поскольку мы будем интересоваться только однофононными процессами нагревания УХН, т.е. процессами уничтожения фононов. Необходимо отметить, что $\omega_{\vec{q}}$ имеет здесь размерность *см*$^{-2}$ и связана с обычной частотой соотношением:

$$\omega_{\vec{q}} = \frac{2m}{\hbar}[\,\omega_{\vec{q}}\,]\,. \qquad /22/$$

Если из потенциала /2О/ вычесть $u_0\theta(z) = 4\pi b_c \Sigma\,\delta(\vec{r}-\vec{r}_i)$, то получим следующий остаток:

$$\delta v(\vec{r},t) = 4\pi\Sigma\, b_i^{inc}\,\delta(\vec{r}-\vec{r}_i-\vec{\xi}(\vec{r}_i,t)) + 4\pi b\sum_i[\delta(\vec{r}-\vec{r}_i-\vec{\xi}(\vec{r}_i,t))-\delta(\vec{r}-\vec{r}_i)], \qquad /23/$$

причем первая часть отвечает некогерентному рассеянию, а вторая - когерентному, и она может быть записана следующим образом:

$$4\pi b_c\sum_i[\delta(\vec{r}-\vec{r}_i-\vec{\xi}(\vec{r}_i,t))-\delta(\vec{r}-\vec{r}_i)] = 4\pi N_0 b_c\left[\frac{\theta(z-\xi_\perp(\vec{r},t))}{1+\vec{\nabla}\,\vec{\xi}(\vec{r},t)}-\theta(z)\right]. \qquad /24/$$

Отдельные слагаемые /23/ и будут служить исследуемыми возмущениями.

3. Некогерентное нагревание

Первое слагаемое /23/ описывает как неупругое, так и упругое некогерентное рассеяние. К чисто неупругому приводит возмущение:

$$\delta v = 4\pi\sum_i b_i^{inc}\,[\,\delta(\vec{r}-\vec{r}-\vec{\xi}(\vec{r}_i,t)) - \delta(\vec{r}-\vec{r}_i)\,]. \qquad /25/$$

Матричный элемент этого возмущения равен, согласно /15/,

$$\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k}) = T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)\sum_i 4\pi b_i^{inc}\sqrt{\frac{m}{MN}}\sum_{\vec{q}}(-i\vec{e}_{\vec{q}}\,\vec{\kappa})\frac{a_{\vec{q}}}{\sqrt{\omega_{\vec{q}}}}e^{i(\vec{q}-\vec{\kappa})\vec{r}}\;2\pi\delta(\omega-\omega_0-\omega_{\vec{q}}), \qquad /26/$$

где $\vec{\kappa} = (\vec{k}_{0\|}-\vec{k}_{\|}, -ik''_{0\perp}-k'_{\perp})$. Квадрат модуля матричного элемента, усредненный по различным значениям b_i^{inc}, равен

$$\overline{|\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k})|^2} = |T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)|^2\,|4\pi b_{inc}|^2\,\frac{m}{M}\,\frac{N_0 S}{-2\,\mathrm{Im}\,\kappa}\,\frac{1}{N}\times$$

$$\times\sum_{\vec{q}}\frac{(\kappa e_q)^2}{\omega_q}\,\frac{2\pi t\,\delta(\omega-\omega_0-\omega_q)}{e^{\omega/\tau}-1}\,, \qquad /27/$$

$\tau = 2mk_B T/k^2$, k_B - постоянная Больцмана, T - температура /ниже полагается $T = 3OO°K$/. Поскольку нагревание УХН сопровождается большими передачами энергии и импульса, то можно считать, что

$$\kappa^2 \approx k^2 = \omega \approx \omega_q \gg \omega_0, \quad T(k_\perp) \approx 1. \qquad /28/$$

Полагая, кроме того,

$$(\vec{e}_{\vec{q}}\,\vec{\kappa})^2 \approx \frac{\kappa^2}{3}, \quad \frac{1}{3N}\sum_{\vec{q}}\delta(\omega-\omega_{\vec{q}}) = g(\omega)\,, \qquad /29/$$

где $g(\omega)$ нормировано на единицу, получаем:

$$W(\vec{k}_0,\vec{k}) = \frac{1}{\pi}\,\frac{k_{0\perp}}{k''_{0\perp}}\,\frac{b^2_{inc}}{b_c}\,\frac{m}{M}\,\frac{g(\omega)}{e^{\omega/\tau}-1}\,, \qquad /3О/$$

откуда следует:

$$\mu(\vec{k}\;) = \frac{2k_{0\perp}}{k''_{0\perp}}\eta\,, \qquad /31/$$

где

$$\eta = \frac{m}{M}\,\frac{b^2_{inc}}{b_c}\int\frac{\sqrt{\omega}\,g(\omega)}{e^{\omega/\tau}-1}\,d\omega\,. \qquad /32/$$

Величина $\dfrac{b^2_{inc}}{b_c}$ почти для всех веществ не превышает $1О^{-14}$*см*, однако необходимо учесть, что отражение УХН происходит от поверхностного слоя вещества, который имеет сложный химический состав, поэтому b_{inc} определяется не столько изотопическими или спиновыми характеристиками ядер, сколько самим различием ядер, поэтому правильнее положить $\frac{b_{inc}^2}{b_c} \sim 10^{-12}$ *см*. Величину $\frac{m}{M}$ можно положить равной 10^{-1}, тогда $(\frac{b_{inc}^2}{b_c})\cdot(\frac{m}{M}) \sim 10^{-13}$. Интеграл в /32/ можно оценить в дебаевском приближении величиной $\sqrt{\tau}\,(\tau/\,_{D})^3 \lessapprox 10^8$ при $\tau_D > \tau$ /τ_D - дебаевская температура/, поскольку $g(\omega)$ можно аппроксимировать выражением $3\omega^2/\omega_D^2$, а экспонента в знаменателе обрезает интеграл при $\omega \approx \tau$. Для большинства веществ $\tau_D > \tau$ и потому приведенная оценка справедлива, однако поверхностный слой, от которого происходит отражение, может оказаться гораздо более рыхлым, т.е. иметь $\tau_D < \tau$. В этом случае интеграл в /32/ можно оценить величиной $\sqrt{\tau}\sqrt{\frac{\tau}{\tau_D}}$. Поскольку $\sqrt{\tau} \approx 10^8$ *см*$^{-1}$, то, чтобы иметь $\eta \approx 5 \cdot 10$, необходимо иметь $\frac{\tau}{\tau_D} \approx 1000$, что невозможно, ибо при таких низких τ_D поверхностный слой не мог бы находиться в твердом состоянии. Можно себе представить, однако, что поверхностный слой имеет выброс в частотном спектре $g(\omega)$ в области низких частот. Допустим, что $g(\omega)$ может быть представлена как $g_0(\omega) + A\delta(\omega - \omega_1)$, тогда вклад второго слагаемого в η равен $A\sqrt{\tau}\sqrt{\frac{\tau}{\omega_1}}$. Величина A, однако, должна быть малой на уровне 10^{-5}, чтобы не противоречить данным измерения низкотемпературной теплоемкости /3-6/. В результате вклад дополнительного члена в η всегда остается мал, каково бы ни было ω_1. Не меняет, естественно, ситуацию и спектр $g(\omega) \approx g_0(\omega) + \frac{a}{\omega_D}$, предложенный в работе /7/ для объяснения низкотемпературной аномалии в теплоемкости, поскольку $a \approx 10^{-4}$ и интегрирование в /32/ производится до ω_D. Итак, некогерентное

неупругое рассеяние, как следует из всего изложенного, не может объяснить аномально малое время удержания УХН в ловушках. Однако на самом деле есть еще одна возможность - это некогерентное рассеяние на колебаниях кластеров.

4. Некогерентное нагревание на кластерах

Представим себе, что среда состоит из кластеров, объединяющих в себе в среднем по $\bar{n}$ ядер. Амплитуда рассеяния на одном кластере равна $\bar{n}\, b_c$. Поскольку кластеры могут иметь различающиеся размеры, то можно определить квадрат некогерентной амплитуды рассеяния на кластерах:

$$|b^{inc}_{\text{кл}}| = (\overline{n^2} - \bar{n}^2)\, b_c^2 \approx \bar{n}\, b_c^2, \qquad /33/$$

где было предположено, что среднеквадратичный разброс кластеров $\overline{\Delta n^2}$ составляет величину порядка $\bar{n}$. Такое некогерентное и, в частности, неупругое, рассеяние, как нетрудно убедиться из формулы /27/, дает тем меньший вклад в η, чем больше $\bar{n}$, поскольку в формуле /27/ в этом случае вместо M необходимо подставить $\bar{n}M$, а вместо N_0 и N - соответственно $N_0/\bar{n}$ и $N/\bar{n}$. Другое дело, если мы будем представлять кластеры независимыми осцилляторами, тогда сечение рассеяния на одном кластере будет пропорционально $(n b_c)^2$. Амплитуда колебаний кластера

$$\vec{\xi}_{\text{кл}} = \sum_{\omega_{\text{кл}}} e_{\omega_{\text{кл}}} \sqrt{\frac{m}{\bar{n} M \omega_{\text{кл}}}}\, a_{\omega_{\text{кл}}} e^{-i\omega_{\text{кл}} t}.$$

Проведя те же рассуждения, что и при выводе /25-31/, получаем

$$\mathfrak{M}_{КЛ}(\vec{k}_0,\vec{k}) = T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)\sum_i (4\pi\bar{n}b_c)_i \sqrt{\frac{m}{\bar{n}M}}\ \times$$

$$\times \sum_{\omega_{КЛ}} \frac{(-ie\kappa)}{\sqrt{\omega_{КЛ}}}\, e^{-i\kappa r_i}\cdot a_{\omega_{КЛ}}\cdot 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0-\omega_{КЛ})\,, \qquad /35/$$

$$\overline{|\mathfrak{M}_{КЛ}(\vec{k}_0,\vec{k})|^2} = |T(k_{0\perp})T(k_\perp)|^2\,(4\pi b_c h)^2\,\frac{m}{\bar{n}M}\,\frac{N_{0КЛ}S}{-2\,\mathrm{Im}\,\kappa}\ \times$$

$$\times \sum_{\omega_{КЛ}} \frac{|\kappa e_\omega|^2}{\omega_{КЛ}}\ \frac{2\pi\delta(\omega-\omega_0-\omega_{КЛ})\cdot t}{e^{\omega_{КЛ}/\tau}-1}\,, \qquad /36/$$

$$N_{0КЛ} = N_0/\hbar\,;\ \kappa^2\approx k^2\approx\omega\approx\omega_{КЛ}\gg\omega_0\,;\ |\vec{\kappa}\,\vec{e}_\omega|^2\approx\frac{\kappa^2}{3}\,;$$

$$\sum_{\omega_{КЛ}}\frac{\delta(\omega-\omega_{КЛ})}{3} = g_{КЛ}(\omega)\,, \qquad /37/$$

$$W(\vec{k}_0,\vec{k}) = \frac{1}{\pi}\,\frac{k_{0\perp}}{k''_{0\perp}}\,b\,\frac{m}{M}\,\frac{g_{КЛ}(\omega)}{e^{\omega/\tau}-1}\,,$$

$$\mu(\vec{k}_0) = 2\,\frac{k_{0\perp}}{k''_{0\perp}}\,\eta\,;\qquad \eta = \frac{m}{M}\,b_c\int\frac{\sqrt{\omega}\,g_{КЛ}(\omega)\,d\omega}{e^{\omega/\tau}-1}\,. \qquad /38/$$

Сопоставим теперь полученные результаты с данными по теплоемкости. Обозначим спектральную функцию частот, не содержащих кластерные моды, через $g_0(\omega)$, тогда теплоемкость одного моля вещества равна

$$C_p = 3k_B\int[N_0\,g_0(\omega) + N_{0КЛ}\,g_{КЛ}(\omega)]\left(\frac{\omega}{2\tau}\right)^2\frac{d\omega}{\mathrm{sh}^2(\omega/2\tau)} = C_0 + \frac{1}{\bar{n}}\,C_{КЛ}, \qquad /39/$$

где $g_0(\omega)$ и $g_{КЛ}(\omega)$ нормированы на единицу. Нетрудно видеть, что если $\bar{n}\approx 10^5$, то $g_{КЛ}(\omega)$ может иметь любой спектр, и это не будет противоречить данным по низкотемпературной теплоемкости. Предположим, что $g_{КЛ}(\omega)$ отлично от нуля до $\omega\approx\omega_1$, тогда η, согласно /38/, можно оценить величиной

$$\eta\approx\frac{m}{M}\,b_c\sqrt{\tau}\sqrt{\frac{\tau}{\omega_1}}\approx 5\cdot 10^{-4}\ \text{при}\ \frac{\tau}{\omega_1}\approx 1000. \qquad /40/$$

Интересно отметить, что для объяснения аномального поведения теплоемкости неупорядоченных твердых тел при низких температурах /линейное убывание с температурой вместо кубического /была выдвинута гипотеза [8] о наличии низкочастотной аномалии в спектре неупорядоченных твердых тел, обусловленной кластерами с размерами 60 - 70Å. Эта гипотеза, как мы видим, хорошо согласуется с аномально высоким η. Действительно, кластеры с размерами 60 - 70 Å содержат около 10^5 атомов и могут иметь характеристические частоты в области 10^{10} - 10^{11} *Гц*, или $\omega_1\approx 10^{-3}\tau$.

5. *Когерентное нагревание на фононах*

Рассмотрим теперь возмущение

$$\delta v(\vec{r},t) = -u_0\,\theta(z)\,\vec{\nabla}\,\vec{\xi}(\vec{r},t)\ . \qquad /41/$$

Действуя аналогично /26-32/, получаем:

$$\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k}) = -T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)\,u_0\sum_{\vec{q}}(i\vec{q}\vec{e}_q)\sqrt{\frac{m}{MN\omega_q}}\,a_q\,\frac{(2\pi)^3\,\delta(\vec{q}_\parallel-\vec{\kappa}_\parallel)\,\delta(\omega-\omega_0-\omega_q)}{k''_{0\perp}-i(k_\perp+q_\perp)}\,, \qquad /42/$$

$$|\mathfrak{M}(\vec{k}_0,\vec{k})|^2 = |T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)\,u_0|^2\sum_q\frac{m}{MN\omega_q}\,\frac{(2\pi)^3\,S\,t\,\delta(\vec{\kappa}_\parallel-\vec{q}_\parallel)\,\delta(\omega-\omega_0-\omega_q)}{[(k''_{0\perp})^2+(k_\perp+q_\perp)^2](e^{\omega_q/\tau}-1)}\,, \qquad /43/$$

полагая

$$1/[(k''_0)^2+(k_\perp+q_\perp)^2]\approx\frac{\pi}{k''_{0\perp}}\,\delta(k_\perp+q_\perp)\,, \qquad /44/$$

получим

$$W(\vec{k}_0, \vec{k}) \approx \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{k_{0\perp}}{k''_{0\perp}} u_0 \frac{m}{M} \int \frac{d^3 q}{N_0} \frac{\delta(\vec{k}-\vec{q})\,\delta(\omega-\omega_q)}{e^{\omega/\tau}-1}, \qquad /45/$$

$$\mu(\vec{k}_0) = \frac{2k_{0\perp}}{k''_{0\perp}}\eta; \; \eta \approx \frac{m}{M} b_c \sqrt{\tau}\sqrt{\frac{\tau}{\omega}} \frac{1}{|1-\partial\omega_k/\partial k^2|}, \qquad /46/$$

где $\omega = k^2$, а k является решением трансцендентного уравнения $k^2 = \omega_k$. В случае акустических фононов $\omega_q = \ell q$, где $\ell = \frac{2mc}{\hbar}$ поэтому $k \approx \sqrt{\tau_D}$ и η мало. Если же ω_q есть низколежащая оптическая ветвь $\omega_q \approx \omega_1$, причем $\omega_1 \approx 10^{-3}\tau$, то η может достичь экспериментально наблюдаемого значения 5.10^{-4}. Предположение о наличии кластеров, колеблющихся независимо с низкими частотами, эквивалентно предположению о существовании набора низколежащих оптических ветвей, распределенных по некоторому закону:

6. Нагревание на мелких дрожаниях стенки

Рассмотрим потенциал возмущения

$$\delta v(\vec{r}, t) = u_0[\,\theta(z-\xi_\perp(\vec{r}_\parallel)) - \theta(z)\,]. \qquad /47/$$

В дальнейшем, для упрощения, будем $\xi_\perp(\vec{r},t)$ обозначать $\zeta(\vec{r},t)$. Если $\zeta(\vec{r},t)$ быстро меняется с увеличением z на глубине $z \approx k''^{-1}_{0\perp}$, то будем называть такие дрожания поверхности стенки мелкими и заменять потенциал /47/ потенциалом

$$\delta v(\vec{r},t) = -u_0 \zeta(\vec{r},t)\,\delta(z). \qquad /48/$$

В случае же, когда ζ медленно меняется на глубине проникновения УХН внутрь среды, $z \approx k''^{-1}_{0\perp}$, то такие дрожания стенки быдем называть глубокими и рассмотрим их отдельно в следующем пункте. Из всех мелких дрожаний мы рассмотрим только те, которые обусловлены релеевскими волнами, т.к. дрожания, обусловленные обычными фононами, мало что добавят к когерентному рассеянию, рассмотренному в предыдущем пункте.

Матричный элемент от возмущения /48/ может быть записан в виде:

$$\mathfrak{M}(\vec{k}_0, \vec{k}) = -T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)\,u_0 \sum_{\vec{q}} e_{\perp q} \sqrt{\frac{m}{MN_s\omega}}\, a_q (2\pi)^3 \delta(\omega-\omega_0-\omega_q), \qquad /49/$$

где в смещении $\zeta(r,t)$ амплитуда колебаний взята зависящей от N_s, а не от N, поскольку она определяется только для поверхностных атомов, число которых N_s. Действуя далее аналогично /27-32/, получаем:

$$|\mathfrak{M}(\vec{k}_0, \vec{k})|^2 = |T(k_{0\perp})\,T(k_\perp)\,u_0|^2 \frac{m}{M} \int \frac{d^2 q_{||} \cdot S}{(2\pi)^2 N_s \omega_q} \frac{(2\pi)^3 St\,\delta(\vec{q}_\parallel - \vec{k}_\parallel)\,\delta(\omega-\omega_q)}{e^{\omega/\tau}-1}. \qquad /50/$$

$$\mu(\vec{k}_0) = \frac{2k_{0\perp}u_0}{(2\pi)^2 N_{0s}} \frac{m}{M} \int \frac{d^2 q_{||}\,\tau}{\omega_1^2\, 2\sqrt{\omega_q - q_{||}^2}} = \frac{2k_{0\perp}}{k''_{0\perp}}\eta; \qquad /51/$$

полагая $\omega = \ell q$, $\ell = \frac{2mc_R}{\hbar}$, c_R - скорость релеевских волн, находим

$$\eta \approx k''_{0\perp} b \frac{m}{M} \frac{N_0 \tau}{N_{0s}\ell_R^2} \int_{x_1}^{1} \frac{dq}{q^{3/2}} \approx k''_{0\perp} b \frac{m}{M} \frac{N_0 \tau \chi_1^{-1/2}}{N_{0s}\ell_R^3} \approx 10^{-6} \quad \left(x_1 \approx \frac{k_{0\perp}}{\ell_R}\right). \qquad /52/$$

Если бы имелись ветви поверхностных колебаний со скоростями , меньшими c_R в 2О раз, или имелись оптические ветви с $\omega_q = \omega_1 \approx 10^{-3}\tau$, то η могла бы достигнуть наблюдаемого значения 5.10^{-4}.

$$\approx \frac{k_{0\perp}\sqrt{\overline{\omega_a}}}{u_0}(k_{0\perp}a)^2. \qquad /60/$$

откуда видно, что μ может достичь величины 10^{-3} при $a \approx 10^{-8}$*см*.

Итак, мы видим, что малое время хранения УХН может быть объяснено либо движением кластеров, что хорошо согласуется с теплоемкостными измерениями, либо ультразвуковыми дрожаниями стенки с частотами 10^{10} *Гц* и амплитудой 10^{-8} *см*. Если кластеры не сосредоточены у поверхности, то они могут также объяснить и малый выход УХН из конверторов /10/.

Автор считает своим долгом отметить, что идею о кластерной природе нагревания УХН высказывали независимо А.Штайерл, М.В.Казарновский и В.В.Голиков. Предположение об ультразвуковых вибрациях давно высказывал В.И.Лущиков. Автор чрезвычайно благодарен указанным лицам, а также А.В.Стрелкову и Ю.Н.Покотиловскому за полезные обсуждения и доброжелательный интерес к работе.

Литература

1. *В.К.Игнатович. Сообщение ОИЯИ, Р4-6681, Дубна, 1974.*
2. *Ф.Л.Шапиро.Сообщение ОИЯИ, Р3-7135, Дубна, 1974.*
3. *R.C.Zeller, R.O.Pohl. Phys.Rev., B4, 2029 (1971).*
4. *R.B.Stephens. Phys.Rev., B8, 2896 (1973).*
5. *A.P.Jeapls et al. Phil.Mag., 29, 803 (1974).*
6. *J.C.Lasjaunias et al. Solid State Commun., 14, 957 (1974).*
7. *Usha, L.S.Kothari. Solid State Commun., 15, 579 (1974).*
8. *M.P.Baltes. Solid State Commun., 13, 225 (1974).*

9. *А.С.Герасимов, В.К.Игнатович, М.В.Казарновский. Препринт ОИЯИ Р4-6940, Дубна. 1973. Кр. сообщения по физике ФИАН № 8 /1973/.*
10. *Е.З.Ахметов и др. Препринт ОИЯИ Р3-8470, Дубна, 1974.*

Рукопись поступила в издательский отдел 13 марта 1975 года.

Игнатович В.К. Р4 - 8687

Влияние низкочастотных колебаний на время удержания ультрахолодных нейтронов в ловушке. Связь с низкотемпературной аномалией теплоемкости неупорядоченных твердых тел

Рассмотрено влияние низкочастотной части спектра твердых тел на нагревание ультрахолодных нейтронов (УХН) при однократном соударении со стенкой. Показано, что при наличии кластеров в твердом теле вблизи поверхности, колеблющихся с частотами 10^{10} Гц, нагревание УХН может объяснить аномально малое время жизни в ловушках. Сопоставление с результатами экспериментов по измерению теплоемкости неупорядоченных твердых тел при низкой температуре приводит к выводу о том, что размеры кластеров должны быть около 70-60 Å. Рассмотрено влияние и других возможных низкочастотных колебаний внутри твердого тела на нагревание УХН.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Ignatovich V.K. P4 - 8687

Influence of Low-Frequency Vibrations on the Time of Keeping of Ultracold Neutrons in a Trap. Connection with a Low-Temperature Anomaly of a Specific Heat of Disordered Solid Bodies

See the Summary on the reverse side of the title-page.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975