объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-86-551

Е.Б.Бальбуцев, М.Ди Торо*

КВАНТОВЫЕ ПОПРАВКИ К КОЛЛЕКТИВНОМУ ЯДЕРНОМУ ДВИЖЕНИЮ

Направлено в "Journal of Physics G"

---

*Университет и ИНФН, Катания, Италия

1986

В последние годы было предложено несколько квазиклассических подходов, использующих метод фазового пространства для описания общих свойств коллективного движения, исходя из глобальных характеристик ядер (плотность, ток, тензор давлений...). Гидродинамическая картина является только предельным случаем, когда предполагается локально сферический тензор давлений, и, конечно, не годится для описания коллективных движений с деформацией в импульсном пространстве /I,2/.

Микроскопически обоснованным квазиклассическим подходом является подход, использующий уравнение Власова, представляющее собой классический предел зависящего от времени уравнения Хартри-Фока. Решения линеаризованного уравнения Власова соответствуют коллективным модам, которые нужно сравнивать непосредственно с результатами квантового приближения случайных фаз. До сих пор при изучении глобальных свойств гигантских резонансов широко использовались только частные решения уравнения Власова, основанные на скэйлинг-приближении для функции распределения /3 - 6/. Недавно были получены более общие решения, с учётом деформации импульсного пространства более высокой мультипольности, которые позволяют описывать также и низколежащие коллективные состояния /7,8,9/. Таким образом, сейчас имеется практически полная квазиклассическая ядерная функция отклика, которую можно использовать для решения более сложных проблем, таких, как влияние температуры и углового момента на ядерное коллективное движение.

В связи с этим представляет интерес уточнить границы применимости уравнения Власова, т.е. оценить вклад квантовых поправок. Проделав преобразование Вигнера с TDHF – уравнением получаем уравнение для функции распределения $f(\vec{r},\vec{p},t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\vec{r},\vec{p},t) = \frac{2}{\hbar}\sin\left[\frac{\hbar}{2}\Lambda_{12}\right] h^{(1)}(\vec{r},\vec{p},t) f^{(2)}(\vec{r},\vec{p},t)$$
$$= \{h, f\} - \frac{\hbar^2}{24}\Lambda_{12}^3 h^{(1)} f^{(2)} + O(\hbar^4 \Lambda_{12}^5), \qquad (I)$$

где $\Lambda_{12} \equiv \vec{\nabla}_r^{(1)}\vec{\nabla}_p^{(2)} - \vec{\nabla}_r^{(2)}\vec{\nabla}_p^{(1)}$ есть дифференциальный оператор Пуассона, $h(\vec{r},\vec{p},t) = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r},t) + \mathcal{V}(\vec{r},t)$ – самосогласованный гамильтониан, U и $\mathcal{V}$ – ядерный и кулоновский потенциалы.

Прежде чем приступить к оценке $\hbar^2$ – члена в уравнении Власова, подчеркнем два момента.

I) Неявно квантовые эффекты (принцип Паули) уже включены в уравнение Власова через начальные условия. Как показал Берч /3/, уравнение Власова является в действительности уравнением Лиувилля (с самосогласованным полем) и потому сохраняет плотность точек в фазовом пространстве. Следовательно, если мы стартуем с равновесной функции распределения, удовлетворяющей принципу Паули ($f < \hbar^3$), она будет продолжать удовлетворять ему, несмотря на полностью классическую динамику.

Первая квантовая поправка (см. (I)) в случае локального среднего поля имеет вид

$$\frac{\hbar^2}{24}\frac{\partial^3 U(\vec{r},t)}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k}\cdot\frac{\partial^3 f(\vec{r},\vec{p},t)}{\partial p_i \partial p_j \partial p_k}, \qquad (2)$$

откуда следует, что она дает вклад только в третий $\vec{p}$ -момент уравнения Власова, необходимый для описания октупольных коллективных состояний /7/. Это является серьезным указанием на то, что вплоть до квадрупольных колебаний явные квантовые эффекты несущественны.

В этой заметке мы рассчитаем квантовую поправку к октупольному квазиклассическому отклику, используя метод замыкания цепочки моментов кинетического уравнения, предложенный в /7/. Для описания колебаний небольшой мультипольности удобен метод вириалов, т.е. моментов уравнения движения по координатам. Следуя статье /7/, для октупольного случая получаем систему уравнений

$$\int \rho x_j x_k \frac{du_i}{dt} d^3x + \sigma_{i,jk} - C_{i,jk} - \Pi_{ij,k} - \Pi_{ik,j} - \delta_{ij}\mathcal{U}_k - \delta_{ik}\mathcal{U}_j = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\Pi_{ij,k} - \int P_{ij} u_k d^3x + \sum_{l=1}^{3}\int\left(P_{jl}\frac{\partial u_i}{\partial x_l} + P_{il}\frac{\partial u_j}{\partial x_l}\right) x_k d^3x - \Pi_{ijk} = 0, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\Pi_{ijk} + \sum_{l=1}^{3}\int\Big\{P_{jkl}\frac{\partial u_i}{\partial x_l} + P_{ikl}\frac{\partial u_j}{\partial x_l} + P_{ijl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l} -$$
$$-\frac{1}{\rho}\left(P_{jk}\frac{\partial P_{il}}{\partial x_l} + P_{ik}\frac{\partial P_{jl}}{\partial x_l} + P_{ij}\frac{\partial P_{kl}}{\partial x_l}\right)\Big\} d^3x = \frac{\hbar^2}{4m}\int \rho \frac{\partial^3 U}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k} d^3x,$$

где $\rho = m\int f(\vec{r},\vec{p},t) d^3p$ – плотность ядерного вещества, $u_i(\vec{r},t) = \int p_i f d^3p/\rho$ – средняя скорость нуклонов, P_{ij} – тензор давлений, $w_i = p_i/m - u_i$, $P_{ij\ldots k} = m\int w_i w_j \ldots w_k f d^3p$, $\Pi_{ij,k} = \int P_{ij} x_k d^3x$, $\Pi_{ijk} = \int P_{ijk} d^3x$, $\mathcal{U}_i = \int \rho x_i U d^3x/m$, $\sigma_{i,jk} = \int \rho x_j x_k U dS_i/m = T\int x_j x_k \,\mathrm{div}\,\vec{s}\, dS_i$, $\vec{s}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности S, T – коэффициент поверхностного натяжения, $C_{i,jk} = \int q(\vec{r}) x_j x_k \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_i} d^3x$, $\mathcal{V}(\vec{r}) = \int \frac{q(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} d^3x'$, $q(\vec{r}) = \rho(\vec{r})\frac{Ze_p}{mA}$, $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3} u_i \frac{\partial}{\partial x_i}$.

Вариации уравнений (3) позволяют описать октупольные колебания ядра с учётом деформации поверхности Ферми вплоть до октупольной. Следуя правилам варьирования интегральных величин /I0/, можно вывести систему уравнений для смещений $\xi_i(\vec{r},t) = \Delta x_i$ и динамических переменных $\delta\Pi_{ijk}$ и $\delta\Pi_{ij,k}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot{V}_{i,jk} + \delta\sigma_{i,jk} - \delta C_{i,jk} - \delta\Pi_{ij,k} - \delta\Pi_{ik,j} - \delta_{ij}\,\delta\mathcal{U}_k - \delta_{ik}\,\delta\mathcal{U}_j = 0 , \\
&\delta\dot{\Pi}_{ij,k} + \frac{2}{25} m A v_F^2 R^2 \left(\dot{L}_{i,jk} + \dot{L}_{j,ik}\right) - \delta\Pi_{ijk} = 0 , \\
&\delta\dot{\Pi}_{ijk} - \left[\sum_{\ell=1}^{3}\left(\delta_{jk}\,\delta\Pi_{i\ell,\ell} + \delta_{ik}\,\delta\Pi_{j\ell,\ell} + \delta_{ij}\,\delta\Pi_{k\ell,\ell}\right) - \delta\Pi_{ij,k} - \delta\Pi_{ik,j} - \delta\Pi_{jk,i}\right]\frac{v_F^2}{R^2} = \chi ,
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где $V_{i,jk} = \int \rho\, \xi_i x_j x_k\, d^3x$, $R = 1{,}2\,A^{1/3}$ – радиус ядра. При выводе (4) ядерная материя считалась несжимаемой, а также использовались разложения

$$\xi_i(\vec{r},t) = L_i(t) + \sum_{j=1}^{3} L_{i,j}(t)\, x_j + \sum_{j,k=1}^{3} L_{i,jk}(t)\, x_j x_k , \tag{5}$$

$$\Delta P_{ij}(\vec{r},t) = D_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{3} D_{ij,k}(t)\, x_k . \tag{6}$$

Опущенные в (5) и (6) члены более высокой степени по x_i ответственны, в основном, за колебания более высокой мультипольности. Условие $\int \rho\, \vec{\xi}\, d^3x = 0$, необходимое, чтобы исключить движение центра тяжести, ведёт к линейному соотношению между L_i и $L_{i,jk}$ /II/. Равновесная форма ядра полагается сферической, поэтому все интегралы с $L_{i,j}$ и D_{ij} исчезают. Для тензора давлений в равновесии принимается $\overset{\circ}{\Pi}_{ij} = \delta_{ij}\frac{m}{5} A v_F^2$, где v_F –скорость Ферми. Далее, по определению

$$\delta\Pi_{ij,k} = \int \left(\Delta P_{ij}\, x_k + \overset{\circ}{P}_{ij}\, \Delta x_k\right) d^3x .$$

Подставляя сюда (6), находим: $D_{ij,k} = \delta\Pi_{ij,k} \cdot 15/4\pi R^5$. Вариации $\delta C_{i,jk}$ и $\delta\sigma_{i,jk}$ являются линейными комбинациями $V_{i,jk}$ /I0,II/.

Заметим, наконец, что, комбинируя $V_{i,jk}$ и $\dot{V}_{i,jk}$, можно построить вариацию тензора инерции третьего ранга $\delta\mathcal{J}_{ijk} \equiv \delta\int\rho\, x_i x_j x_k\, d^3x = V_{i,jk} + V_{j,ik} + V_{k,ij} \equiv V_{ijk}$, а также вариации магнитного квадрупольного и тороидного дипольного моментов. Следовательно, уравнения (4) описывают соответствующие моды.

Для вариации квантовой поправки имеем

$$\chi = \frac{\hbar^2}{4m}\,\delta\int\rho\,\frac{\partial^3 U}{\partial x_i\,\partial x_j\,\partial x_k}\, d^3x = \frac{\hbar^2}{4m}\int\rho\sum_{\ell=1}^{3}\xi_\ell\,\frac{\partial^4 U}{\partial x_\ell\,\partial x_i\,\partial x_j\,\partial x_k}\, d^3x . \tag{7}$$

Это выражение легко преобразуется в интеграл по поверхности, где ядерный потенциал может быть аппроксимирован поверхностным натяжением.

Тогда

$$\chi = 2\pi T\frac{\hbar^2}{m^2}\left\{\sum_{\ell=1}^{3}\left[\frac{1}{5}\left(\delta_{ik} L_{j,\ell\ell} + \delta_{ij} L_{k,\ell\ell} + \delta_{kj} L_{i,\ell\ell}\right) - \frac{1}{7}\left(\delta_{ik} L_{j\ell\ell} + \delta_{ij} L_{k\ell\ell} + \delta_{kj} L_{i\ell\ell}\right)\right] - \frac{2}{7} L_{ijk}\right\}.$$

Отметим еще один примечательный факт, следующий из (7): квантовая поправка зануляется в случае среднего поля осцилляторного типа. По той же причине не даёт вклада и кулоновское поле, имеющее квадратичную зависимость от радиуса внутри ядра (/I0/, стр.43)

Для сферических ядер, рассматриваемых здесь, система (4) распадается на отдельные блоки, каждый из которых дает своё секулярное уравнение для нормальных частот. Для иллюстрации приведём наиболее простой из них:

$$\left.\begin{aligned}
&(\lambda^2 + 3\beta)V_{123} - 2\varkappa_{123} = 0 , \\
&\lambda(\varkappa_{123} + 4\gamma V_{123}) - 3\,\delta\Pi_{123} = 0 , \\
&\lambda\,\delta\Pi_{123} + \frac{10}{7}\gamma\,\varkappa_{123} + \alpha V_{123} = 0 .
\end{aligned}\right. \tag{8}$$

Здесь $\lambda = i\omega$, $\varkappa_{123} = \delta\Pi_{12,3} + \delta\Pi_{23,1} + \delta\Pi_{13,2}$, $\gamma = 7 v_F^2/10R^2$, $\beta = (7/4 - X)\,160\pi T/21mA$, X – параметр делимости. Квантовая поправка учитывается членом с $\alpha = 10\pi T\hbar^2/m^3R^4A$.

Соответствующее секулярное уравнение

$$\lambda^4 + \lambda^2\left(\frac{86}{7}\gamma + 3\beta\right) + \frac{90}{7}\beta\gamma + 6\alpha = 0$$

даёт частоту высоколежащего октупольного резонанса

$$\omega_{3^-}^2(HEOR) = \frac{1}{2}\left(\frac{86}{7}\gamma + 3\beta\right) + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{86}{7}\gamma + 3\beta\right)^2 - \frac{90}{7}\beta\gamma - 6\alpha\right]^{1/2} \simeq \frac{86}{7}\gamma$$

и низколежащего октупольного резонанса

$$\omega_{3^-}^2(LEOR) = \frac{1}{2}\left(\frac{86}{7}\gamma + 3\beta\right) - \left[\frac{1}{4}\left(\frac{86}{7}\gamma + 3\beta\right)^2 - \frac{90}{7}\beta\gamma - 6\alpha\right]^{1/2} \simeq \frac{90}{86}\beta + \frac{42}{86}\frac{\alpha}{\gamma} =$$

$$= \left[(1/2 - 2X/7) + (9\pi A)^{-2/3}\right] 1200\pi T/43mA .$$

Как видно, квантовая поправка не сказывается на энергии $HEOR$ и составляет около I% энергии $LEOR$ (для средних ядер). Можно показать, что то же самое справедливо и относительно вероятностей электромагнитных переходов из этих состояний.

Этот результат зависит, конечно, в какой-то мере от параметризации ядерных сил на поверхности ядра, но тем не менее можно сказать, что квантовая поправка к уравнению Власова слабо влияет на коллективные октупольные состояния атомных ядер.

В заключение мы хотим поблагодарить профессора И.Н.Михайлова за

многочисленные дискуссии и полезные предложения. Один из нас (М.Д.Т.) благодарен профессору В.Г.Соловьёву за гостеприимство.

Литература

1. Stringari S. 1983, Ann. Phys. (N.Y.) 151, 35.
2. Holtzwarth G. 1985, Proc. Winter College on Fundamental Nuclear Physics, Trieste 1984, ed-s Dietrich K., Di Toro M. and Mang H.J. (World Sci. Publ. Singapore) p. 967.
3. Bertsch G.F. 1978, Nuclear Physics with Heavy Ions and Mesons, les Houches, 1977, ed-s Balian R., Rho M. and Ripka G. (North Holland, Amsterdam) vol. I, p. 175.
4. Ignatyuk A.V. and Mikhailov I.N. 1982, Sov. J. Nucl. Phys. 33, 483.
5. Di Toro M., Lombardo U. and Russo G. 1985, Nucl. Phys., A435, 173.
6. Balbutsev E.B., Mikhailov I.N. and Vaishvila Z. 1986, Nucl. Phys. A 457, p. 222.
7. Balbutsev E.B., Mikhailov I.N. and Vaishvila Z., 1985, "Closure of the Chain of Kinetic-Equation-Moments and Description of Negative Parity Collective Excitations" JINR preprint P4-85-876 Dubna, submitted to Journal of Physics G.
8. Brito L.P. and Providencia C. 1984, Phys. Lett., 143B, 36.
9. Brink D.M., Dellafiore A. and Di Toro M., 1986, "Solution of the Vlasov Equation for Collective Modes in Nuclei", Nucl. Phys. A, in press.
10. Chandrasekhar S. 1969, Ellipsoidal Figures of Equilibrium (New Haven, Yale University Press).
11. Rosenkilde C.E. 1967, J. Math. Phys. 8, 84, 88, 98.

Рукопись поступила в издательский отдел
II августа 1986 года.

Бальбуцев Е.Б., Ди Торо М. P4-86-551

Квантовые поправки к коллективному ядерному движению

Изучается эффект квантовой поправки к уравнению Власова, используемому для квазиклассического описания ядерного коллективного движения. Показано, что нижайший мультипольный отклик, на который может влиять поправка, - октупольный. Однако по величине эта поправка оказывается пренебрежимо малой как для высоколежащего, так и для низколежащего октупольных коллективных состояний.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Balbutsev E.B., Di Toro M. P4-86-551

Explicit Quantum Effects in Nuclear Collective Motion

In a semiclassical approach to the study of nuclear collective dynamics the effect of explicit quantum corrections to the Vlasov equation is analysed. It is shown that the lowest multipole response affected is the octupole one. However, quantitatively, these corrections are very small for both high- and low-lying octupole states.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986