сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-86-515

В.А.Николаев, О.Г.Ткачев*

РОТАЦИОННЫЕ ПОЛОСЫ В СПЕКТРЕ МАСС НЕСТРАННЫХ ДИБАРИОНОВ

*Дальневосточный государственный университет

1986

Целью данной работы будет расчет спектра масс нестранных дибарионов в $SU(2)$-модели Скирма [1], определяемой плотностью лагранжиана [2]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16} F_\pi^2 \, tr L_\mu L_\mu + \frac{1}{32 e^2} tr[L_\mu , L_\nu]^2, \qquad /1/$$

где F_π - постоянная пионного распада, а e - феноменологический параметр. Токи $L_\mu = U^+ \partial_\mu U$ выражаются через коллективные переменные $A(t)$, $R(t)$, $\lambda(t)$, определяющие временную зависимость кирального поля $U(\vec{r}, t)$;

$$U(\vec{r}, t) = A(t) U_0 (e^{\lambda(t)} R^{-1}_{\alpha\beta} r^\beta) A^+(t). \qquad /2/$$

В /2/ $A(t)$ и $R_{\alpha\beta}(t)$ суть $SU(2)$-матрица изотопических вращений и 3x3 матрица пространственных вращений. Скалярная функция $\lambda(t)$ определяет монопольные вибрации скирмиона. Киральное поле $U_0(\vec{r})$ - решение стационарного уравнения Эйлера - Лагранжа при $A = I$ и $R = I$, имеющее следующий вид:

$$U(\vec{r}) = Cos F(r) + i \tau^a N^a(\vec{r}) Sin F(r). \qquad /3/$$

Здесь $F(r)$ - модуль псевдоскалярного пионного поля, а $N^a(\vec{r})$ - единичный вектор, направление которого определяет используемый анзац. Так, для анзаца Скирма - Виттена, используемого для расчета спектра нуклонных возбуждений, $\vec{N} = \vec{n} = \vec{r}/|\vec{r}|$ и имеет компоненты $(Cos\,\phi\, Sin\theta,\ Sin\phi\, Sin\theta,\ Cos\,\theta)$, где θ и ϕ - углы в сферической системе координат. В [3] для состояний с барионным числом $B = k$ был предложен анзац, в котором $\vec{N}$ имеет компоненты $(Cos\,k\phi\, Sin\theta,$ $Sin\,k\phi\, Sin\theta,\ Cos\,\theta)$. Этот анзац для краткости будем называть анзацем "$k\phi$". Очевидно, этот анзац получается из анзаца $U_0(\vec{r})$ Скирма - Виттена дополнительным локальным вращением $U_0{}^{''k\phi''}(\vec{r}) = A^\Delta(\vec{r}) U_0(\vec{r}) A^{\Delta t}(\vec{r})$ в изотопическом пространстве, переходит в анзац Скирма - Виттена при $k = 1$ $(A^\Delta = 1)$ давая скирмион с $B = 1$. Прямой расчет нулевой компоненты барионного тока

$$J^\beta_\mu = - \frac{1}{12\pi^2} \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\, \epsilon_{ijk}\, L^j_\alpha L^i_\beta L^k_\gamma, \qquad /4/$$

где

$$L^i_\mu = \sigma \partial_\mu \phi^i - \phi^i \partial_\mu \sigma + \epsilon_{ijk} \phi^j \partial_\mu \phi^k, \qquad /5/$$

а поля $\sigma(r)$ и $\phi(r)$

$$\sigma = Cos F(r), \quad \phi^i = N^i Sin F(r). \qquad /6/$$

приводит к выражению

$$J_0^B = -\frac{1}{12\pi^2}\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\,\epsilon_{ijk}\,[\partial_\alpha N^i \partial_\beta N^j \partial_\gamma N^k \sin^3 F \cos^3 F + 3\partial_\alpha N^i \partial_\beta N^j n_\gamma N^k \sin^2 F\cdot F']; \quad \alpha,\beta,\gamma; i,j,k = 1,2,3. \qquad /7/$$

После упрощений имеем

$$J_0^B = -\frac{k}{2\pi^2}\cdot\frac{\sin^2 F}{r^2}\cdot F'(r). \qquad /8/$$

Интегрируя по объему, получаем окончательное выражение для барионного заряда /3/

$$B = -\frac{k}{\pi}\left(F(r) - \frac{\sin 2F(r)}{2}\right)\Big|_0^\infty. \qquad /9/$$

Нетрудно видеть, что при $k = 2$ и граничных условиях $F(0) = \pi$, $F(\infty) = 0$, барионное число будет равно двум, в то время как те же граничные условия при $k = 1$ дают $B = 1$. Следует подчеркнуть, что анзац Скирма - Виттена требует граничных условий $F(0) = 2\pi$, $F(\infty) = 0$ для скирмионов с $B = 2$. Как увидим ниже, эти два анзаца приводят к состояниям с различными свойствами. Подстановка анзаца /2/, /3/ при $R = 1$ и $A = 1$ приводит к следующей записи лагранжиана:

$$L = -\frac{\pi F_\pi^2}{2}\int[(k^2+1)\sin^2 F + r^2(F')^2]\,dr - \frac{2\pi}{e^2}\int\left[\frac{k^2}{r^2}\sin^2 F + (k^2+1)(F')^2\cdot\sin^2 F\right]dr, \qquad /10/$$

варьируя который получаем уравнение для $F(x)$ в безразмерных переменных $x = e\cdot F_\pi\cdot r$,

$$\left[\frac{1}{4}x^2 + (k^2+1)\sin^2 F\right]\cdot F'' + \frac{1}{2}xF' + \frac{k^2+1}{2}(F')^2\sin 2F - \frac{k^2+1}{8}\sin 2F - \frac{k^2}{x^2}\sin^2 F\sin 2F = 0. \qquad /11/$$

Решение этого уравнения в окрестности нуля ведет себя как $\pi - a r^p$, где $p = -\frac{1}{2} + (\frac{5}{4} + k^2)^{1/2}$. Асимптотическое поведение $F(r) \sim r^{-s}$. Степень асимптотики $s = \frac{1}{2} + (\frac{5}{4} + k^2)^{1/2}$. При $k = 1$ $s = 2$, что соответствует решению с анзацем Скирма - Виттена. На рис.1 мы приводим результаты расчета плотностей распределения барионного заряда, соответствующих решениям уравнения /11/ при $k = 1$ с граничными условиями $F(0) = 2\pi$ и $F(\infty) = 0$ /B = 2 - анзац Скирма - Виттена/ и $k = 2$, $F(0) = \pi$, $F(\infty) = 0$ /B = 2 - "$k\phi$"-анзац/. На рис.1 плотность умножена на x^2. Видно, что "$k\phi$"-анзац приводит к скирмиону с более компактным распределением барионного заряда, в то время как анзац Скирма - Виттена определяет некоторую оболочечную структуру. Эти распределения определяют и различные среднеквадратичные радиусы. Так, для анзаца Скирма - Виттена $\langle r^2\rangle = 17{,}16/\, F_\pi^2 e^2$, а для "$k\phi$"-анзаца $\langle r^2\rangle = 15{,}35/\, F_\pi^2 e^2$.

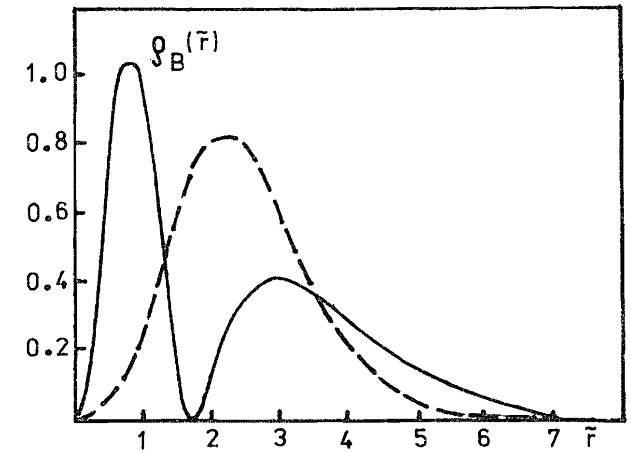

Рис.1. Плотность барионного заряда. Сплошная линия соответствует анзацу Скирма - Виттена, штриховая - "$k\phi$-анзацу".

РАСЧЕТ СПЕКТРА МАСС ДИБАРИОНА

Выделим в лагранжиане /1/ вклады временных компонент токов $L_\mu = i(\tau^a L_\mu^a)$:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \frac{F_\pi^2}{8}(\vec{L}_0\cdot\vec{L}_0) + \frac{1}{2e^2}[\vec{L}_0\times\vec{L}_k]^2. \qquad /12/$$

Расчет отдельных вкладов с использованием определения /2/ дает:

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{F_\pi^2}{8}e^{2\lambda}(\vec{L}_{\tilde k}\cdot\vec{L}_{\tilde k}) - \frac{1}{4e^2}e^{4\lambda}[\vec{L}_{\tilde k}\times\vec{L}_{\tilde i}]^2, \qquad /13/$$

$$(\vec{L}_0\cdot\vec{L}_0) = (\vec{L}_0\cdot\vec{L}_0)_{rot} + \tilde r^2[F']^2\dot\lambda^2, \qquad /14/$$

$$[\vec{L}_0\times\vec{L}_k]^2 = e^{2\lambda}\{[\vec{L}_0\times\vec{L}_{\tilde k}]^2_{rot} + 2\sin^2 F\cdot[F']^2\cdot\dot\lambda^2\}. \qquad /15/$$

В выражениях /13/, /14/, /15/

$$(\vec{L}_o \cdot \vec{L}_o)_{rot} = [\vec{\phi}\times\vec{\omega}]^2 + 2([\vec{\phi}\times\vec{\omega}]^i [\vec{\Omega}\times\vec{r}]^k \vec{\partial}_k \phi^i) + + ([\vec{\tilde{r}} \times \vec{\Omega}]^i \tilde{\partial}_i \vec{\phi})^2, \quad /16/$$

$$[\vec{L}_o \times \vec{L}_{\bar{K}}]^2_{rot} = ([\vec{\phi}\times\vec{\omega}]^2 + ([\vec{\tilde{r}} \times \vec{\Omega}]^i \tilde{\partial}_i \vec{\phi})^2 (\tilde{\partial}_k \sigma \tilde{\partial}_k \sigma + (\tilde{\partial}_k \vec{\phi} \tilde{\partial}_k \vec{\phi})) - [([\vec{\phi}\times\vec{\omega}], \tilde{\partial}_k \phi) + [\vec{\tilde{r}} \times \vec{\Omega}]^i \tilde{\partial}_i \vec{\phi}\, \tilde{\partial}_k \vec{\phi}]^2 + + 2([\vec{\phi}\times\vec{\omega}] \cdot [\vec{\Omega}\times\vec{\tilde{r}}]^i \tilde{\partial}_i \vec{\phi})(\tilde{\partial}_j \sigma \tilde{\partial}_j \sigma + (\tilde{\partial}_j \vec{\phi} \tilde{\partial}_j \vec{\phi})). \quad /17/$$

Здесь $\tilde{x}_i = R^{-1}_{ik} x_k e^{\lambda}$, $\tilde{\partial}_i = R_{ik}\, \partial/\partial(x_k e^{\lambda})$, частоты изотопических и пространственных вращений определены согласно следующим равенствам:

$$I^{-1}_{ik} \dot{I}_{kj} = \epsilon_{ijk} \omega_k, \quad /18/$$

$$R^{-1}_{ik} \dot{R}_{kj} = -\epsilon_{ijk} \Omega_k. \quad /19/$$

В /18/ матрица $I_{ik} = \frac{1}{2}\,\mathrm{tr}(\tau^i A \tau^k A^+)$ поля $\vec{\phi}$ и σ в формулах /16, 17/ зависят от аргумента $\tilde{x}_i$. Воспользовавшись вышеприведенными выражениями, после канонического преобразования, определяя сопряженные импульсы

$$P_\lambda = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\lambda}}, \quad T_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_i}, \quad S_i = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Omega_i}. \quad /20/$$

и переходя к соответствующим операторным величинам, приходим к квантовому эффективному гамильтониану

$$\hat{H} = \frac{F_\pi}{e}(M_2 e^{-\lambda} + M_4 e^{\lambda}) + [-\frac{1}{4V_2(\lambda)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial\lambda^2} + + \frac{\hat{T}^2}{4(Q_2(\lambda) + 7\Delta(\lambda))} + \frac{\hat{S}^2}{4(\frac{7}{4}Q_2(\lambda) - 19\Delta(\lambda))} + \quad /21/$$

$$+\frac{1}{16}([Q_2 - 16\Delta]^{-1} - [Q_2 - 7\Delta]^{-1} - 4[\frac{7}{4}Q_2 - 19\Delta]^{-1})\hat{S}_3^2]\cdot F_\pi e^3,$$

где $\hat{S}$ и $\hat{T}$ суть операторы спина и изоспина, а величины M_2, M_4, $V_2(\lambda)$, $Q_2(\lambda)$, $\Delta(\lambda)$ определены следующими интегралами:

$$M_2 = \frac{\pi}{2} \int [(F')^2 + \frac{5}{x^2}\mathrm{Sin}^2 F]\,dx, \quad /22/$$

$$M_4 = 2\pi \int \mathrm{Sin}^2 F[5(F')^2 + \frac{4}{x^2}\mathrm{Sin}^2 F]\,dx, \quad /23/$$

$$Q_2(\lambda) = \frac{\pi}{3}\int x^2 \mathrm{Sin}^2 F(e^{-3\lambda} + 4e^{-\lambda}[(F')^2 + \frac{5}{x^2}\mathrm{Sin}^2 F])\,dx, \quad /24/$$

$$\Delta(\lambda) = \frac{\pi}{3} e^{-\lambda} \int \mathrm{Sin}^4 F(x)\,dx, \quad /25/$$

$$V_2(\lambda) = \frac{\pi}{2}\int x^2[x^2 e^{-3\lambda} + 20 e^{-\lambda}\mathrm{Sin}^2 F](F')^2\,dx. \quad /26/$$

Используемый анзац устроен так, что вращению вокруг 3-й оси, соответствует изовращение вокруг той же оси на двойной угол. Это обстоятельство приводит к связи между третьими проекциями спина и изоспина в системе, связанной с телом: $S_3^{b.f.} = -2T_3^{b.f.}$ Эту связь следует рассматривать как операторное ограничение на выбор волновых функций. Ротационная часть гамильтониана диагонализуется произведением D-функций, представляющих собой матрицы конечных вращений в координатном и изоспиновом пространствах,

$$\Psi \sim D^T_{M_T L} \cdot D^S_{M_S - 2L}. \quad /27/$$

Индексы в /27/ имеют общепринятый смысл и принимают целочисленные значения, так как в данном случае мы имеем дело с бозоном. Теперь остается решить уравнение Шредингера для вибрационной степени свободы λ. Задача решалась в гармоническом приближении. С этой целью функция $V_2(\lambda)$ оценивалась в точке минимума потенциала $\nu(\lambda, S, T_3, S_3)$. Последний представляет собой часть выражения /21/ без кинетического члена $\sim \partial^2/\partial\lambda^2$, в которой операторные величины следует заменить их собственными значениями $\hat{T}^2 \Rightarrow T(T+1)$, $\hat{S}^2 \Rightarrow S(S+1)$ и $\hat{S}_3^2 \Rightarrow S_3^2$. Здесь мы приводим результаты расчетов для состояний с T = 2 и вибрационными квантовыми числами n = 0,1. Расчет проводился с константами F_π = 129 МэВ и e = 5,45 из [2]. Результаты расчетов представлены на рис.2, где точками отмечены

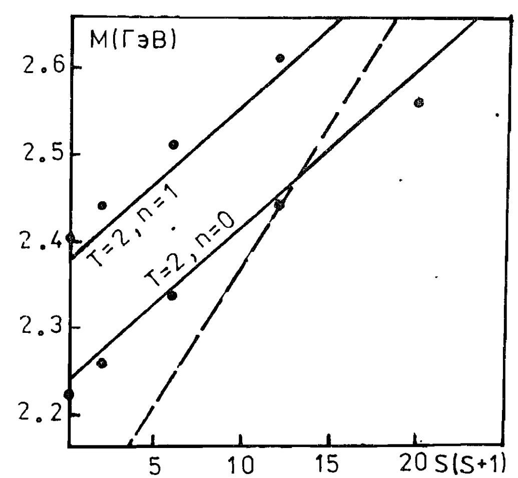

Рис.2. Массы дибарионных состояний. Точки – настоящий расчет с учетом вибраций, штриховая линия – без учета вибраций. Сплошные прямые линии соответствуют данным из [4].

значения масс дибарионов в зависимости от спина. Выбранные значения $T_3 = S_3 = 0$ соответствуют электрическому заряду дибариона $Q = +1$. На рис.2 прямыми линиями изображены предсказания /4/, следующие из анализа некоторых экспериментальных данных, по обнаружению узких дибарионных состояний. Там же представлена расчетная прямая, соответствующая расчету без учета монопольных вибраций. Из сравнения, видим, что учет вибрационной степени свободы меняет наклон ротационной полосы и абсолютные значения получающихся масс состояний.

Расчет же с анзацем Скирма -Виттена для состояний с $B = 2$ и $T = S = 2$ приводит к существенно большей массе состояний, равной 2,76 ГэВ.

В заключение подчеркнем, что использование анзаца Скирма - Виттена и "$k\phi$"-анзаца приводит к дибарионным состояниям с существенно различными массами. Анзац "$k\phi$" приводит к ротационным полосам в расчетном спектре масс дибарионов с заданным изоспином. Наклон и положение ротационных полос существенно определяется учетом вибрационных степеней свободы.

Авторы благодарны профессору В.К.Лукьянову и А.И.Титову за полезные обсуждения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Skyrme T.H.R. Nucl.Phys., 1962, 31, p.556.
2. Adkins G., Nappi C., Witten E. Nucl.Phys., 1983, B 228, p.552.
3. Weigel H., Schwesinger B., Holzwarth G. Siegen University preprint SI-85-22.
4. Tatischeff B. Phys.Lett., 1985, B154, p.107.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июля 1986 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Николаев В.А., Ткачев О.Г. Р4-86-515
Ротационные полосы в спектре масс нестранных дибарионов

Выводится эффективный квантовый гамильтониан нестранных дибарионов в SU(2)-модели Скирма с учетом вращений и монопольных вибраций скирмиона. При выводе используется анзац, в котором дополнительная единица барионного заряда обусловлена локальным изовращением. Вычислены плотность распределения барионного заряда и спектр масс дибарионов для состояний с изоспином, равным двум.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Nikolaev V.A., Tkachev O.G. P4-86-515
Rotational Bands in Nonstrange Dibaryon Mass Spectrum

The effective quantum Hamiltonian for nonstrange dibaryons in SU(2) Skyrme model is deduced. The rotations and vibrations of skyrmion are taken into account. The ansatz where the additional winding number of the fields is obtained by dubling the twist in the isovector fields rather than in the chiral angle is used. The baryon density and mass spectra are calculated for the states with isospin equal to two units.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986