сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P4-86-514

В.А.Николаев, Э.Рока*

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ВЫРОЖДЕНИИ НЕКОТОРЫХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ НУКЛОНА В МОДЕЛИ СКИРМА

*Институт ядерных исследований, Гавана

1986

1. В терминологии, принятой в теории атомного ядра, модель кваркового мешка в настоящее время представляет собой потенциальную модель среднего поля. После того как в ней будут учтены остаточные силы, обязанные глюонным обменам, а также вакуумные флуктуации кварк-антикварковых пар, эта модель будет представлять собой аналог микроскопической модели ядра.

Модель Скирма /1/ можно отнести к разряду коллективных моделей нуклона /в ядерной терминологии/. Коллективные переменные модели Скирма определяют классические конфигурации пионного поля, принимаемые во внимание. Считается, что некоторый набор конфигураций поля является в некотором смысле наиболее важным. Это означает, что достаточно полный набор коллективных переменных, зависящих от времени, определит такое зависящее от времени поле, которое приближенно удовлетворяет уравнениям Эйлера - Лагранжа модели.

Впервые коллективные переменные, соответствующие вращению нуклона, были введены в модели пионного поля, связанного с источником /2/. Недавно /3/ они были использованы для квантования модели Скирма методом введения коллективных координат. В /4,5/ был вычислен эффективный гамильтониан, учитывающий ротационные и монопольные вибрационные степени свободы без учета и с учетом явного нарушения киральной инвариантности мезонным массовым членом лагранжиана.

В работе /5/ было обнаружено вырождение некоторых уровней в спектре эффективного гамильтониана. Расчет был проведен при фиксированном значении констант, определяющих лагранжиан модели. В настоящей работе мы приводим результаты расчетов для некоторого набора значений констант связи. Показано, что обнаруженное вырождение проявляется при произвольных значениях постоянных связи.

2. Опишем кратко принципы квантования модели и схему расчетов. Модель Скирма задается плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = \frac{F_\pi^2}{16}\,\mathrm{tr}\,L_\mu L_\mu + \frac{1}{32e^2}\,\mathrm{tr}[L_\mu, L_\mu]^2 , \qquad /1/$$

выраженного через токи

$$L_\mu = U^+\partial_\mu U; \quad U(\vec{r}, t) = \exp[i2\vec{\tau}\vec{\pi}/F_\pi],$$

где $\vec{\pi}(\vec{r}, t)$ - изотриплет псевдоскалярных полей, а τ_i - 2х2-матрицы Паули. Входящие в лагранжиан постоянные F_π и e суть постоянная пионного распада / $F_\pi \approx 186$ МэВ/ и феноменологический параметр. На первом этапе расчетов решается уравнение Эйлера - Лагранжа стационарной задачи для анзаца Скирма /3/ $U_0(\vec{r}) = \exp[i\vec{\tau}\vec{n}\theta(\vec{r})]$, где $\vec{r} = F_\pi e r$, $\vec{n} = \vec{r}/|\vec{r}|$:

$$(\tilde{r}^2 + 8\sin^2\theta)\theta'' + 2\tilde{r}\theta' + 4\sin 2\theta(\theta')^2 - \sin 2\theta - \frac{4\sin^2\theta\cdot\sin 2\theta}{\tilde{r}^2} = 0 \qquad /2/$$

с граничными условиями $\theta(0) = \pi$ и $\theta(\infty) = 0$, соответствующими единичному барионному заряду солитона. Решение определяет классическую массу солитона M.

Введение ротационных степеней свободы делается с помощью изотопических вращений стационарного решения

$$U(t, \vec{r}) = A(t)\, U_0(\vec{r})\, A^+(t)\,, \qquad /3/.$$

где $A(t) = a_0(t) + i\vec{\tau}\vec{a}(t)$ - 2x2 унитарная унимодулярная матрица. Подстановка /3/ в лагранжиан, где явно выделены временные компоненты токов,

$$L = -M - \frac{F_\pi^2}{16}\int d^3r\, tr(L_0, L_0) - \frac{2}{32 e^2}\int tr[L_k, L_0]^2 d^3r\,, \qquad /4/$$

приводит к эффективному лагранжиану

$$L = -M + \Omega\, tr(\dot{A}(t)\dot{A}^+(t))\,, \qquad /5/$$

где Ω - интеграл, определяющий момент инерции. Этот лагранжиан явно инвариантен относительно левых и правых умножений матрицы A на произвольные постоянные матрицы группы SU(2), которой принадлежат сами матрицы A. Таким образом, мы имеем дело с реализацией КЭЛИ $SU(2) \times SU(2)$ группы с помощью левых и правых преобразований исходной группы SU(2). Генераторами левых и правых преобразований являются операторы

$$J_i = \frac{1}{2} i\left(a_i \frac{\partial}{\partial a_0} - a_0 \frac{\partial}{\partial a_i} - \epsilon_{i\ell m} a_\ell \frac{\partial}{\partial a_m}\right),$$
$$I_j = \frac{1}{2} i\left(a_0 \frac{\partial}{\partial a_j} - a_j \frac{\partial}{\partial a_0} - \epsilon_{j\ell m} a_\ell \frac{\partial}{\partial a_m}\right). \qquad /6/$$

Эти операторы действуют на пространстве функций коллективных переменных a_0, $\vec{a}$ и определяют операторы спина и изоспина в модели Скирма. Гамильтониан модели, учитывающий только вращения, представляет собой гамильтониан сферического ротатора и определяет состояния с равными значениями спина и изоспина. Рассмотрение монопольных вибраций осуществляется подстановкой в /4/ более общего анзаца

$$U(t, \vec{r}) = A(t)\, U_0(e^{\lambda(t)}\vec{r})\, A^+(t)\,. \qquad /7/$$

Зависящий от времени скалярный параметр λ выступает в роли коллективной переменной, описывающей монопольные вибрации. После проведения канонической процедуры квантования и диагонализации по угловым переменным приходим к эффективному гамильтониану

$$H = \frac{P_\lambda^2}{2A(\lambda)} + B(\lambda) + \frac{j(j+1)}{C(\lambda)}\,. \qquad /8/$$

В /8/ P_λ - импульс, соответствующий монопольным вибрациям; j - спин /равный изоспину/ состояния. Эффективная масса A, потенциал B и момент инерции C даются следующими выражениями:

$$A(\lambda) = e^{-3\lambda}Q_2 + e^{-\lambda}Q_4\,,$$
$$B(\lambda) = e^{-\lambda}V_2 + e^{\lambda}V_4 + e^{-3\lambda}V_6\,, \qquad /9/$$
$$C(\lambda) = e^{-3\lambda}I_2 + e^{-\lambda}I_4\,.$$

Коэффициенты Q_i, V_i, I_i определяются следующими интегралами

$$Q_2 = \frac{\pi}{e^3 F_\pi}\int_0^\infty (\theta')^2\tilde{r}^4 d\tilde{r}\,, \qquad /10/$$

$$Q_4 = \frac{8\pi}{e^3 F_\pi}\int_0^\infty (\theta')^2\tilde{r}^2\sin^2\theta\, d\tilde{r}\,, \qquad /11/$$

$$V_2 = \frac{\pi F_\pi}{2e}\int_0^\infty \tilde{r}^2\left((\theta')^2 + \frac{2\sin^2\theta}{\tilde{r}^2}\right) d\tilde{r}\,, \qquad /12/$$

$$V_4 = \frac{2\pi F_\pi}{e}\int_0^\infty \sin^2\theta\left(2(\theta')^2 + \frac{\sin^2\theta}{\tilde{r}^2}\right) d\tilde{r}\,, \qquad /13/$$

$$V_6 = \frac{m_\pi^2\cdot\pi}{e^2 F_\pi}\int_0^\infty \tilde{r}^2(1 - \cos\theta)\, d\tilde{r}\,, \qquad /14/$$

$$I_2 = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{1}{e^3 F_\pi}\right)\int_0^\infty \tilde{r}^2\sin^2\theta\, d\tilde{r}\,, \qquad /15/$$

$$I_4 = \frac{16\pi}{3}\left(\frac{1}{e^3 F_\pi}\right)\int_0^\infty \left((\theta')^2 + \frac{\sin^2\theta}{\tilde{r}^2}\right)\tilde{r}^2\sin^2\theta\, d\tilde{r}\,. \qquad /16/$$

В интегралы /10-16/ входит решение стационарного уравнения с $m_\pi = 0$ или $m_\pi \neq 0$ в зависимости от рассматриваемого случая. В случае $m_\pi = 0$ интеграл /14/, очевидно, выпадает из $B(\lambda)$ в /9/.

3. Спектр масс определяется решением уравнения Шредингера с гамильтонианом /8/.

В таблице даны результаты расчетов для набора значений константы связи e, покрывающего области используемых в литературе значений $/m_\pi = 0,\ F_\pi = 186,4$ МэВ/.

Таблица

	$E_{n,j}$, МэВ				
e	$E_{0,1/2}$	$E_{1,1/2}$	$E_{0,3/2}$	$E_{1,3/2}$	$E_{2,1/2}$
4,76	1617	–	1784		
6	1394	1653	1623	–	
7	1288	–	1552	1791	
9	1179	1481	1475	–	
9,42	1163	1470	1465	1721	1729
11	1126	1443	1441	1699	–
13	1098	1422	1421	1684	–
15	1080	1410	1407	1676	–
20	1057	1397	1389	1659	–
25	1047	1389	1382	1654	–

Расчетные значения обнаруживают вырождение состояний $|1,1/2\rangle$ и $|0,3/2\rangle$, практически не зависящее от константы связи e. Следующие состояния $|1,3/2\rangle$ и $|2,1/2\rangle$, энергии которых были вычислены для $e = 9,42$, соответствующей экспериментальной разности масс нуклона и Δ-резонанса, также практически вырождены по энергии.

Обнаруженное вырождение, возможно, свидетельствует о неполноте выбранного набора коллективных переменных. В связи с этим можно, однако, сделать следующее замечание. Если мы обратимся к лежащим над Δ- и репер-резонансами экспериментально наблюдаемым состояниям $|n+1,j\rangle$ и $|n,j+1\rangle$, то они, действительно, подтверждают такое вырождение. Так, например, практически вырождены состояния 3/2 $(3/2^+)\ P''_{33}$ – $\Delta(1690)$ и 1/2 $(1/2^+)\ P''_{11}$ – N(1710), которые представляют собой в нашей схеме первое вибрационное возбуждение над Δ, и второе возбужденное состояние с квантовыми числами нуклона.

Таким образом, скорее всего, найденное вырождение отвечает природе вещей, а в низколежащей области спектра существует причина /взаимодействие/, снимающая такое вырождение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Skyrme T.H.R. Nucl.Phys., 1962, 31, p.556.
2. Pauli W., Dancoff S.M. Phys.Rev., 1942, 62, p.85.
3. Adkins G., Nappi C., Witten E. Nucl.Phys., 1983, B228, p.552.
4. Biedenharn L.C., Dothan Y., Tarlini M. Phys.Rev., 1985, D31, p.649.
5. Николаев В.А., Рока Э. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 14-86, Дубна, 1986, с.28.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июля 1986 года.

Николаев В.А., Рока Э. Р4-86-514
Об энергетическом вырождении некоторых возбужденных состояний нуклона в модели Скирма

Вычислены массы возбужденных состояний нуклона в SU(2)-модели Скирма с учетом ротационных и монопольных вибрационных степеней свободы. Показано, что состояния $|n+1,j\rangle$ и $|n,j+1\rangle$, где символ n нумерует состояния с данным спином j, практически вырождены по энергии. Экспериментально такое вырождение наблюдается только для высоколежащих состояний.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Nikolaev V.A., Roka H. R4-86-514
About Energy Degeneracy of Some Nucleon Excited States in Skyrme Model

The masses of nucleon excited states are calculated in the framework of SU(2) Skyrme model. Rotational and monopol vibrational degrees of freedom are taken into account. It is shown that the states... $|n+1,j\rangle$ and ... $|n,j+1\rangle$, where n nambers states with a given spin...j have practically the same energy. Such a degeneracy is observed experimentally only for the high excited states.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986