

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P4-85-960

И.Н.Михайлов, П.Н.Усманов*, Э.Х.Юлдашбаева*

**"ГИГАНТСКИЙ УГЛОВОЙ РЕЗОНАНС"
И СТРУКТУРА НИЖАЙШИХ СОСТОЯНИЙ
ЯДЕР**

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Институт ядерной физики АН УзССР

1985

1. Введение

В литературе неоднократно отмечалась возможность описания неадиабатических характеристик β - и γ -полос деформированных ядер в рамках моделей, включающих кориолисово смешивание состояний этих полос с некоторой S-полосой, имеющей квантовые характеристики $K^\pi = 1^+$ [1,2].

Настоящая работа посвящена выяснению физических причин, приводящих к такому смешиванию. Мы предполагаем, что состояния полосы $K^\pi = 1^+$ соответствуют возбуждению "гигантского углового резонанса", предсказанного теоретически в работе [3,4] и соответствующего относительным перемещениям осей симметрии протонной и нейтронной компонент ядра. Такие возбуждения подробно изучались теоретически в рамках различных подходов [4,5] и были идентифицированы экспериментально в отдельных ядрах [6].

На основе этого предположения оказывается возможным построить модель с небольшим числом параметров, описывающую неадиабатические эффекты в спектре ротационных полос и в электромагнитных характеристиках состояний положительной четности деформированных четно-четных ядер.

2. "Двухротонная" модель ядра

Следуя [3], рассмотрим модель ядра, описываемого как два аксиальных ротатора (протонного и нейтронного), которые могут двигаться друг относительно друга, как показано на рис. 1.

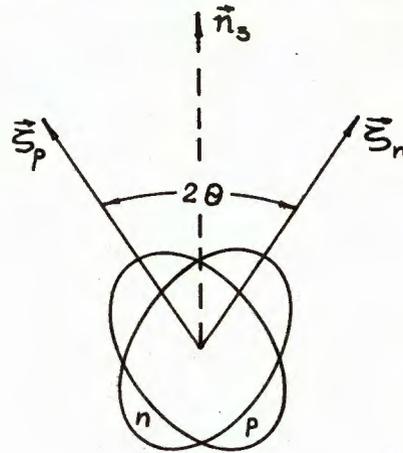


Рис. 1

Введем переменную θ , равную половине угла между осями симметрии ротаторов, направление которых определено единичными векторами ξ_p и ξ_n ,

$$\cos(2\theta) = \xi_p \cdot \xi_n, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

Ориентацию ядра в целом определим правой ортонормированной тройкой векторов

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= \xi_p \times \xi_n / \sin(2\theta), \\ \vec{n}_2 &= (\xi_p - \xi_n) / 2 \sin \theta, \\ \vec{n}_3 &= (\xi_p + \xi_n) / 2 \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Движению в направлении угла θ противодействует сила, вклад в энергию от которой определяется функцией $V(\theta)$. При $\theta \ll (\pi/4)$ (и при $\frac{\pi}{2} - \theta \ll \frac{\pi}{4}$) считаем

$$\begin{aligned} V(\theta) &= \frac{1}{2} c \theta^2, \\ (V(\frac{\pi}{2} - \theta) &= \frac{1}{2} c (\frac{\pi}{2} - \theta)^2). \end{aligned} \quad (3)$$

В работе [3] протонная и нейтронная компоненты рассматриваются как бесструктурные системы; здесь же мы допускаем наличие внутренних возбуждений этих подсистем со свойствами, типичными для аксиальных ядер. Более конкретно, мы считаем, что внутренние состояния каждой из подсистем характеризуются сохраняющимся квантовым числом проекции внутреннего углового момента на ось симметрии подсистемы (K_p, K_n). Эти числа совпадают с проекцией полного протонного (нейтронного) углового момента на ось симметрии протонной (нейтронной) компоненты ядра:

$$(\xi_p \vec{I}_p) \Psi = K_p \Psi, \quad (\xi_n \vec{I}_n) \Psi = K_n \Psi. \quad (4)$$

Гамильтониан ядра мы записываем в виде

$$\hat{H} = \hat{T}_p + \hat{T}_n + V(\theta) + \mathcal{H}_{intr}, \quad (5)$$

где

$$\hat{T}_i = \frac{1}{2} A_{+,-}^i (I_+^i I_-^i + I_-^i I_+^i) + A_{+,+}^i (I_+^i)^2 + A_{-,-}^i (I_-^i)^2. \quad (6)$$

Здесь индекс i различает протонную и нейтронную компоненты. Операторы I_{\pm}^i представляют собой компоненты оператора углового мо-

мента протонов (или нейтронов), определенные во внутренней системе соответствующей компоненты ядра (протонной или нейтронной). Ось 3 внутренней системы координат принимаем совпадающей с осью аксиальной симметрии \hat{z}_i ($i = p$ или n). Выбор осей 1 и 2 нейтронной и протонной компонент ограничен лишь условием ортогональности по отношению к оси симметрии соответствующей подсистемы. Это обстоятельство накладывает некоторые ограничения на инерционные функции $A_{\nu, \nu'}$, которые в нашей модели являются операторами, действующими на внутренние волновые функции. Условие аксиальной симметрии отдельной подсистемы (нейтронной или протонной) можно сформулировать как условие коммутации оператора \hat{T}_i с проекцией внутреннего углового момента подсистемы \hat{j}_3 на ось симметрии:

$$[\hat{T}_i, \hat{j}_3^i] = [\hat{T}_i, \hat{j}_3^i].$$

Воспользовавшись правилами коммутации внутренних угловых моментов $[\hat{I}_\nu^i, \hat{I}_{\nu'}^i] = -i \epsilon_{\nu\nu'\mu} \hat{I}_\mu^i$, а также условием эрмитовости оператора \hat{T}_i , найдем, что

$$[A_{+,-}^i, \hat{j}_3^i] = 0,$$

$$[A_{+,+}^i, \hat{j}_3^m] = \delta_{i,m} 2 A_{+,+}^i = \delta_{i,m} 2 (A_{-,-}^i)^\dagger.$$

Из последних соотношений следует, что $A_{+,-}$ имеет отличные матричные элементы по внутренним функциям $\langle j_2 | A_{+,-} | j_1 \rangle$, когда $K_i(1) = K_i(2)$, $(\hat{j}_3^i | j_1) = K_i(1) | j_2 \rangle$. Аналогично $\langle j_2 | A_{+,+} | j_1 \rangle \neq 0$, если $K_i(1) - K_i(2) = 2$.

Представим операторы \hat{T}_i в виде суммы двух слагаемых

$$\hat{T}_i = \hat{T}_i^0 + \hat{T}_i', \quad (7)$$

где

$$\hat{T}_i^0 = \frac{1}{2} \sum_i A_i^0 (I_+^i I_-^i + I_-^i I_+^i), \quad (8)$$

$$\hat{T}_i' = \sum_i \left\{ \frac{1}{2} \alpha_i (I_+^i I_-^i + I_-^i I_+^i) + A_{+,+}^i (I_+^i)^2 + A_{-,-}^i (I_-^i)^2 \right\}. \quad (9)$$

Здесь A_i^0 — числовые параметры ($A_i^0 = 1/2 \mathcal{J}_i$), где \mathcal{J}_i — момент инерции i -ой подсистемы, $\alpha_i = (A_{+,+}^i - A_{-,-}^i)$. Формально, A_i^0 можно считать средним от $A_{+,+}^i$ по волновой функции основного состояния ядра; фактически, мы предполагаем возможной более или менее независимую параметризацию \hat{T}_i^0 и \hat{T}_i' .

Выражая операторы I_\pm^i через I_i в соответствии с (7), гамильтониан (5) записываем в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{T}_p' + \hat{T}_n', \quad (10)$$

где

$$\hat{H}_0 = A_p^0 (\hat{I}_p^2 - \kappa_p^2) + A_n^0 (\hat{I}_n^2 - \kappa_n^2) + V(\Theta) + \mathcal{H}_{intr}. \quad (11)$$

Анализ модели разбивается на два этапа. На первом этапе изучается спектр оператора \hat{H}_0 , а на втором — эффекты связи, описываемые членами \hat{T}_i' .

3. Спектр и собственные функции оператора \hat{H}_0

Оператор \hat{H}_0 описывает систему, в которой связь коллективного движения и внутренних возбуждений протонного и нейтронного роторов отсутствует. Единственное отличие оператора (11) от гамильтониана, рассмотренного в [3], состоит в наличии члена \mathcal{H}_{intr} , благодаря которому внутренние состояния нейтронной и протонной компоненты могут иметь не равные нулю проекции углового момента на соответствующие оси симметрии. Это обстоятельство существенно изменяет физическую картину движения системы, но не мешает использовать для дальнейшего анализа методы, примененные в процитированной работе. Как и там, мы вводим полный угловой момент системы в целом (\vec{I}) и "относительный" угловой момент движения двух компонент (\vec{S}):

$$\vec{I} = \vec{I}_p + \vec{I}_n, \quad \vec{S} = \vec{I}_p - \vec{I}_n \quad (12)$$

и переписываем гамильтониан \hat{H}_0 в виде

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_{0,0} + \hat{H}_{0,1}, \quad (13)$$

где

$$\hat{H}_{0,0} = \frac{1}{4} (A_p^0 + A_n^0) (\vec{I}^2 + \vec{S}^2) + V(\Theta) + \mathcal{H}_{intr}, \quad (14)$$

$$\hat{H}_{0,1} = \frac{1}{2} (A_p^0 - A_n^0) (\vec{I} \cdot \vec{S}). \quad (15)$$

В работе /3/ фактически оператор $\hat{H}_{0,1}$ был оставлен без рассмотрения, как "малый" по отношению к $\hat{H}_{0,0}$. В дальнейшем будет показано, что этот член гамильтониана играет важную роль в динамике системы. Однако рассмотрение удобно начать с задачи построения базисных функций, определенных как собственные функции оператора $\hat{H}_{0,0}$.

Ищем решения задачи Шредингера

$$\hat{H}_{0,0} \Psi = E \Psi \quad (16)$$

Волновые функции Ψ можно представить в виде

$$\Psi = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2}\right)^{1/2} \sum_K \sum_{\sigma, \sigma'} D_{M,K}^I(\alpha, \beta, \gamma) \varphi_{K, \sigma, \sigma'}(\theta) \chi_{\sigma, \sigma'} C_{K, \sigma, \sigma'}$$

Суммирование по K идет от $-I$ до I , σ и σ' принимают значения ± 1 . Суммирование по σ и σ' появляется в результате отыскания решений задачи (16) с определенными свойствами симметрии. Условия симметрии возникают из требования инвариантности функции Ψ по отношению к преобразованиям, описывающим поворот оси симметрии протонной и нейтронной компонент на угол \mathcal{R} . Из трех преобразований такого типа

$$\hat{D}_1 \begin{cases} i) \bar{\xi}_p \rightarrow -\bar{\xi}_p, k_p \rightarrow -k_p; \bar{\xi}_n \rightarrow \bar{\xi}_n, k_n \rightarrow k_n; \\ \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta; \bar{n}_1 \rightarrow -\bar{n}_1, \bar{n}_2 \rightarrow -\bar{n}_3, \bar{n}_3 \rightarrow -\bar{n}_2, \\ D(\alpha, \beta, \gamma) \rightarrow D(\alpha', \beta', \gamma'), (\alpha', \beta', \gamma') = \hat{R}_1\left(\frac{\pi}{2}\right) \hat{R}_3(\mathcal{R})(\alpha, \beta, \gamma) \end{cases}$$

$$\hat{D}_2 \begin{cases} ii) \bar{\xi}_p \rightarrow \bar{\xi}_p, k_p \rightarrow k_p; \bar{\xi}_n \rightarrow -\bar{\xi}_n, k_n \rightarrow -k_n; \\ \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta; \bar{n}_1 \rightarrow -\bar{n}_1, \bar{n}_2 \rightarrow \bar{n}_3, \bar{n}_3 \rightarrow \bar{n}_2, \\ (\alpha', \beta', \gamma') = \hat{R}_1\left(-\frac{\pi}{2}\right) \hat{R}_3(\mathcal{R})(\alpha, \beta, \gamma) \end{cases}$$

$$\hat{D}_3 \begin{cases} iii) \bar{\xi}_p \rightarrow -\bar{\xi}_p, k_p \rightarrow -k_p; \bar{\xi}_n \rightarrow -\bar{\xi}_n, k_n \rightarrow -k_n; \\ \theta \rightarrow \theta; \bar{n}_1 \rightarrow \bar{n}_1, \bar{n}_2 \rightarrow -\bar{n}_2, \bar{n}_3 \rightarrow -\bar{n}_3, \\ (\alpha', \beta', \gamma') = \hat{R}_1(\mathcal{R})(\alpha, \beta, \gamma) \end{cases}$$

только два являются независимыми: $\hat{D}_3 = \hat{D}_2 \cdot \hat{D}_1$.

Инвариантность Ψ по отношению к преобразованию \hat{D}_1 устанавливает связь между значениями функций φ_{K, k_p, k_n} в точках θ и $\frac{\pi}{2} - \theta$:

$$\varphi_{K, \sigma, \sigma'}(\theta) C_{K, \sigma, \sigma'} = \sum_{K'} (-1)^K d_{K, K'}^I\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{K', -\sigma, \sigma'} \varphi_{K', -\sigma, \sigma'}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (16)$$

Из условия инвариантности Ψ по отношению к преобразованию \hat{D}_3 следует соотношение

$$C_{K, \sigma, \sigma'} \varphi_{K, \sigma', k_n, \sigma', k_p}(\theta) = (-1)^I C_{-K, -\sigma, -\sigma'} \varphi_{-K, -\sigma', k_n, -\sigma', k_p}(\theta),$$

из которого следует, что решения уравнения Шредингера, имеющие физический смысл, имеют вид

$$\Psi = \left(\frac{2I+1}{16\pi^2}\right)^{1/2} \sum_{K \geq 0} (1 + \delta_{K,0} \delta_{K_p + k_n, 0}) \sum_{\sigma, \sigma'} C_{K, \sigma, \sigma'} \varphi_{K, \sigma, k_n, \sigma', k_p}(\theta) \cdot \left\{ D_{M, K}^I \chi_{\sigma, k_n, \sigma', k_p} + (-1)^I D_{M, -K}^I \chi_{-\sigma, k_n, -\sigma', k_p} \right\}; \left(\sum_{K, \sigma, \sigma'} |C_{K, \sigma, \sigma'}|^2 = 1 \right) \quad (17)$$

Решение уравнения (16) достигается выражением, входящим в гамильтониан операторов в терминах проекций \hat{I} и \hat{S} на внутренние оси:

$$I_k = \hat{I} \cdot \bar{n}_k, \quad S_k = \frac{1}{2} (\hat{S} \bar{n}_k + \bar{n}_k \hat{S}) \quad (k=1, 2, 3) \quad (18)$$

Действие оператора I_k на обобщенные сферические функции определяется формулами /7/. Реализация операторов может быть получена на основании анализа коммутационных соотношений шести операторов I_k , S_k и угловой переменной θ (см. /3, 4/).

Имеем

$$S_1 = i \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad S_2 = \frac{\hat{I}}{\sin \theta} - \text{ctg} \theta \cdot \hat{I}_3, \quad (19)$$

$$S_3 = \frac{\hat{O}}{\cos \theta} - \text{tg} \theta \cdot \hat{I}_2,$$

$$\hat{J} = \hat{J}_3^p + \hat{J}_3^n,$$

$$\hat{O} = \hat{J}_3^p - \hat{J}_3^n.$$

Формулы обратного преобразования от проекций операторов I, S на внутренние оси к проекциям на лабораторные оси имеют вид

$$I_j^{lab} = \sum_k n_k^j I_k^{тело}, \quad S_j^{lab} = \sum_k n_k^j (S_k^{тело} + i \delta_{k,1} \text{ctg}(2\theta)). \quad (20)$$

Используя формулы (19), (20) в формулах (14), (15), получаем

$$\hat{H}_{0,0} = \frac{1}{4} (A_p^0 + A_n^0) \left\{ I(I+1) - \frac{\partial^2}{\partial \Theta^2} + \left(\frac{\hat{I}}{\sin \Theta} - \text{ctg} \Theta \cdot \hat{I}_3 \right)^2 + \left(\frac{\hat{0}}{\cos \Theta} - \text{tg} \Theta \cdot \hat{I}_2 \right)^2 - (1/\sin^2(2\theta)) - 1 \right\} + V(\Theta) + \mathcal{H}_{intr}, \quad (21)$$

$$\hat{H}_{0,1} = \frac{1}{2} (A_p^0 - A_n^0) \left\{ i \hat{I}_1 \frac{\partial}{\partial \Theta} + \hat{I}_2 \frac{\hat{I}}{\sin \Theta} + \hat{I}_3 \frac{\hat{0}}{\cos \Theta} - \frac{1}{2} (\hat{I}_2 \hat{I}_3 + \hat{I}_3 \hat{I}_2) (\text{ctg} \Theta + \text{tg} \Theta) \right\}. \quad (22)$$

Гамильтониан $\hat{H}_{0,0}$ не коммутирует ни с одной из проекций углового момента на внутренние оси, что означает отсутствие аксиальной симметрии при конечных значениях Θ . Однако отклонения от аксиальной симметрии оказываются несущественными, если функции $\Psi(\Theta)$ локализованы в окрестности $\Theta=0$ и $\Theta=\pi/2$. В силу (16) достаточно установить вид функции в окрестности одной из этих точек, например, при $\Theta \ll \pi/4$, где операторы $\hat{H}_{0,0}$ и $\hat{H}_{0,1}$ приближенно равны

$$\hat{H}_{0,0} = \frac{1}{2} \omega \left\{ \Theta_0^2 I(I+1) + \frac{1}{\chi^2} \left[(\hat{I} - \hat{I}_3)^2 - \frac{1}{4} \right] + \chi^2 - \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} \right\} + \mathcal{H}_{intr},$$

$$\hat{H}_{0,1} = \frac{i}{2} \Theta_0 \omega \frac{A_p^0 - A_n^0}{A_p^0 + A_n^0} \left\{ (\hat{I}_+ + \hat{I}_-) \frac{\partial}{\partial \chi} + \frac{1}{2\chi} [(\hat{I}_+ - \hat{I}_-) \hat{I}_3 + \hat{I}_3 (\hat{I}_+ - \hat{I}_-)] \right\}. \quad (23)$$

В формуле (23) использованы обозначения

$$\chi = \frac{\Theta}{\Theta_0}; \quad \Theta_0 = \left(\frac{A_p^0 + A_n^0}{2c} \right)^{1/4}; \quad \omega = \frac{A_p^0 + A_n^0}{2\Theta_0^2} \quad (24)$$

и оставлены те члены гамильтониана в (21), (22), которые получаются при разложении по степеням Θ_0^2 и содержат этот параметр в степенях не выше второй (причем оставлены лишь те слагаемые, пропорциональные Θ_0^2 , которые содержат операторы углового момента \hat{I}_\pm

и поэтому определяют спектр и волновые функции ротационных полос ядра).

В приближении (23) гамильтониан $\hat{H}_{0,0}$ коммутирует с \hat{I}_3 и описывает систему с аксиальной симметрией. В соответствии с (17) его собственные функции имеют вид

$$\Psi(I, m, k, \alpha, n) = \left(\frac{2I+1}{16\pi^2} \right)^{1/2} (1 + \delta_{k,0} \delta_{k,0})^{-1/2} \varphi_{\alpha, n}(x) \left\{ D_{m, k}^I Y_k + (-1)^I D_{m, -k}^I Y_{-k} \right\}. \quad (25)$$

Здесь

$$K \geq 0; \quad k = k_p + k_n; \quad \alpha = |k - K| = 0, 1, 2, \dots; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (26)$$

Для функции $\varphi_{\alpha, n}(x)$ имеем уравнение

$$\frac{\omega}{2} \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{x^2} (\alpha^2 - \frac{1}{4}) + x^2 \right) \varphi_{\alpha, n}(x) = \mathcal{E}_{\alpha, n} \varphi_{\alpha, n}(x), \quad (27)$$

совпадающее с рассмотренным в работе /3/. Для спектра собственных значений $\mathcal{E}_{\alpha, n}$ и для собственных функций в /3, 4/ получены следующие выражения:

$$\mathcal{E}_{\alpha, n} = \omega (2n + \alpha + 1),$$

$$\varphi_{\alpha, n}(x) = \left[\frac{2n!}{(n+\alpha)!} \right]^{1/2} x^{\alpha+1/2} e^{-x^2/2} L_n^\alpha(x^2) \quad (28)$$

($L_n^\alpha(x^2)$ - присоединенный полином Лагера).

Функции $\varphi_{\alpha, n}(\Theta)$ удовлетворяют условию нормировки

$$\int \varphi_{\alpha, n_1}(x) \varphi_{\alpha, n_2}(x) dx = \delta_{n_1, n_2}.$$

Спектр энергий оператора $\hat{H}_{0,0}$ описывается, таким образом, формулой

$$E(I, k, \alpha, n) = \frac{1}{2} \omega \Theta_0^2 I(I+1) + \omega (2n + \alpha + 1) + \mathcal{E}_{intr}(k). \quad (29)$$

Схематическое представление спектра дано на рис. 2. Проекция углового момента внутреннего движения на ось ядра (k) и прецессионного движения нейтронной и протонной компонент (α) могут быть направлены одинаково ($k > 0$) или противоположно друг другу ($k < 0$). Поэтому возбуждение относительного движения протонов и нейтронов для внутренней конфигурации с проекцией углового момента k на ось приближенной симметрии может приводить как к увеличению, так и к уменьшению числа K .

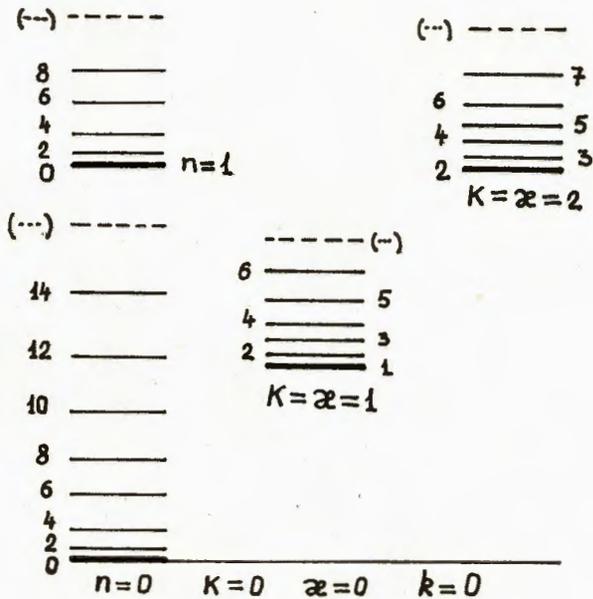


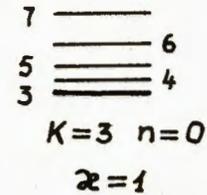
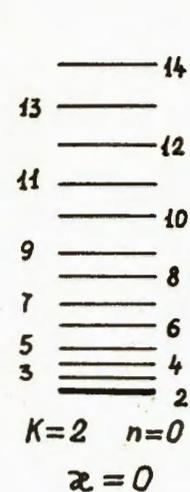
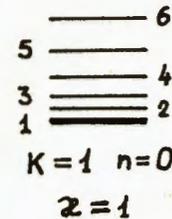
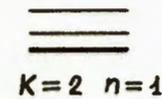
Рис. 2а

Оператор $\hat{H}_{0,1}$ недиагонален в представлении с базисными функциями (25), (28) и приводит к смешиванию состояний с различными K, α и n в собственных функциях оператора $\hat{H}_{0,1}$. Отличными от нуля матричными элементами $\hat{H}_{0,1}$ являются:

$$\begin{aligned} & \langle I M k, K \pm 1, \alpha \pm 1, n' | \hat{H}_{0,1} | I M k K \alpha n \rangle = \\ & = \frac{i}{2} \Theta_0 \omega \frac{A_p^0 - A_n^0}{A_p^0 + A_n^0} \left[(I \mp K)(I \pm K + 1)(1 + (-1)^I \delta_{K,0} \delta_{k,0}) \right]^{1/2} \\ & \cdot \left\{ -\frac{n \pm K + 1}{\sqrt{n + \alpha + 1}} \delta_{n,n'} + (\alpha \mp K) \left[\frac{(n')!(n + \alpha)!}{n!(n' + \alpha + 1)!} \right]^{1/2} - \sqrt{n} \delta_{n',n-1} \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Использование приближенных выражений (23) для $\hat{H}_{0,0}$ и $\hat{H}_{0,1}$ оправдано при $\Theta \ll 1$. При этом учет недиагональных матричных элементов $\hat{H}_{0,1}$ в спектре собственных энергий и в волновых функциях можно осуществить по теории возмущений. Возмущенные волновые функции будем нумеровать теми же квантовыми числами, что и базисные функции (25), отмечая учет оператора $\hat{H}_{0,1}$ знаком тильды над волновой функцией

$$\tilde{\Psi}(I M k K \alpha n) = \Psi(I M k K \alpha n) - \frac{1}{\omega} \sum_{K', \alpha', n'} \left[\frac{\langle I M k K' \alpha' n' | \hat{H}_{0,1} | I M k K \alpha n \rangle}{(2n' - 2n + \alpha' - \alpha)} \right] \Psi(I M k K' \alpha' n'). \quad (31)$$



$k=2$

Рис. 2б

Учет смешивания базисных состояний приводит к несущественному сдвигу энергии головных состояний, а также к перенормировке инерционных параметров, описывающих интервалы энергии между уровнями ротационной полосы. Приведем выражения для зависимости энергии от спина в полосах $k = K = \alpha = n = 0$ (основная и β -полоса), $k = 0, n = 0, \alpha = K = 1$ ($K^{\pm} = 1^{\pm}(S)$ -полоса) и $n = \alpha = 0, k = K = 2$ (γ -полоса). С учетом членов теории возмущений низайшего порядка получаем для γ -й полосы:

$$E_{\gamma}(I) - E_{\gamma}(I_{mln}) = \frac{1}{2\mathcal{J}_{\gamma}} I(I+1), \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\gamma r} = \mathcal{J}_{\gamma p} = \mathcal{J}_{\gamma s} &= \left[\left(1 - \frac{(A_p^0 - A_n^0)^2}{(A_p^0 + A_n^0)^2} \right) \Theta_0^2 \omega \right]^{-1}, \\ \mathcal{J}_{\gamma T} &= \left[\left(1 - \frac{(A_p^0 - A_n^0)^2}{(A_p^0 + A_n^0)^2} (5 + \Sigma) \right) \Theta_0^2 \omega \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь

$$\Sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)(n+1)} \approx 1,543. \quad (34)$$

Вспомогая определение Θ_0 и ω , легко убедиться, что

$$\gamma_{gr} = \gamma_{\beta} = \gamma_s = \gamma_p + \gamma_n. \quad (35)$$

Для момента инерции γ -полосы можно переписать в виде

$$\gamma_{\gamma} = \gamma_{gr} \cdot \left[1 - \frac{(\gamma_p - \gamma_n)^2}{\gamma_p \cdot \gamma_n} \left(1 + \frac{1}{4} \Sigma \right) \right]^{-1}. \quad (36)$$

В рассматриваемой модели орбитальный угловой момент протонной компоненты ядра не является интегралом движения. Это обстоятельство позволяет описать коллективные магнитные возбуждения ^{13/}. Смешивание собственных функций оператора $\hat{H}_{0,0}$ делает картину возможных $M1$ -переходов значительно более богатой. Вновь следуя ^{13/}, запишем оператор магнитного дипольного момента ядра в виде

$$\mathcal{M}(M1, \mu) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{e\hbar}{2mc} (g_p I_{\mu}^p + g_n I_{\mu}^n) = \mathcal{M}_0(M1, \mu) + \mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu), \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_0(M1, \mu) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{e\hbar}{2mc} (g_p + g_n) \hat{I}_{\mu}, \\ \mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{e\hbar}{2mc} (g_p - g_n) \hat{S}_{\mu}. \end{aligned} \quad (38)$$

Оператор $\mathcal{M}_0(M1, \mu)$ дает вклад только в статический дипольный магнитный момент ядра в состоянии со спином I ^{13/}:

$$\mu = I(g_p + g_n)/2. \quad (39)$$

Выражение (39) приведено в ^{13/}. Отметим, что $\mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu)$ также дает вклад в статический магнитный момент (см. ниже). Эта часть оператора магнитного момента описывает также магнитные дипольные переходы между уровнями системы. Представим $\mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu)$ в виде

$$\mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{e\hbar}{2mc} (g_p - g_n) \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^1 \hat{S}_{\nu}, \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{S}_0 &= \hat{S}_3 = \frac{\hat{\sigma}}{\cos \Theta} - \operatorname{tg} \Theta \cdot \hat{I}_2, \\ \hat{S}_{\pm 1} &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{S}_1 - i \operatorname{ctg}(2\Theta) \pm i \hat{S}_2). \end{aligned} \quad (41)$$

Магнитный дипольный момент $\mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu)$ не изменяет внутреннего состояния ядра и, следовательно, диагонален по k . Для состояний, локализованных при $\Theta \ll \pi/4$, лидирующими магнитными элементами $\mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu)$ между собственными функциями $\hat{H}_{0,0}$ являются

$$\begin{aligned} \langle I_2 M_2 k, K \pm 1, \alpha \pm 1, n_2 | \mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu) | I_1 M_1 k, K \alpha, n_1 \rangle = \\ = \pm \frac{i}{\Theta_0} \left(\frac{3}{16\pi} \right)^{1/2} (g_p - g_n) \frac{e\hbar}{2mc} \left[\frac{1 + \delta_{k,0} \delta_{k,0}}{2} \right]^{1/2} \left(\frac{2I_1 + 1}{2I_2 + 1} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

$$\cdot \left\{ \begin{array}{c} I_2 M_2 \\ I_1 M_1, 10 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} I_2, K \pm 1 \\ I_1 K, 1 \pm 1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} n_2 (k-k) \pm 1 \\ n_1, n_2 \\ \sqrt{n_1 + \alpha + 1} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \pm K \mp k - \alpha \\ n_1! (n_2 + \alpha)! \\ (n_2 > n_1) \end{array} \right\}^{1/2} \left\{ \begin{array}{c} n_2! (n_1 + \alpha)! \\ n_1! (n_2 + \alpha)! \\ + 1/n_1 \delta_{n_1, n_2} \end{array} \right\}^{1/2} \quad (42)$$

Учет смешивания базисных функций в собственных функциях приводит к перенормировке магнитных моментов состояний ротационных полос. В частности, для гиромангнитного отношения в состояниях g_r , β , $K^{\pi} = 1^{\pi}$ и γ -полос имеем

$$g_{gr} = g_{\beta} = \frac{\gamma_p g_p + \gamma_n g_n}{\gamma_p + \gamma_n}, \quad (43)$$

$$g_s = g_{gr} + \left(\frac{A_p^0 - A_n^0}{A_p^0 + A_n^0} \right)^2 (g_p - g_n) \frac{2}{I(I+1)};$$

$$g_{\gamma} = g_{gr} + \left(\frac{A_p^0 - A_n^0}{A_p^0 + A_n^0} \right)^2 (g_p - g_n) \frac{1}{I(I+1)}.$$

Выражение (42) определяет лидирующую часть приведенного матричного элемента $M1$ -перехода из s -полосы ($k = n = 0$, $K = \alpha = 1$) в полосу основного состояния:

$$\langle I+1, s | \mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu) | I, g_r \rangle = \frac{i}{\Theta_0} \left(\frac{3}{16\pi} \right)^{1/2} \frac{e\hbar}{2mc} (g_p - g_n) \left(\frac{I+2}{2} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{1}{2} \Theta_0^2 \left(\frac{A_p^0 - A_n^0}{A_p^0 + A_n^0} \right)^2 I(I+1) \right]^{1/2} \quad (44)$$

Учет смешивания базисных состояний приводит к появлению матричных элементов от $\mathcal{M}_{\Theta}(M1, \mu)$ оператора, взятых между состояниями

одной полосы. Не приводя громоздких формул для общего случая, запишем выражение для приведенной вероятности магнитных дипольных переходов в полосе $k=K$, $\alpha=n=0$:

$$B(M1; \alpha=0, I \rightarrow I-1) = \left(\frac{A_p^0 - A_n^0}{A_p^0 + A_n^0} \right)^2 (g_p - g_n)^2 \frac{3}{4\pi} K^2 \left[\frac{(I-K)(I+K)}{I(2I+1)} \right]. \quad (45)$$

4. Смешивание состояний с разной внутренней структурой

(учет оператора \hat{T}')

Рассмотрим теперь свойства оператора \hat{T}' в формуле (3). Выражая операторы \hat{I}_{\pm}^i через I_{\pm} и S_{\pm} (см. формулу (12)), представим \hat{T}' в виде

$$\hat{T}' = \hat{T}'_{\beta} + \hat{T}'_{\gamma}, \quad (46)$$

$$\hat{T}'_{\beta} = a_{\beta,1} (\hat{H}_{0,0} - V(\theta) - \mathcal{H}_{intr}) + a_{\beta,2} \hat{H}_{0,1}, \quad (47)$$

$$\hat{T}'_{\gamma} = \hat{T}'_1 + \hat{T}'_2 + \hat{T}'_3, \quad (48)$$

$$\hat{T}'_1 = b_1 I_+^2 + b_2 I_-^2, \quad (49)$$

$$\hat{T}'_2 = b_2 [I_+ S_+ + S_+ I_+ - 2i I_+ \text{ctg}(2\theta)] + b_2^{\dagger} [I_- S_- + S_- I_- - 2i I_- \text{ctg}(2\theta)], \quad (50)$$

$$\hat{T}'_3 = b_1 [S_+^2 - i S_+ \text{ctg}(2\theta) - i \text{ctg}(2\theta) S_+] + b_1^{\dagger} [S_-^2 - i S_- \text{ctg}(2\theta) - i \text{ctg}(2\theta) S_-]. \quad (51)$$

Здесь

$$a_{\beta,1} = \frac{a_p + a_n}{A_p^0 + A_n^0}, \quad a_{\beta,2} = \frac{a_p - a_n}{A_p^0 - A_n^0},$$

$$b_1 = \frac{1}{4} (A_{+,+}^p + A_{+,+}^n), \quad b_2 = \frac{1}{4} (A_{+,+}^p - A_{+,+}^n). \quad (52)$$

Приступим к рассмотрению каждого из членов в формулах (49), (50):

1) Оператор $a_{\beta,1} \hat{H}_{0,0}$ является диагональным по всем коллективным квантовым числам и по k .

2) Оператор $a_{\beta,1} V(\theta)$ смешивает состояния как с одинаковыми значениями α , n , так же и с разными значениями α и n , причем м.э. этого оператора не зависят от квантового числа углового момента состояния.

Представив оператор $a_{\beta,1}$:

$$a_{\beta,1} = c|\beta\rangle\langle q_r| + c^*|q_r\rangle\langle\beta|,$$

можно вычислить поправки к собственным значениям и к собственным функциям состояний q_r - и β -полос. Эти поправки имеют следующий вид:

$$E'_{q_r, \beta} = \mp \frac{\omega^2}{4\epsilon_0} |\langle q_r | a_{\beta,1} | \beta \rangle|^2 [1 + \theta_0^2 I(I+1)]^2, \quad (53)$$

$$|\Psi'_{q_r, \beta}\rangle = \mp \frac{\omega}{2\epsilon_0} \langle q_r | a_{\beta,1} | \beta \rangle [1 + \theta_0^2 I(I+1)] |\Psi_{q_r}^0\rangle, \quad (54)$$

где ϵ_0 - разность головных энергий q_r - и β -полос.

Таким образом, оператор $a_{\beta,1} (\hat{H}_{0,0} - V(\theta) - \mathcal{H}_{intr})$ приводит к сдвигу энергий оснований q_r - и β -полос, перенормировке момента инерции, а также к отклонениям от формулы жесткого ротатора в спектре этих полос.

3) Оператор $a_{\beta,2} \hat{H}_{0,1}$ в силу условий аксиальной симметрии смешивает состояния с одинаковыми значениями квантового числа $k = k_p + k_n$. Зависимость матричных элементов этого параметра от квантовых чисел I , K , α , n начального и конечного состояния полностью определяется формулой (30). Такое смешивание приводит к сдвигу энергий оснований β - и γ -полос и перенормировке моментов инерции.

4) Операторы в формуле (48) смешивают состояния с различными значениями k ($|k(1) - k(2)| = 2$), т.е. оператор \hat{T}'_{γ} позволяет смешивать состояниями q_r - , β - и $K^{\pi} = 1^+$ полос с состояниями γ -полосы.

Матричные элементы от оператора в (48) по волновым функциям (25) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & \langle I M k K \alpha n | \hat{T}'_1 | I M k' K' \alpha' n' \rangle = \\ & = [(1 + \delta_{k,0} \delta_{k',0})(1 + \delta_{k',0} \delta_{k,0})]^{1/2} \langle k | b_1 | k' \rangle * \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& * \frac{1}{2} \left\{ \left[(I+K')(I-K'+1)(I+K'-1)(I-K'+2) \right]^{1/2} \delta_{k,k'-2} \delta_{K,K'-2} + \right. \\
& \left. + \left[(I-K')(I+K'+1)(I-K'-1)(I+K'+2) \right]^{1/2} \delta_{k,k'+2} \delta_{K,K'+2} \right\}; \\
& \langle IMkK \alpha n | \hat{T}'_2 | IMk'K' \alpha' n' \rangle = \\
& = \frac{1}{\Theta_0} \left[(1 + \delta_{k,0} \delta_{K,0}) (1 + \delta_{k',0} \delta_{K',0}) \right]^{1/2} \langle k | \beta_2 | k' \rangle * \\
& * \left\{ \delta_{k,k'-2} \delta_{K,K'-1} \sqrt{(I+K')(I-K'+1)} \left[\langle \alpha, n | \frac{\partial}{\partial x} | \alpha', n' \rangle + \right. \right. \\
& \left. \left. + (k'-k-\frac{1}{2}) \langle \alpha, n | \frac{1}{x} | \alpha', n' \rangle \right] + \sqrt{(I-K')(I+K'+1)} * \right. \\
& \left. * \delta_{k,k'+2} \delta_{K,K'+1} \left[\langle \alpha, n | \frac{\partial}{\partial x} | \alpha', n' \rangle - (k'-k+\frac{1}{2}) \langle \alpha, n | \frac{1}{x} | \alpha', n' \rangle \right] \right\}; \\
& \langle IMkK \alpha n | \hat{T}'_3 | IMk'K' \alpha' n' \rangle = \\
& = \frac{1}{\Theta_0^2} \left[(1 + \delta_{k,0} \delta_{K,0}) (1 + \delta_{k',0} \delta_{K',0}) \right]^{1/2} \langle k | \beta_3 | k' \rangle \delta_{k,k' \pm 2} * \\
& * \left\{ - \langle \alpha, n | \frac{\partial^2}{\partial x^2} | \alpha', n' \rangle + \frac{1}{2} \langle \alpha, n | \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} | \alpha', n' \rangle - \right. \\
& \left. - \left[(k'-k)^2 + \frac{1}{4} \right] \langle \alpha, n | \frac{1}{x^2} | \alpha', n' \rangle \right\}.
\end{aligned}$$

Заключение

Выше было показано, что феноменологическая модель Полумбо и др. ^{/3/}, в которой допускается относительное смещение протонной и нейтронной компонент деформированного ядра, приводящее к состояниям "гигантского углового резонанса", допускает обобщение, позволяющее учитывать внутреннюю структуру каждой из компонент. Параметр жесткости для смещений протонов относительно нейтронов оценен в работе ^{/3/}

$$C = 26 \cdot A^{4/3} \delta^2 \quad \text{МэВ.}$$

Опираясь эмпирическими данными относительно моментов инерции яд-

ра, в ^{/3/} показано, что характеристическое значение углового смещения нейтронов относительно протонов составляет

$$\Theta_0 = 0,03$$

для ядер редкоземельной области. При этом характерное значение энергии возбуждения гигантского углового резонанса оказывается равным

$$\omega = 42 |\delta| A^{-1/6} \quad \text{МэВ,}$$

а $B(M1)$ - фактор -

$$B(M1; 0 \text{ } q_r \rightarrow 1s) \approx 0,035 |\delta| A^{3/2} (q_p - q_n)^2 \left(\frac{e\hbar}{2mc} \right)^2.$$

Эксперименты по неупругому рассеянию электронов ^{/6/} в качественном плане подтверждают наличие "гигантского углового резонанса". Как показывает рассмотрение, представленное выше, наличие такого резонанса со сходными характеристиками можно ожидать и в нечетных ядрах, а в четно-четных ядрах резонанс может проявляться как возбуждение, "построенное" на состоянии β^- , γ^- и других полос. В данной работе дан анализ спектра состояний, включающий возбуждения "гигантского углового резонанса" над состояниями "внутреннего" возбуждения. Показано, что состояния в данной модели характеризуются тремя числами, имеющими смысл проекций углового момента на ось симметрии ядра: проекций внутреннего углового момента (k), углового момента, связанного с поворотом протонной компоненты относительно нейтронной (α), и полного углового момента, равными сумме или разности первых двух ($K = |k \mp \alpha|$).

Различие инерционных характеристик протонной и нейтронной компонент приводит к тому, что собственные состояния ядра включают суперпозиции функций с разными значениями этих квантовых чисел.

Учет смешивания по α в первом порядке теории возмущений "управляет" выражение для момента инерции полос, построенных на внутренних функциях с внутренним моментом $k=0$, полученное в работе ^{/3/}. Момент инерции таких полос равен сумме моментов инерции протонной и нейтронной компонент. Моменты инерции полос с $k \neq 0$ оказываются большими, чем момент инерции основной полосы. Также заметно перенормируются гиромагнитные отношения. Для основной полосы теория приводит к выражению, обычно принимаемому в феноменологических моделях (см. формулу (43)). При небольших сдвигах гиромагнитные отношения оказываются равными для разных полос.

Еще один важный результат смешивания по числу α - появление магнитных дипольных переходов внутри полос с $K \neq 0$. Раз-

личные моменты инерции и гиромагнитных отношений, а также приведенные вероятности магнитных переходов определяются, по существу, одним параметром $(\tilde{J}_p - \tilde{J}_n)$.

В частности, для приведенной вероятности $M1$ -переходов в γ -полосе имеем

$$B(M1; I+1 \rightarrow I) = \frac{(\tilde{J}_p - \tilde{J}_n)^2}{(\tilde{J}_p + \tilde{J}_n)^2} \cdot \frac{3}{8\pi} (g_p - g_n)^2 \left[\frac{(I+3)(I-1)}{(2I+3)(I+1)} \right].$$

Роль магнитных переходов увеличивается вместе с увеличением K . Так при $K \gg 1 \gg I-K$, имеем

$$B(M1) \sim K(I-K).$$

Учет недиагональных матричных элементов инерционных операторов $(A^{\mu\nu})$ по разным внутренним функциям приводит к дополнительной перенормировке моментов инерции полос и отклонениям от формулы жесткого ротатора в спектре полос. Кроме "прямого" смешивания коллективных полос, построенных на разных внутренних функциях, появляется смешивание таких полос с полосами $\mathcal{K} = 1$. Спиновая зависимость матричных элементов гамильтониана, связывающих состояния $\Delta \mathcal{K} = 1$, совпадает с таковой для гамильтониана кориолисова взаимодействия, так что в модели естественным образом возникает "кориолисово" взаимодействие β -, γ - и $K^{\pi} = 1^{\pm}$ полос, эффекты которого рассмотрены, например, в работе /2/.

Литература:

1. Наджаков Е. ЭЧАЯ, 1979, т. 10, № 6, с. 1294; Nadjakov E., Antonova V., Nojarov R. Preprint JINR, E4-II832. Dubna, 1978.
2. Михайлов И.Н., Брианоон Ш., Усманов П.Н., Юлдашбаева Э.Х. ОИЯИ, P4-85-8, Дубна, 1985.
3. Franceschi G.De, Palumbo F., Lo N. Iudice. Phys. Rev., C, vol. 29, No 4, 1984, p. 1496-1509.
4. Lo Iudice N., Palumbo F. Nucl. Phys., v. A326, 1979, p. 193-208.
5. Iachello F. Nucl. Phys., A358, 1981, p. 89.
6. Bohle D., Richter A et al. Phys. Lett., B, v. 137, No 1-2, 1984, p. 27-31.
7. Бор О., Моттельсон Б. Теория атомного ядра, т. 1,2, Москва, Мир, 1971 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря 1985 года.

Михайлов И.Н., Усманов П.Н., Юлдашбаева Э.Х.

P4-85-960

"Гигантский угловой резонанс" и структура нижайших состояний ядер

Дан анализ гамильтониана "двухроторной модели", в которой допускается существование "гигантского углового резонанса", т.е. повороты нейтронной компоненты деформированного ядра относительно протонной компоненты. Найдена реализация проекций операторов углового момента нейтронов и протонов на внутренние оси ядра, определена матрица гамильтониана в базисе, удобном для изучения случая сильной связи протонной и нейтронной компонент. Изучен спектр системы с учетом недиагональных элементов гамильтоновой матрицы в нижайшем порядке теории возмущений. Обсуждаются гиромагнитные отношения и вероятности магнитных дипольных переходов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Mikhailov I.N., Usmanov P.N., Youldashbaeva E.Kh.

P4-85-960

Giant Angular Resonance and the Structure of the Lowest States of Nuclei

The analysis is given of the Hamiltonian of the "two-rotor" model, which is based on the assumption that the "giant angular resonance" exists, i.e. that it is possible to rotate the neutron component of a deformed nucleus as a whole with respect to the proton component. The realization of the projections on the intrinsic axes of the angular momentum operators is found; the Hamiltonian matrix is determined in the basis convenient for the case of a strong coupling between neutrons and protons. The spectrum of the two-rotor model is determined taking into account the off-diagonal matrix elements in the lowest order of the perturbation theory. The g-factors and the probabilities of the $M1$ -transitions are discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985