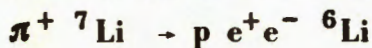


ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P4-85-950

Г.В.Аваков\*, Л.Д.Блохинцев\*, Т.Д.Блохинцева,  
В.П.Курочкин\*, Ж.П.Пустыльник

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИИ



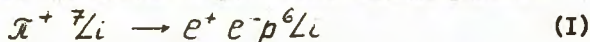
Направлено в журнал "Ядерная физика"

---

\* Научно-исследовательский институт  
ядерной физики МГУ

1985

В настоящей работе проводится теоретический анализ реакции



при промежуточных энергиях. Интерес к рассмотрению этой реакции возник в связи с проведением эксперимента по обратному электрородению пионов на ядре  ${}^7\text{Li}$  при кинетической энергии  $\Pi^+$ -мезонов  $T = 380 \text{ МэВ}$  /1/.

Анализ экспериментальных данных показал /1/, что более половины событий обусловлено процессами с развалом ядра, среди которых наиболее существенной представляется реакция (1).

Дифференциальное сечение реакции (1) имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dM_{n\pi} d\Omega_{n\pi} dM_{e^+p} d\Omega_{e^+p} d\Omega_p} = \frac{m_\pi m_p m_e^2 m_B}{(2\pi)^8 (v\omega_\pi) W} \cdot P_p P_{e^+p} P_{n\pi} |M|^2 \quad (2)$$

Здесь:  $M_{n\pi}$  - эффективная масса нейтрона и  $\Pi^+$ -мезона;  $\Omega_{n\pi}$  - телесный угол вылета  $M_{n\pi}$ ;  $P_{n\pi}$  - модуль импульса  $M_{n\pi}$  в с.д.м. реакции;  $M_{e^+p}$  - эффективная масса протона и позитрона;  $\Omega_{e^+p}$  - телесный угол вылета  $M_{e^+p}$ ;  $P_{e^+p}$  - модуль импульса  $M_{e^+p}$  в с.д.м. ( $n\pi$ );  $\Omega_p$  - телесный угол вылета протона;  $P_p$  - модуль его импульса в с.д.м. ( $e^+p$ );  $m_\pi$  - масса  $\Pi^+$ -мезона;  $m_p$  - масса протона;  $m_e$  - масса электрона;  $m_B$  - масса ядра  ${}^6\text{Li}$  (здесь и далее индекс В относится к ядру  ${}^6\text{Li}$ );  $W$  - полная энергия в о.с.м. реакции;  $(v\omega_\pi) = \frac{1}{m_A} [(P_A P_\pi)^2 - m_A^2 m_\pi^2]^{1/2}$ ;  $m_A$  - масса ядра  ${}^7\text{Li}$  (здесь и далее индекс А относится к ядру  ${}^7\text{Li}$ );  $P_A, P_\pi$  - 4-импульсы соответствующих частиц;  $|M|^2$  - усредненный и просуммированный по проекциям спинов квадрат матричного элемента процесса (1).

Выбор переменных, характеризующих фазовый объем, обусловлен удобством интегрирования по методу Монте-Карло, позволяющему воспроизводить условия эксперимента.

В предположении полного механизма взаимодействия  $\Pi$ -мезона с ядром и в рамках однофотонного приближения реакция (1) описывается диаграммой:

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

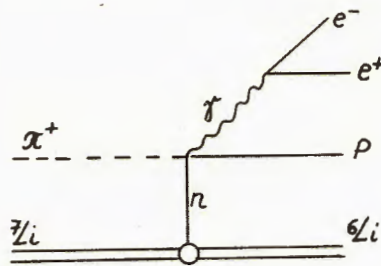
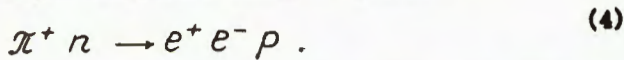


Рис. I

Тогда квадрат матричного элемента факторизуется в виде

$$|M|^2 = |\Phi(q^2)|^2 \times |M_1|^2, \quad (3)$$

где  $\Phi(q^2) = -\frac{2\mu}{q^2 + \mu^2} \cdot G(q^2)$ ,  $G(q^2)$  - вершинная функция для процесса  ${}^7\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Li} + n$ ;  $\mu = \frac{6}{7} m_N$  - приведенная масса  ${}^6\text{Li}$  и  $n$  ( $m_N$  - масса нуклона);  $q = |\vec{q}|$ ,  $\vec{q}$  - относительный импульс нейтрона и  ${}^6\text{Li}$ ;  $\mu^2 = 2\mu E$ ,  $E = (m_B + m_n - m_A)$  - энергия связи  ${}^7\text{Li}$  относительно развала на  $n$  и  ${}^6\text{Li}$ ;  $|M|^2$  - усредненный по спинам квадрат матричного элемента процесса



В однофотонном приближении процесс (4) хорошо описывается дисперсионной моделью  $1/3$ , параметрами которой являются изовекторный формфактор нуклона  $F_1^V$  и электромагнитный формфактор нисона  $F_X$ . В данной работе их величины определялись в соответствии с расчетами  $1/4$ . Эффектом схода нейтрона с массовой поверхности пренебрегали.

При расчете функции  $\Phi(q^2)$  следует иметь в виду, что для произвольной вершины  $A \rightarrow B + C$  величина  $\Phi_{ES}(q^2)$ , отвечающая определенному орбитальному моменту  $\ell$  и спину  $S$  системы  $B + C$ , выражается следующим образом через фурье-компоненту  $I_{ABC}(\vec{q})$  интеграла перекрытия волновых функций фрагментов  $A$ ,  $B$  и  $C$   $1/5$ :

$$\Phi_{ES}(q^2) = \sqrt{N_{BC}/4\pi} \cdot \frac{1}{2J_A + 1} \sum_{M_A M_B M_C} \langle J_B M_B J_C M_C / S \sigma \rangle \times \quad (5)$$

где  $J_i$  и  $M_i$  - спины и проекция спина ядра  $i$ ;  $Y_{\ell m}^*(\hat{q})$  - шаровая функция;  $\langle \alpha \ell \beta \beta' / S \sigma \rangle$  - коэффициент Клебша-Гордона;  $N_{BC}$  - комбина-

ционный множитель, учитывающий тождественность нуклонов; в формализме изотопического спина  $N_{BC} = \frac{A_A!}{A_B! A_C!}$ ;  $A_i$  - массовое число ядра  $i$ ;  $\hat{q} = \vec{q}/q$ .

В нашем случае ( $c = n$ ):

$$I_{{}^7\text{Li}} I_{{}^6\text{Li} n}(\vec{q}) \equiv I(\vec{q}) = \langle \tilde{\Psi}_B \varphi_{nB\vec{q}} \chi / \tilde{\Psi}_A \rangle, \quad (6)$$

где  $\tilde{\Psi}_A$  и  $\tilde{\Psi}_B$  - антисимметричные и нормированные волновые функции ядер  $A$  и  $B$ ;  $\varphi_{nB\vec{q}} = e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_{nB}}$  ( $\vec{r}_{ik}$  - относительный радиус-вектор частиц  $i$  и  $k$ );  $\chi$  - спин-изоспиновая функция нейтрона.

Расчеты формфактора  $\Phi(q^2)$  проводились в различных ядерных моделях.

### I. Модель нуклонных ассоциаций (МНА).

В рамках этой модели  $1/6$  волновые функции основных состояний ядер  $A = {}^7\text{Li}$  и  $B = {}^6\text{Li}$  записываются в виде антисимметризованных произведений внутренних волновых функций двух кластеров ( $\alpha$  и  $t$  или  $d$  и  $d$ ) на волновые функции их относительного движения:

$$\tilde{\Psi}_A = 1/\sqrt{N_A} \times \hat{A} \Psi_A, \quad \tilde{\Psi}_B = 1/\sqrt{N_B} \times \hat{A} \Psi_B, \quad (7)$$

$$\Psi_A = \sum_{\ell_A S_A \sigma_A m_A} \varphi_\alpha \varphi_t \varphi_{\alpha t} Y_{\ell_A m_A}(\hat{r}_{\alpha t}) \chi_A \langle \ell_A m_A S_A \sigma_A / J_A M_A \rangle,$$

$$\Psi_B = \sum_{\ell_B S_B \sigma_B m_B} \varphi_d \varphi_d \varphi_{dd} Y_{\ell_B m_B}(\hat{r}_{dd}) \chi_B \langle \ell_B m_B S_B \sigma_B / J_B M_B \rangle,$$

где  $\hat{A}$  - оператор антисимметризации;  $N_A$  и  $N_B$  - соответствующие нормировочные множители;  $\chi_A$  и  $\chi_B$  - спин-изоспиновые волновые функции;  $\ell_A = 1$ ,  $\ell_B = 0$ .

В качестве внутренних волновых функций кластеров  $\varphi_\alpha$ ,  $\varphi_t$ ,  $\varphi_d$  и волновых функций относительного движения  $\varphi_{\alpha t}$ ,  $\varphi_{dd}$  берутся функции гармонического осциллятора:

$$\varphi_\alpha = \exp\left\{-\frac{\alpha_1}{2} \sum_{i=1}^4 (\vec{r}_i - \vec{R}_\alpha)^2\right\},$$

$$\varphi_t = \exp\left\{-\frac{\alpha_2}{2} \sum_{i=5}^7 (\vec{r}_i - \vec{R}_t)^2\right\}, \quad \varphi_d = \exp\left\{-\frac{\alpha_3}{2} \sum_{i=5}^6 (\vec{r}_i - \vec{R}_d)^2\right\}, \quad (8)$$

$$\varphi_{\alpha d} = \varphi_{\alpha d}^2 \exp\left\{-\frac{2}{3} \beta \varphi_{\alpha d}^2\right\}, \quad \varphi_{\alpha t} = \varphi_{\alpha t}^3 \exp\left\{-\frac{6}{7} \beta \varphi_{\alpha t}^2\right\},$$

$\vec{r}_i$ ,  $\vec{R}_k$  - соответственно радиус-векторы  $i$ -го нуклона и  $k$ -го кластера. Параметры  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta, \gamma$  берутся из работы [7]. Интеграл перекрытия  $I(\vec{q})$  (см. (6)) для волновых функций (7) (8) вычисляется в аналитической форме путем несложных, но громоздких выкладок. Он выражается в виде суммы прямого члена и членов, отвечающих перестановкам одного, двух и трех нуклонов между  $\alpha$  - и  $t$  - кластерами в  ${}^7\text{Li}$ . Зная  $I(\vec{q})$ , по формуле (5) легко найти величину  $\Phi(q^2)$ , входящую в (3).

2. Многочастичная осцилляторная модель оболочек с остаточным взаимодействием

В этой модели величина  $\Phi(q^2)$  (3) имеет вид

$$|\Phi(q^2)|^2 = \frac{S}{4\pi} |I_1(q)|^2, \quad (9)$$

$$I_1(q) = 4\pi \int_0^\infty j_1(qr) \varphi_n(r) r^2 dr,$$

где  $S$  - спектроскопический фактор для отделения нейтрона от  ${}^7\text{Li}$  (с образованием  ${}^6\text{Li}$  в определенном состоянии);  $\varphi_n(r) = \frac{\sqrt{8/3}}{\pi^{1/4} r_0^{3/2}} \frac{r}{r_0} e^{-r^2/2r_0^2}$  - радиальная волновая функция нейтрона в  $\text{I}p$ -состоянии;  $r_0 = \sqrt{7/6} \tilde{r}_0$ ,  $\tilde{r}_0 = 1,6 \text{ фм}$  - осцилляторный параметр для ядер  $\text{I}p$ -оболочки.  $I_1(q)$  вычисляется аналитически. Величины  $S$  берутся из работы [8]. Для основного состояния  ${}^6\text{Li}$   $S = 0,80$ . Если мы интересуемся суммарной вероятностью образования любого из шести нижних состояний  ${}^6\text{Li}$ , лежащих в интервале энергий возбуждения 0-6 МэВ (остальные возбужденные уровни  ${}^6\text{Li}$  лежат значительно выше и имеют большую ширину), то можно, пренебрегая слабым влиянием энергии возбуждения  ${}^6\text{Li}$  на фазовый объем реакции (I), по-прежнему использовать для  $\Phi(q^2)$  формулу (9), а в качестве  $S$  взять сумму спектроскопических факторов для указанных шести состояний:  $S = 1,99 \approx 2$  [8].

3. Одночастичная модель оболочек

В этой модели, часто используемой в теории ядерных реакций,  $|\Phi(q^2)|^2$  определяется формулой (9), в которой в качестве  $\varphi_n(r)$  берется радиальная волновая функция для оболочечного потенциала формы Вудса-Саксона:

$$V(r) = -V_0 \frac{1}{1 + e^{(r-R)/B}}$$

Для  $R$  и  $B$  используются некоторые "стандартные" значения, а  $V_0$  подгоняется по энергии отделения нуклона от ядра. Спектроскопический фактор  $S$  в этой модели не вычисляется, а находится из сравнения с экспериментом. В качестве суммарного спектроскопического фактора для шести нижних состояний  ${}^6\text{Li}$  можно принять  $S = 2$ .

Расчеты функции  $G(q^2) \equiv |\Phi(q^2)|^2$  были проведены во всех трех вариантах. Результаты представлены на рис.2. Заметим, что норма

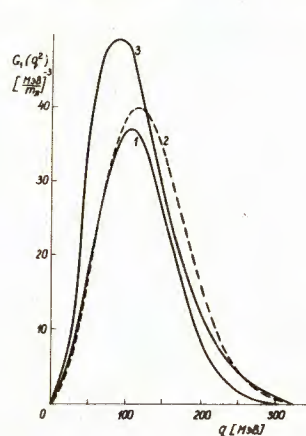


Рис.2 Функция  $G_1(q^2) = |\Phi(q^2)|^2$ . Кривая 1 - расчет в рамках МНА. Кривые 2 и 3 - результаты расчетов по модели оболочек: 2 - многочастичная осцилляторная модель оболочек с остаточным взаимодействием, 3 - одночастичная модель.

распределений ( $N = \int |\Phi(q^2)|^2 q^2 dq$ ) для кривых 2 и 3 одинакова, тогда как для кривой 1 она  $\approx$  в 1,5 раза меньше.

Одним из аспектов исследования реакции обратного электрородения пионов является определение нуклонного формфактора во времениподобной области переданных импульсов. В такого рода анализе используются угловые и энергетические характеристики виртуального фотона [9]. В связи с этим интересно было посмотреть, как влияет ядерная вершина, иначе говоря, функция  $G_1(q^2)$ , на эти распределения.

На рис.3 представлена зависимость сечения реакции (I) от  $\theta^*$  - угла вылета виртуального фотона в с.ц.м. ( $\pi^+ n$ ). Кривая 2 - результат расчетов с использованием МНА. Кривая 3 рассчитана с применением модели оболочек. Оба вышепересмотренных варианта этой модели дают практически совпадающие результаты. Для сравнения приведено распределение по  $\cos \theta^*$  (кривая 1) для реакции  $\pi^+ n \rightarrow e^+ e^- p$ , где учтено движение нейтрона в предположении, что распределение нейтронов по импульсу изотропно и равномерно в интервале от 0 до 250 МэВ/с. На рис.4 приведены аналогичные распределения по массе виртуального фотона. Видно, что форма дифференциальных сечений для виртуального фотона практически не зависит от вида импульсного распределения нейтрона; фактически влияние ядерной вершины определяется нормой функции  $\Phi(q^2)$ . В таком случае критерием в выборе модели может служить сравнение теоретических и экспериментальных значений интегрального сечения. Мы провели такого рода сравнение. На основании формулы (2) и с использованием программы моделирования [10] были получены значения

$\Phi(q^2)$  фактически определяет распределение нейтрона по импульсу.

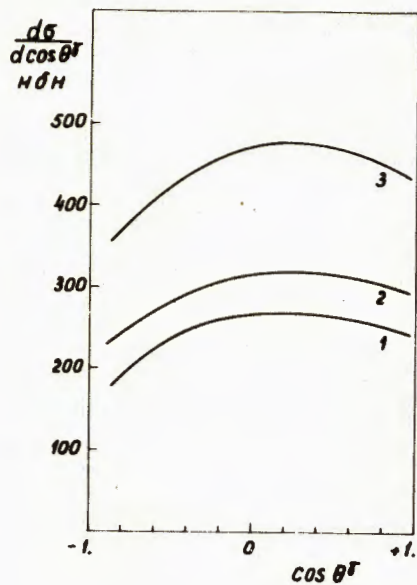


Рис.3 Кривые 2 и 3 - сечение реакции (I) в зависимости от угла вылета виртуального фотона; 2 - расчет в рамках МНА, 3 - расчет по модели оболочек. Кривая 1 - аналогичное сечение для реакции  $\pi^+n \rightarrow e^+e^-p$  (с учетом движения нейтрона).

теоретических сечений, соответствующие условиям регистрации событий с развалом ядра в эксперименте /1/. Эти значения оказались равными:

$$\sigma_{теор} = 2,14 \cdot 10^{-33} \text{ см}^2$$

в случае МНА,

$$\sigma_{теор} = 3,04 \cdot 10^{-33} \text{ см}^2$$

для обеих вариантов модели оболочек.

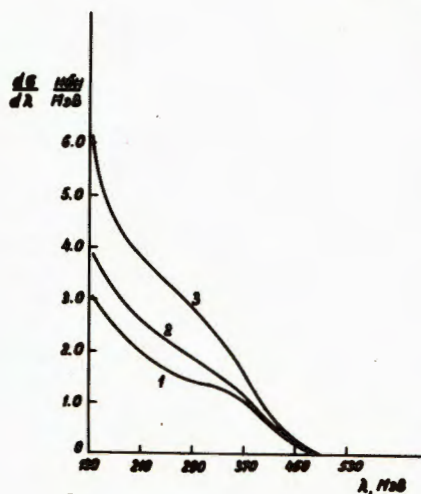
Экспериментальное сечение оо-

$$\sigma_{экс} = (2,9 \pm 1,2) \cdot 10^{-33} \text{ см}^2 / I$$

Видно, что использование ядерные модели дает неплохое согласие с экспериментом. Заметим, что в события с развалом ядра помимо реакции (I) могут давать вклад и другие каналы, т.е. теоретическое

Рис.4 Кривые 2,3 - сечение реакции (I) в зависимости от массы виртуального фотона; 2 - расчет в рамках МНА, 3 - расчет по модели оболочек. Кривая 1 - аналогичное сечение для реакции  $\pi^+n \rightarrow e^+e^-p$  (с учетом движения нейтрона).

тавляет



сечение как бы занижено относительно экспериментального. Кроме того, в МНА учтено только основное состояние, что также ведет к относительному уменьшению теоретического сечения. Учитывая эти замечания, можно сделать предварительный вывод, что МНА, вообще говоря, дает лучшее согласие с экспериментом. Более строгое заключение возможно только при уточнении как экспериментальных данных, так и теоретических расчетов.

В заключение авторы выражают благодарность М.Гмитро, С.С.Камалову, В.Г.Неудачкину за полезные обсуждения и Л.Л.Неменову за постоянное внимание к работе.

#### Литература

1. Алексеев Г.Д., Блохинцева Т.Д., Горчаков О.Е. и др. ЯЭ, 1982, 36, с.322.
2. Конинлов Г.И. Основы кинематики резонансов. "Наука", М., 1970.
3. Блохинцева Т.Д., Сурицев В.С., Ткебучава Ф.Г. ЯЭ, 1975, 21, с.850.
4. Nohler G. et al. Preprint TKP 76/1, Karlsruhe, 1976.  
Nohler G., Pietarinen E. Nucl.Phys., 1975, B95, p.210.
5. Блохинцев Л.Д., Борбей И., Долгинский Э.И. ЭЧАЯ, 1977, 8, с.1189.
6. Неудачкин В.Г., Смирнов В.Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. "Наука", М., 1969.
7. Tang Y.C., Wildermuth K., Pearlstein L.D. Phys.Rev., 1961, 123, p.548.
8. Болыкина А.Н. Структура ядер Ip-оболочки. Изд-во МГУ, М., 1973.
9. Березнев С.Ф. и др. ЯЭ, 1977, 26, с.547.
10. Березнев С.Ф., Вертоградов Л.С. ОИЯИ, РИ-6175, Дубна, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 декабря 1985 года.

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Аваков Г.В. и др.

P4-85-950

Расчет сечения реакции  $\pi^+ {}^7\text{Li} \rightarrow p e^+ e^- {}^6\text{Li}$

Реакция  $\pi^+ {}^7\text{Li} \rightarrow p e^+ e^- {}^6\text{Li}$  рассмотрена в рамках модели нуклонных ассоциаций и модели оболочек. Рассчитано сечение этой реакции при кинетической энергии  $\pi^+$ -мезонов  $T = 380$  МэВ. Проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Avakov G.V. et al

P4-85-950

Calculation of the  $\pi^+ {}^7\text{Li} \rightarrow p e^+ e^- {}^6\text{Li}$  Reaction Cross Section

The  $\pi^+ {}^7\text{Li} \rightarrow p e^+ e^- {}^6\text{Li}$  reaction have been considered in the framework of the nucleon cluster model and of the shell model. The cross section of this reaction have been calculated at the pion kinetic energy 380 MeV. The comparison with the available experimental data has been carried out.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985