

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P4-85-785

И. Ж. Петков*, М. В. Стоицов

ОБЪЕМНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ
МОНОПОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
ПЛОТНОСТИ НУКЛОНОВ АТОМНЫХ ЯДЕР

* Институт ядерных исследований
и ядерной энергетики БАН, София

1985

1. ВВЕДЕНИЕ

При исследовании гигантского монополюсного резонанса /ГМР/ в ряде ядер было установлено ¹, что пик его энергии подчиняется следующей зависимости от массового числа:

$$E_{\text{ГМР}} = 80A^{-1/3} \text{ [МэВ]} \quad /1.1/$$

Соотношение /1.1/ воспроизводится во многих теоретических работах ²⁻¹¹, в которых ГМР рассматривается как дыхательные колебания распределения плотности нуклонов. Эти колебания связывались с изменением среднеквадратичного радиуса ядер.

Анализ дифференциальных сечений реакций, в которых возбуждаются ГМР, показывает ^{12,13}, что для правильного согласования с экспериментальными данными необходимо ввести по крайней мере еще одну коллективную переменную. В качестве дополнительной переменной можно использовать толщину поверхностного слоя ядра $r/t = 4,4 b$; $b = 0,5$ фм для случая фермиевской плотности/.

В работах ^{14,17} для описания ГМР уже вводятся два коллективных параметра, связанных с объемными и поверхностными колебаниями плотности монополюсного типа.

В микроскопической теории ввиду сложной структуры волновой многочастичной функции весьма затруднительно введение коллективных переменных типа радиуса полуспада плотности R и размера диффузности ядра t .

В методе Хартри-Фока /ХФ/ со связями это вообще невозможно, так как характеристикам ядра R и t нельзя сопоставить одночастичные операторы, средние значения которых определяли бы R и t .

В настоящей работе для исследования ГМР ядер применяется вариант метода генераторных координат /МГК/ ^{18,19}, в котором модельные многочастичные функции $\Psi_{(R,t)}(r_1^*, r_2^*, \dots, r_A^*)$ получены методом локально-масштабного преобразования /МЛМП/ ²⁰. Последнее уже зависит от характеристик R и t фермиевской плотности, выбранных в качестве коллективных генераторных координат.

В разделе 2 работы изложен метод построения модельных функций, основанный на МЛМП. Далее /разд.3/ эти многочастичные функции используются для отыскания энергий и функций изоскалярных монополюсных состояний по МГК. Объемные / R -колебания/ и поверхностные / t -колебания/ колебания ядерной плотности изучаются в разд.4. Связь этих двух типов колебаний обсуждается в разд.5. В заключении /разд.6/ приведено обсуждение полученных результатов.

2. МОДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Построим многочастичную функцию $\Psi_{(R,t)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$ для сферически симметричной системы из A -нуклонов, которая соответствует заранее заданной плотности, например, симметризованному фермиевскому распределению

$$\rho(r) = \rho(r; R, t) = \frac{\rho_0 \operatorname{sh}(R/b)}{\operatorname{ch}(R/b) + \operatorname{ch}(r/b)}, \quad /2.1/$$

$$\rho_0 = \rho_0(R, t) = \frac{3A}{4\pi R^3} \frac{1}{1 + (\pi b/R)^2}; \quad t \approx 4,4 b. \quad /2.1'/$$

Для этой цели, следуя работе ²⁰, рассмотрим детерминантную функцию

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det \bar{\phi}_i(\vec{r}_j), \quad (i, j = 1, 2, \dots, A), \quad /2.2/$$

составленную из осцилляторных одночастичных функций $\bar{\phi}_i(\vec{r})$.

Плотность частиц соответствующей функции /2.2/ выражается как

$$\bar{\rho}(\vec{r}) = \rho_{\Gamma O}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^A |\bar{\phi}_i(\vec{r})|^2. \quad /2.3/$$

Обозначим с $f_{(R,t)}(r)$ решение алгебраического уравнения

$$\int_0^r \rho(u; R, t) u^2 du - \int_0^{f(r)} \rho_{\Gamma O}(u; a) u^2 du = 0. \quad /2.4/$$

Это уравнение при условии $f(0) = 0$ может быть легко решено на ЭВМ с использованием итерационного метода Ньютона.

Применяя локально-масштабное преобразование функции $\bar{\phi}_i(\vec{r})$ осцилляторного базиса $|\bar{\phi}_i|$, получим новый ортонормированный базис:

$$\phi_i(\vec{r}) = \phi_i(\vec{r}; R, t) = \hat{U}_{(R,t)} \bar{\phi}_i(\vec{r}) = \left[\frac{f_{(R,t)}^2}{r^2} \frac{\partial f_{(R,t)}}{\partial r} \right]^{1/2} \bar{\phi}_i(f_{(R,t)}). \quad /2.5/$$

Теперь многочастичная функция

$$\Psi_{(R,t)} = \Psi_{(R,t)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det |\phi_i(\vec{r}_j; R, t)|, \quad /2.6/$$

учитывая /2.5/, зависит как от одночастичных координат $|\vec{r}_i|$, так и от двух коллективных переменных - радиуса полуспада R

и толщины поверхностного слоя t распределения плотности нуклонов /2.1/.

Равновесные значения $R = R_0$ и $t = t_0$ можно определить, минимизируя среднее значение гамильтониана \hat{H} :

$$E(R, t) = \langle \Psi_{(R,t)} | \hat{H} | \Psi_{(R,t)} \rangle = \int H(\vec{r}) d\vec{r}. \quad /2.7/$$

Вторая часть равенства /2.7/ имеет место для сил Скинра, причем

$$H(r) = \frac{\hbar^2}{2M} \frac{A-1}{A} r(r)' + \frac{3}{8} t_0 \rho^2(r) + \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) (\rho r - j^2(r)) + \frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) (\sqrt{\rho})^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho^{\sigma-2}. \quad /2.7'/$$

Здесь для простоты рассматривается случай $N=Z$ без учета кулоновского взаимодействия /см., например, ²² /.

Аналогичным образом можно определить и оптимальное значение параметра a , составляя среднее значение \hat{H} по функциям $\bar{\Psi}$ /2.2/.

Значения параметров для двух вариантов сил, которые используются далее в работе, приведены в табл.1. Оптимальные параметры $R_0, t_0, \gamma_0 = a^2$ приведены в табл.2.

Здесь приведены также энергии основных состояний ядер ⁴He, ¹⁶O, ⁴⁰Ca.

На рис.1а-в показаны распределения плотности нуклонов, и на рис.2 - характерное поведение функции локально-масштабного преобразования $f_{(R,t)}(r)$.

Анализ и сравнение полученных результатов показывает, что расчеты, проведенные на основе модельной функции $\Psi_{(R,t)}$, воспроизводят с хорошей точностью результаты, полученные методом Хартри-Фока. Как показано в работе ²⁵, такое согласие с методом ХФ наблюдается и в случае тяжелых ядер, например, для ²⁰⁸Pb.

3. КОЛЛЕКТИВНЫЕ СОСТОЯНИЯ В МЕТОДЕ ГЕНЕРАТОРНЫХ КООРДИНАТ

Построенные в разд.2 функции $\Psi_{(R,t)}$ мы используем в качестве модельных для определения полной пробной волновой функции МГК:

$$\Psi = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \int F(R, t) \Psi_{(R,t)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) dR dt. \quad /3.1/$$

Весовая функция $F(R, t)$ удовлетворяет интегральному уравнению

$$\int [H(R, t; R', t') - E N(R, t; R', t')] F(R', t') dR' dt' = 0, \quad /3.2/$$

Таблица 1

Значения параметров для двух вариантов сил Скирма

		SIII [23]	S _{KM} * [24]
t ₀	[Мэв фм ³]	-1123,75	-2545,0
t ₁	[Мэв фм ⁵]	395,0	410,0
t ₂	[Мэв фм ⁵]	-95,0	-135,0
t ₃	[Мэв фм ⁵]	14000,0	15595,0
σ		1	1/6
E _{ин} /A	[Мэв]	-15,67	-15,78
K _F	[м]	1,20	1,00
K	[Мэв]	356,7	216,7

Таблица 2

Энергии основных состояний, среднеквадратичные радиусы и оптимальные параметры ядер ⁴He, ¹⁶O и ⁴⁰Ca для двух вариантов сил

		γ ₀	E(γ ₀)	$\langle r^2 \rangle_{\gamma_0}^{1/2}$	R ₀	t ₀	E(R ₀ , t ₀)	$\langle r^2 \rangle_{\gamma_0}^{1/2}$
		[фм ⁻²]	[Мэв]	[фм]	[фм]	[фм]	[Мэв]	[фм]
He ⁴	SIII	0,4061	26,4	1,92	1,51	1,79	27,2	1,9
	S _{KM} *	0,3761	26,9	2,0	1,54	1,91	27,0	2,0
O ¹⁶	SIII	0,3127	139,2	2,64	2,68	1,9	140,7	2,62
	S _{KM} *	0,3143	139,2	2,67	2,66	2,05	139,7	2,69
Ca ⁴⁰	SIII	0,2580	402,5	3,41	3,76	2,0	410,8	3,36
	S _{KM} *	0,2639	408,6	3,36	3,69	2,15	408,8	3,39

которое является следствием требования стационарности выражения

$$E[F] = \frac{\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad /3.3/$$

по отношению небольших вариаций функции F. В уравнении /3.2/ введены обозначения

$$N(R, t; R', t') = \langle \Psi_{(R,t)} | \hat{H} | \Psi_{(R',t')} \rangle, \quad /3.4/$$

$$N(R, t; R', t') = \langle \Psi_{(R,t)} | \Psi_{(R',t')} \rangle. \quad /3.5/$$

Собственные значения E_k уравнения /3.2/ задают энергию основного состояния E₀ и энергии коллективных возбуждений E_k, k ≠ 0. Соответствующие решения ортонормированы весовым фактором:

$$\int F_k(R, t) N(R, t; R', t') F_k^*(R', t') dR dR' dt dt' = \delta_{kk'}. \quad /3.6/$$

Волновые функции основного Ψ₀ и возбужденных состояний Ψ_k определяются ур./3.1/.

В случае детерминантных модельных функций /2.6/ интеграл перекрытия

$$N(R, t; R', t') = \det D, \quad /3.7/$$

где D = D(R, t; R', t') - прямоугольная A × A -матрица с элементами ²⁶

$$D_{ij} = \langle \phi_i(\vec{r}; R, t) | \phi_j(\vec{r}; R', t') \rangle. \quad /3.8/$$

Учитывая /3.7/, интегральное ядро /3.4/ для сил Скирма можно записать как ²⁴

$$H(\vec{q}, \vec{q}') = \langle \Psi_{\vec{q}} | \hat{H} | \Psi_{\vec{q}'} \rangle = \int N(\vec{q}, \vec{q}') H_{\vec{q}\vec{q}'} d\vec{q} d\vec{q}', \quad /3.9/$$

где

$$H_{\vec{q}\vec{q}'} = \frac{\hbar^2}{2M} \frac{A-1}{A} r_{\vec{q}\vec{q}'} + \frac{3}{8} t_0 \rho_{\vec{q}\vec{q}'}^2 + \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) (\rho_{\vec{q}\vec{q}'} r_{\vec{q}\vec{q}'} + j_{\vec{q}\vec{q}'}^2) + \frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) (\nabla \rho_{\vec{q}\vec{q}'}^2)^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho_{\vec{q}\vec{q}'}^{\alpha-2}; \quad \vec{q} = (R, t). \quad /3.9'/$$

Плотностные характеристики, входящие в /3.9/ $\rho_{\vec{q}\vec{q}'}$, $r_{\vec{q}\vec{q}'}$, $j_{\vec{q}\vec{q}'}$, зависящие от R и t посредством одночастичных функций /2.5/, определены равенствами

$$\rho_{\vec{q}\vec{q}'}(\vec{r}) = \sum_{i,j=1}^A D_{ij}^{-1} \phi_i(\vec{r}; \vec{q}) \phi_j(\vec{r}; \vec{q}'), \quad /3.10/$$

$$r_{\vec{q}\vec{q}'}(\vec{r}) = \sum_{i,j=1}^A D_{ij}^{-1} \nabla \phi_i(\vec{r}; \vec{q}) \cdot \nabla \phi_j(\vec{r}; \vec{q}'), \quad /3.11/$$

$$j_{\vec{q}\vec{q}'}(\vec{r}) = \sum_{i,j=1}^A D_{ij}^{-1} (\phi_i^* \nabla \phi_j - \phi_j^* \nabla \phi_i). \quad /3.12/$$

При $\vec{q}' = \vec{q}$ /т.е. R=R' и t=t'/ эти величины переходят соответственно в плотность /2.1/, плотность кинетической энергии

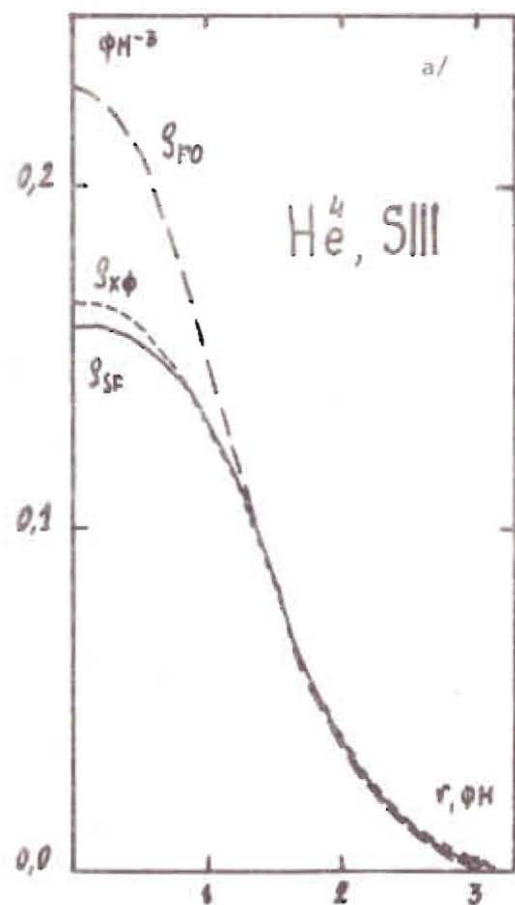


Рис. 1. Распределение плотности нуклонов: а/ для ядра ${}^4\text{He}$ б/ для ядра ${}^{16}\text{O}$; в/ для ядра ${}^{40}\text{Ca}$. ρ_{SF} - симметризованное фермиевское распределение; ρ_{XF} - плотность в методе Хартри-Фока; ρ_{RO} - плотность, рассчитанная с функциями гармонического осциллятора.

$r(\vec{r})$ /2.8/ и спин-плотность $j(\vec{r})$, которая в данном случае зануляется.

Диагональные элементы

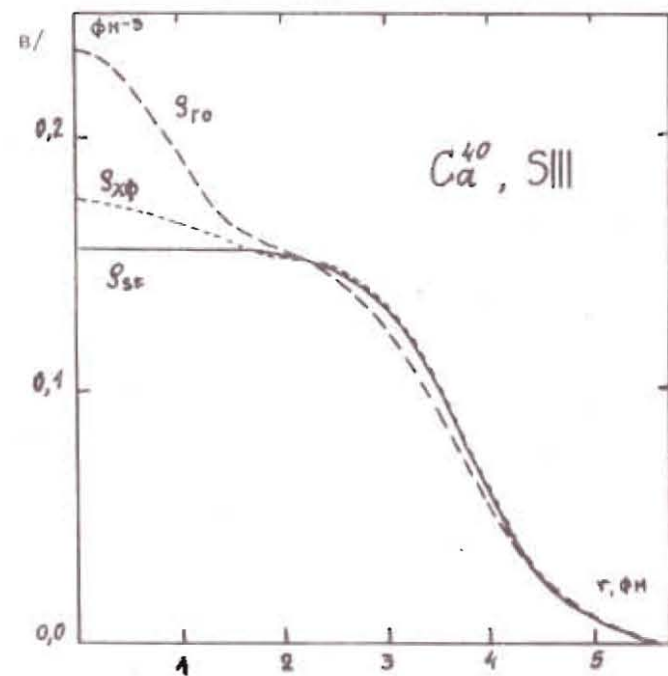
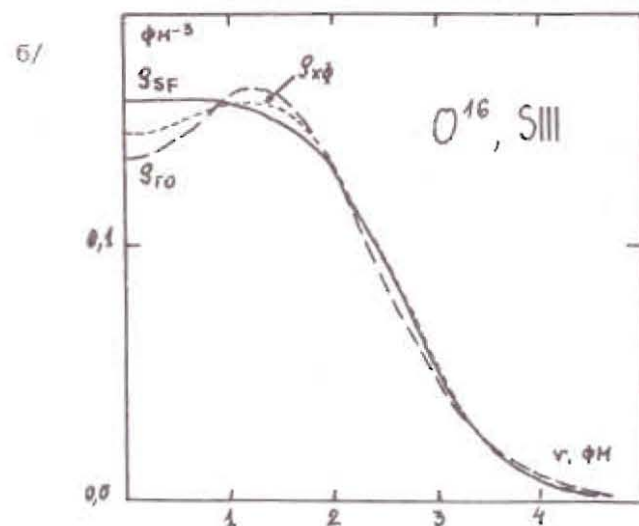
$$H(\vec{q}, \vec{q}) = \langle \Psi_{\vec{q}} | \hat{H} | \Psi_{\vec{q}} \rangle \quad /3.13/$$

совпадают с энергией $E(R, t)$, заданной ур./2.7/.

Для решения ур./3.2/ с ядром /3.7/ и /3.9/ мы используем численный метод, описанный в ⁴. Итерационный процесс становится более стабильным, если ввести новую искомую функцию

$$B_k(\vec{q}) = \int N^{-1/2}(\vec{q}, \vec{q}') F_k(\vec{q}') d\vec{q}' \quad /3.14/$$

что приводит к известному уравнению типа Шредингера



$$\int K(\vec{q}, \vec{q}') B_k(\vec{q}') d\vec{q}' = E_k B_k(\vec{q}),$$

где ядро $K = N^{-1/2} K N^{-1/2}$.

$$/3.15/$$

Так как теперь функции $E_k(\vec{q})$ имеют обычную нормировку

$$\int E_k(\vec{q}) E_{k'}(\vec{q}) d\vec{q} = \delta_{k,k'} \quad /3.16/$$

то $|E(\vec{q})|^2$ можно интерпретировать как плотность вероятности, с которой модельные функции $\Psi_{\vec{q}}^+ = \Psi_{(R,t)}$ участвуют в полной волновой функции /3.17/.

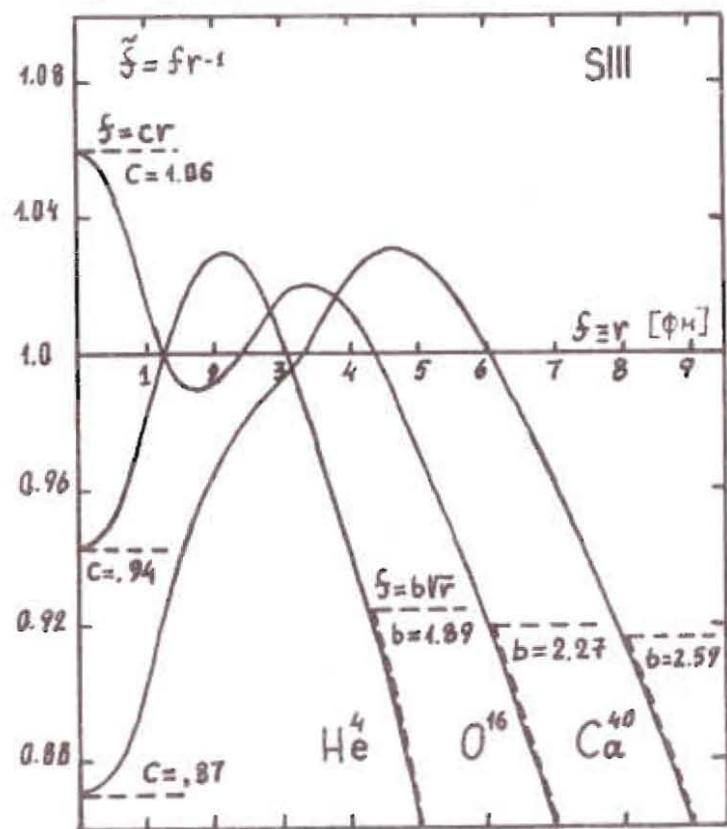


Рис. 2. Зависимость функции локально-масштабного преобразования от радиуса r . Тождественное преобразование $f = r$ соответствует прямой $\tilde{f} = 1$. Масштабное преобразование $f = cr / \tilde{f} = c /$ соответствует штриховым линиям. Числовые параметры b [$\text{фм}^{1/2}$] определяют асимптотическое поведение $f = b\sqrt{r}$.

4. ОБЪЕМНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЯДЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ

Здесь мы используем следующие два выражения в качестве пробных функций:

$$\Psi^{(об)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \int F^{(об)}(R) \Psi_{(R,t_0)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) dR, \quad /4.1/$$

$$\Psi^{(пов)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \int F^{(пов)}(t) \Psi_{(R_0,t)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) dt. \quad /4.2/$$

Первое из них отвечает объемным вибрациям ядерной плотности /см. рис. 3а/, при которых изменяется только радиус полуспада R плотности $\rho(\vec{r}; R, t_0)$. Вторая функция /4.2/ отвечает поверхностным колебаниям ядерной плотности /см. рис. 3б/, которые связаны с изменением толщины поверхностного слоя t при равновесном значении R_0 радиуса полуспада R .

Решение уравнения /3.2/ $F^{(об)}$ и $F^{(пов)}$ определяют допустимые амплитуды и веса, с которыми данные типы колебаний участвуют в формировании состояний $\Psi^{(об)}$ и $\Psi^{(пов)}$ соответственно.

Для сравнения мы рассматриваем также и следующую функцию

$$\Psi^{(D)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \int F^{(D)}(y) \Phi_y(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) dy, \quad /4.3/$$

где функции Φ_y задаются ур. /2.2/.

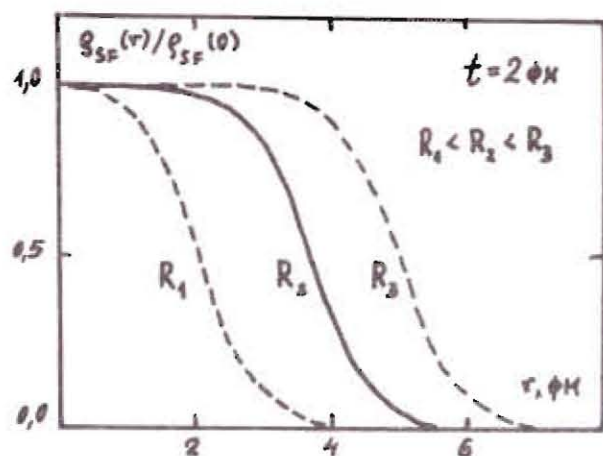
Представление /4.3/ соответствует "дилатационным" возбуждениям, при которых осцилляторная плотность /2.3/ в состояниях /2.2/ изменяется как целое /рис. 3в/ с изменением коллективного параметра $y = \alpha^2$. Явный вид интегральных ядер $K(y, y')$ и $N(y, y')$ для случая сил Скирмы приведен в /27/.

Численные расчеты в настоящей работе получены на ЭВМ CDC-6500 в ОИЯИ /Дубна/ с помощью программного комплекса EISPAC, включенного в CERN-LIBRARY.

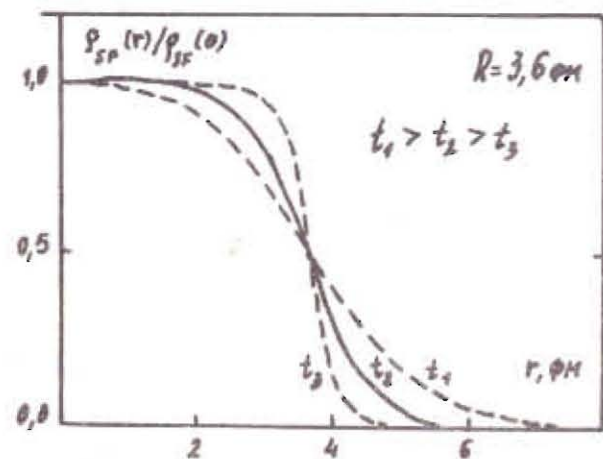
В табл. 3 приведены рассчитанные значения энергий основных состояний ядер 4He , ^{16}O и ^{40}Ca , полученные с учетом объемных колебаний $E_0^{(об)}$, поверхностных колебаний $E_0^{(пов)}$ и дилатационных колебаний $E_0^{(D)}$. Для сравнения приведены также вариационные оценки из табл. 2.

Видно, что в МГК энергия основного состояния понижается, как и следовало ожидать. Для ядра 4He понижение энергии весьма существенное. Максимальное значение энергии связи 4He получается при учете поверхностных колебаний плотности /табл. 3, энергия $E_0^{(пов)}/$.

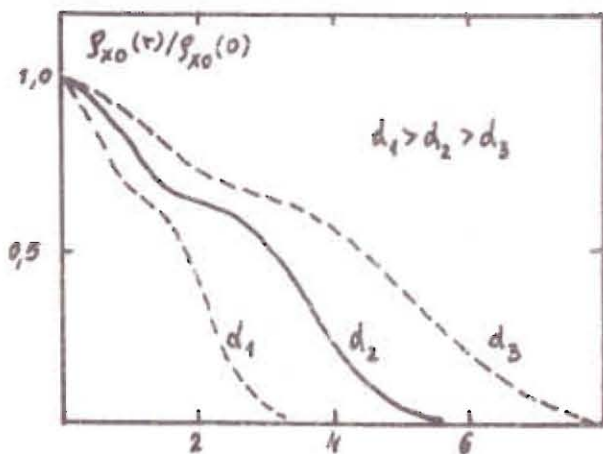
С ростом массового числа A влияние МГК на энергию основного состояния уменьшается и практически уже для ^{40}Ca это влияние исчезает.



a/



б/



в/

рис. 3. а/ Изменение плотности при различных радиусах полуспада R ; б/ изменение плотности при различных значениях толщины поверхностного слоя t ; в/ изменение плотности при различных значениях осцилляционного параметра α .

Таблица 3

Энергии основных состояний ядер ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$, полученных с учетом объемных ($E_0^{(об)}$), поверхностных ($E_0^{(пов)}$) и дилатационных ($E_0^{(D)}$) колебаний. $E(y_0)$ и $E(R_0, t_0)$ - вариационные оценки из табл. 2

[Эв]	SIII			S _k *M		
	He ⁴	O ¹⁶	Ca ⁴⁰	He ⁴	O ¹⁶	Ca ⁴⁰
$E(y_0)$	26,4	139,2	402,5	26,9	139,2	402,6
$E(R_0, t_0)$	27,2	140,75	410,8	27,0	139,7	403,8
$E_0^{(об)}$	29,1	141,7	411,2	28,2	140,0	402,9
$E_0^{(D)}$	32,9	140,3	403,3	19,4	139,4	408,6
$E_0^{(пов)}$	36,9	141,0	411,1	32,3	139,8	408,85

В этом направлении является показательным поведение функций $E_0(q)$ в области $q_0 = (R_0, t_0)$.

На рис. 4а, б показаны графики функций $g_0^{(об)}(q)$ и $g_0^{(пов)}(q)$. Для ядра ${}^4\text{He}$ максимум в области $q = q_0$ значительно шире по сравнению с максимумами кривых для ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$. Поэтому расчетная плотность ядра $\rho(r; R_0, t_0)$ отличается от равновесного распределения $\rho(r)$, в то время как для ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ они практически совпадают. Иными словами, с ростом A вес одной детерминантной функции в [3.1] становится доминирующим для основного состояния.

Метод генераторной координаты с коллективными переменными R, t и y позволяет найти все связанные 0^+ -состояния соответствующего типа. Оказывается, что для ${}^4\text{He}$ существует одно /сила SIII / и два /сила S_k*M / возбужденных состояния. Их число для ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ /сила SIII, например/ 7 и 8 соответственно.

Характерной особенностью МГК является то, что первые состояния в большей степени исчерпывают monopolное правило сумм. Так, для ${}^4\text{He}$ первое $0^+(y)$ состояние /сила SIII / дает 45% вклад в правило сумм. В случае сил S_k*M первое и второе состояния

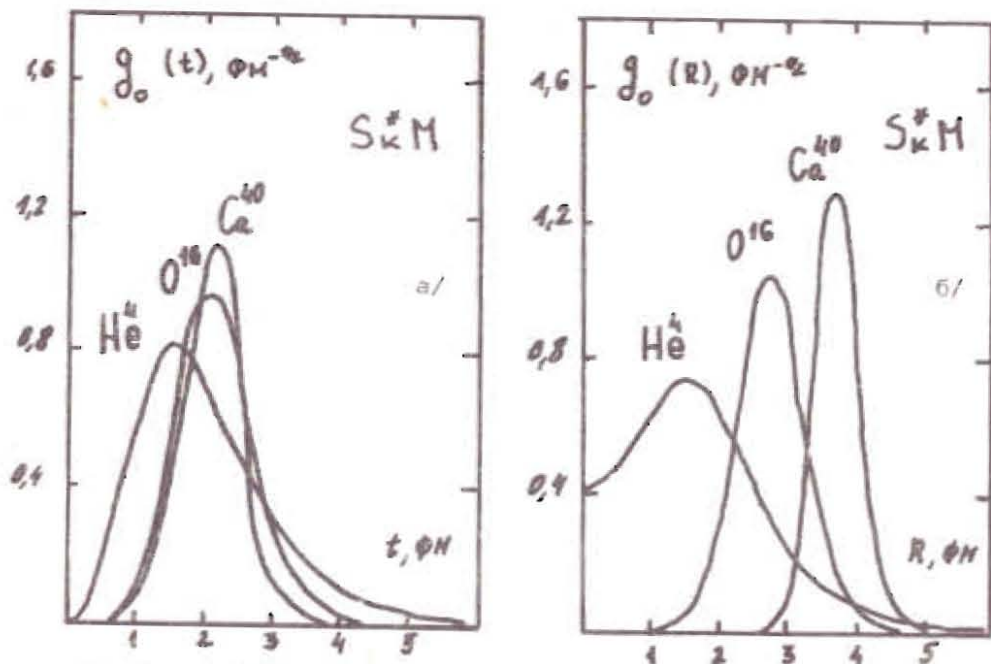


Рис. 4. а/ Функция основного состояния $g_0(t)$ в зависимости от коллективного параметра t ; б/ функция основного состояния $g_0(R)$ в зависимости от коллективного параметра R .

Таблица 4

Энергии первых возбужденных состояний ядер ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$

[МэВ]	SIII		S _k M	
${}^4\text{He}$	$E_{10}^{(b)}$	27,6		$E_{10}^{(b)}$ 21,45
	$E_{10}^{(a)}$	31,1	39,4 [7]	$E_{10}^{(a)}$ 23,25
	$E_{10}^{(c)}$	--		$E_{10}^{(c)}$ 23,9
${}^{16}\text{O}$	$E_{10}^{(b)}$	51,7	32,3 [11]	$E_{10}^{(b)}$ 25,1
	$E_{10}^{(a)}$	51,5	32,1 [11]	$E_{10}^{(a)}$ 25,8
	$E_{10}^{(c)}$	42,4	32,0 [11]	$E_{10}^{(c)}$ 32,5
${}^{40}\text{Ca}$	$E_{10}^{(b)}$	23,4	23,2 [11]	$E_{10}^{(b)}$ 23,5
	$E_{10}^{(a)}$	30,7	25,1 [11]	$E_{10}^{(a)}$ 25,4
	$E_{10}^{(c)}$	36,2	27,7 [11]	$E_{10}^{(c)}$ 23,3

дают соответственно 54% и 6%. Первые 0^+ -состояния ядер ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ дают примерно 90% вклад, т.е. практически полностью исчерпывают правило сумм. Этот результат слабо зависит от типа возбуждения ($0^+(R)$, $0^+(t)$, $0^+(\gamma)$).

Конкретные значения энергий возбуждения $E_{10} - E_1 - E_0$ /МэВ/ приведены в табл. 4. Для сравнения приведены также результаты других подходов. Небольшие различия в численных значениях объясняются тем, что используются несколько различающихся значений коэффициента сжимаемости ядер β^{15} .

На рис. 5 приведены решения $g_k^{(0)}(R)$ и $g_k^{(ов)}(t)$ для нескольких первых возбужденных состояний ядра ${}^{16}\text{O}$. Оказывается, что функция $g_1(t)$ довольно точно воспроизводится производной основ-

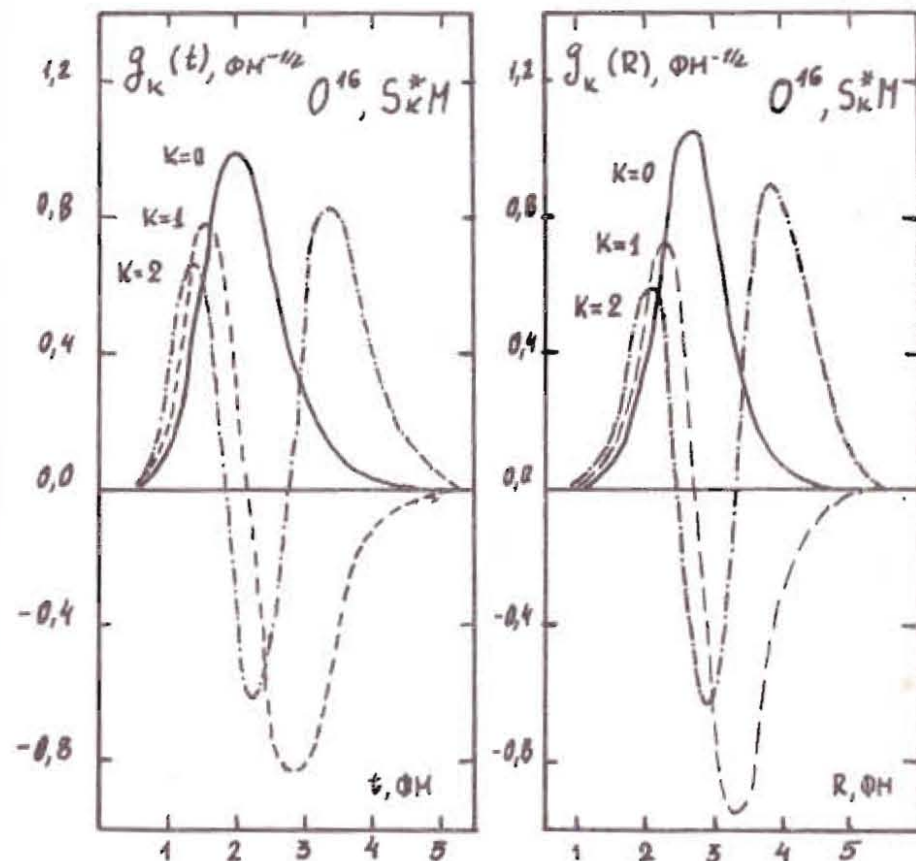


Рис. 5. Функция основного ($k=0$) и возбужденных ($k=1, 2$) состояний ядра ${}^{16}\text{O}$.

ного состояния $g_0(\vec{q})$. Это свойство решений g_1 и g_0 сохраняется для различных сил и для разных ядер, вне зависимости от типа коллективного движения. Как видно из рис.5, максимум кривой для первого возбужденного состояния расширяется около $\vec{q} = \vec{q}_0 = (R_0, t_0)$, что приводит к разбуханию ядра и возрастанию среднеквадратичного радиуса примерно на 0,1-0,2 фм по сравнению с радиусом для основного состояния.

Отметим, что хотя характер колебаний разный (R, t, γ) , конечные результаты /табл.4/ сравнительно близки. Все же энергии дилатационного типа лежат несколько ниже по сравнению с энергиями объемного и поверхностного типа. Можно ожидать, что связанное рассмотрение объемных и поверхностных колебаний /см./4.1/ и /4.2// на основе функции /3'/ приведет к результатам, ближе согласующимся с результатами дилатационного типа колебаний ядерной плотности.

5. СВЯЗЬ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЯДЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ

Точное решение ур./3.2/ для функции $F(R, t)$, зависящей от двух независимых переменных R и t , связано с диагонализацией матрицы размерностью $n^2 \times n^2$, где $n \geq 50$.

Попробуем выяснить некоторые особенности точного решения, учитывающего связь объемных и поверхностных колебаний, не прибегая к этой сложной и трудоемкой численной процедуре.

Прежде всего отметим, что использованные весовые функции $F^{(об)}$ и $F^{(пов)}$ /см. ур./4.1/ и /4.2//, минимизирующие энергетический функционал /3.3/, можно отнести к классу функций $F(R, t)$, записав их как

$$F^{(об)}(R, t) = F^{(об)}(R) \delta(t - t_0), \quad /5.1/$$

$$F^{(пов)}(R, t) = F^{(пов)}(t) \delta(R - R_0). \quad /5.1'/$$

По аналогии с /5.1/ введем простейшее расширение класса функций

$$F(R, t) = F(t) \delta(R - R(t)), \quad /5.2/$$

где функция $R(t)$ должна определяться так же, как и функция $F(t)$, вариационным путем.

Для дальнейшего упрощения задачи положим

$$R(t) = R_\beta(t) = R_0 - \beta(t - t_0), \quad /5.3/$$

где R_0 , t_0 - равновесные параметры плотности, а β - вариационный параметр.

Полная пробная функция /3.1/ с учетом /5.3/, /5.2/ теперь принимает вид

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \int F(t) \Psi_{(R_\beta(t), t)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) dt. \quad /5.4/$$

Выражение /5.4/ является естественным обобщением класса функций /4.1/ и /4.2/.

Функция F и значение параметра β определяются решением совместных вариационных уравнений

$$\frac{\delta E(F, \beta)}{\delta F(t)} = 0; \quad \frac{\delta E(F, \beta)}{\delta \beta} = 0. \quad /5.5/$$

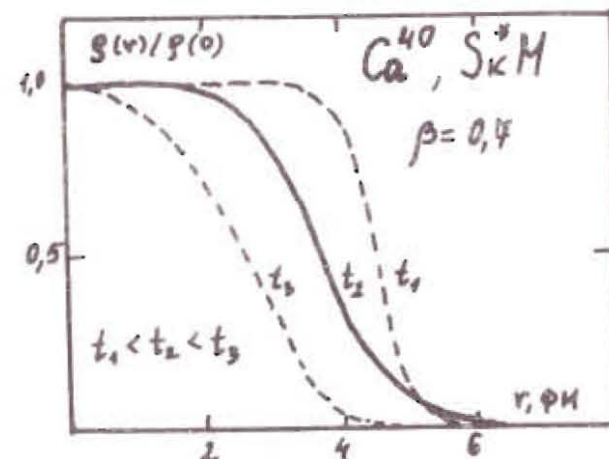
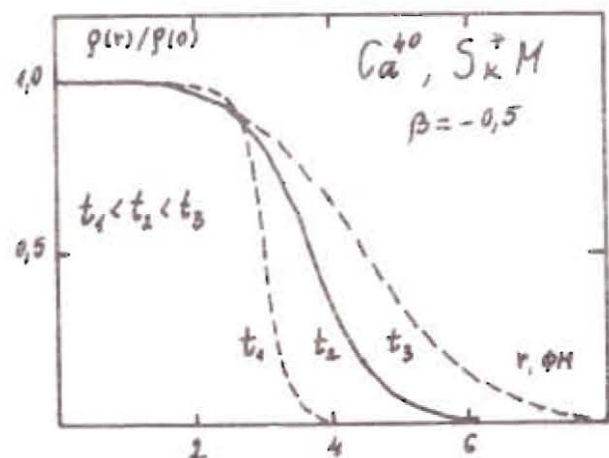


Рис.6. Изменение плотности ядра ^{40}Ca при различных значениях параметра толщины t и параметра β .

где $E[F, \beta]$ - энергетический функционал /3.3/ с функциями /5.4/.

Локальная плотность частиц, соответствующая модельной функции $\Psi_{(R, \beta(t), t)}$ сохраняет свой прежний вид

$$\rho^\beta(r, t) = \frac{\rho_0(R_\beta(t), t) \operatorname{sh}(R_\beta(t)/b)}{\operatorname{ch}(R_\beta(t)/b) - \operatorname{ch}(a/b)} \quad /5.6/$$

Как видно из /5.3/ и /5.4/, случай $\beta = 0$ соответствует чисто поверхностным колебаниям. Можно показать, что случай $\beta = \pm \infty$ соответствует чисто объемным колебаниям /рис.3а/. При $\beta < 0$ с возрастанием /убыванием/ t возрастает /убывает/ радиус полуспада R /рис.6/. Такой тип колебаний /скейлинг/ связан с изменением параметра γ при чисто масштабном преобразовании плотности.

При $\beta > 0$ рост /уменьшение/ t приводит к уменьшению /росту/ радиуса полуспада R .

Таблица 5

Энергии основных и возбужденных состояний ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$ для оптимальных значений вариационного параметра β . Среднеквадратичные радиусы относятся к основному и первому возбужденному состояниям. Приведено значение монополярного правила сумм для первых возбужденных состояний

S_{KM}^*	${}^4\text{He}$		${}^{16}\text{O}$		${}^{40}\text{Ca}$	
	$\beta_1 = 0,0$	$\beta_2 = -0,2$	$\beta_2 = 1,1$	$\beta_1 = -0,5$	$\beta_2 = 0,7$	
E_0 [МэВ]	32,3	139,0	140,3	438,8	405,0	
E_{10} [МэВ]	23,2	75,3	58,2	12,3	53,2	
МПС [%]	54	96	12	99	0,1	
$\langle r^2 \rangle_0^{1/2}$ [фм]	1,64	2,08	2,60	3,39	3,39	
$\langle r^2 \rangle_1^{1/2}$ [фм]	3,01	2,93	3,65	4,40	3,45	
E_{20} [МэВ]	31,1	17,4	59,4	46,1	94,5	
E_{30} [МэВ]	--	06,0	97,5	63,5	124,4	
E_{40} [МэВ]	--	33,0	123,5	50,5	145,2	
E_{50} [МэВ]	--	97,2	--	110,0	320,2	
E_{60} [МэВ]	--	110,5	--	144,1	336,6	
E_{70} [МэВ]	--	--	--	163,5	--	
E_{80} [МэВ]	--	--	--	331,0	--	
E_{90} [МэВ]	--	--	--	367,5	--	

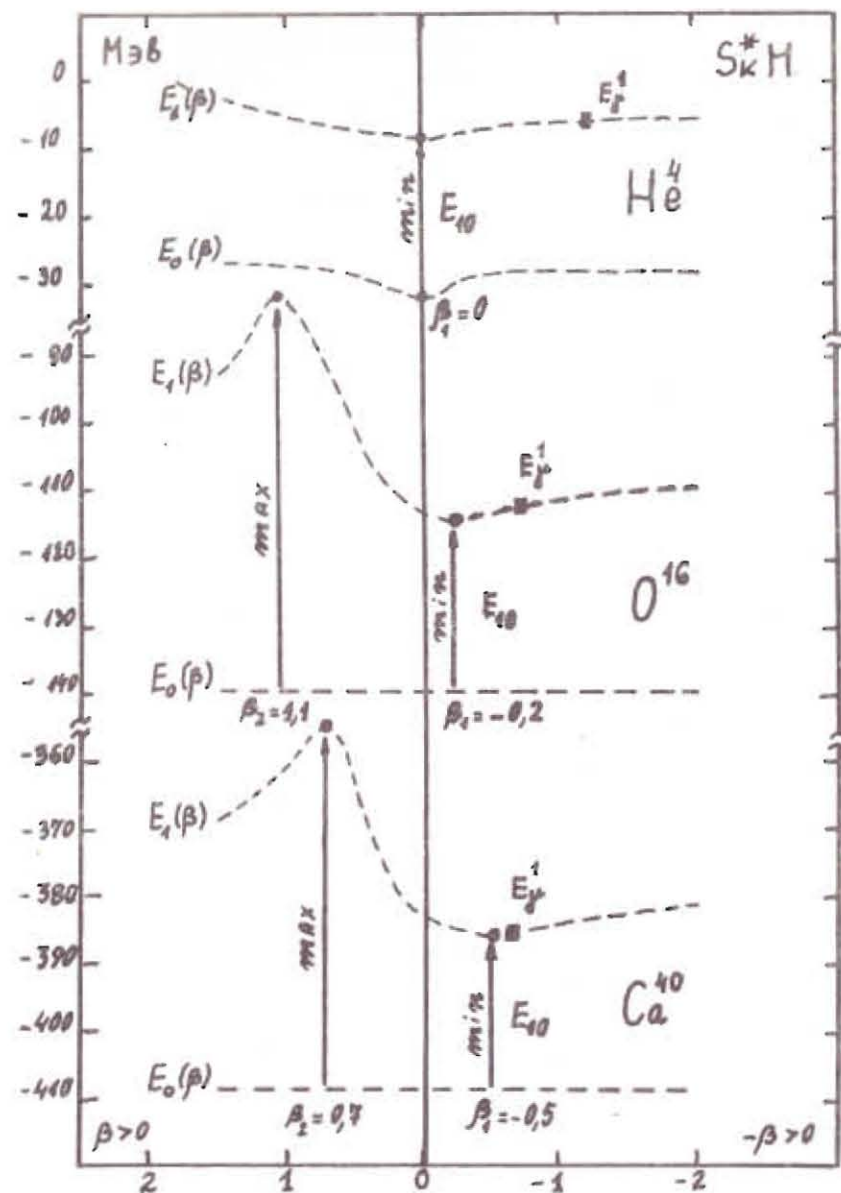


Рис.7. Зависимость энергий основного и первых возбужденных состояний ядер ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ от параметра β .

Можно заключить, что полная волновая функция /5.4/ описывает коллективные движения, представляющие связь объемных и поверхностных колебаний ядерной плотности, причем конкретный тип коллективного движения характеризуется значением параметра β .

Зависимость энергии основного состояния $E_0(\beta)$ ядер ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ от параметра β , полученная численным решением ур./5.5/, иллюстрируется на рис.7. Видно, что $E_0(\beta)$ слабо зависит от β , что подтверждает сделанный в разд.4 вывод о независимости энергии основного состояния от типа колебаний, в особенности для ядер ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$. У этих ядер энергии $E_1(\beta)$ первого возбужденного состояния показывают два четко выраженных экстремума. Первый из них появляется при $\beta_1 < 0$, и энергия $E_1(\beta_1)$ минимальна. При $\beta = \beta_2 > 0$ энергия $E_1(\beta_2)$ имеет максимум.

С ростом A "минимальный" тип колебаний ($\beta < 0$), который мы считаем ГМР, сдвигается в область вибраций объемного типа ($\beta_1({}^{16}\text{O}) < \beta_1({}^{40}\text{Ca})$). Другой тип возбуждений $\beta > 0$ с ростом A

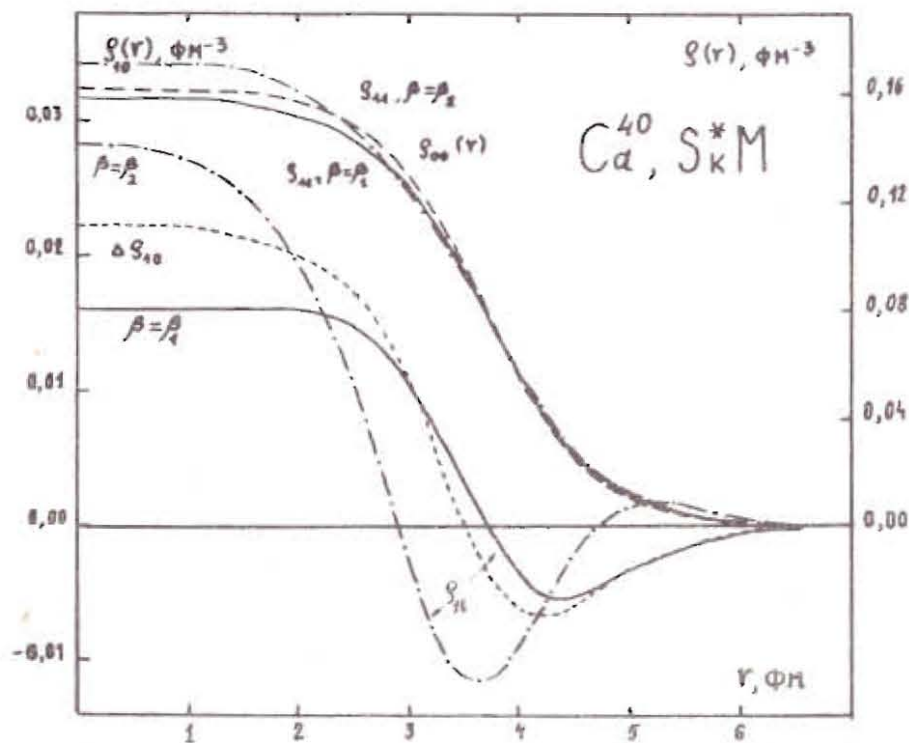


Рис.8. Локальная и переходная плотности ядра ${}^{40}\text{Ca}$.
 - - - - феноменологические плотности ρ_{00} и $\Delta\rho_{10}$.
 — — — — плотности ρ_{11} и ρ_{10} при $\beta = \beta_1$.
 · · · · · плотности ρ_{11} и ρ_{10} при $\beta = \beta_2$.

приближается к поверхностному типу колебания ($\beta = 0$). Для ядра ${}^4\text{He}$ мы должны принять, что ГМР соответствует поверхностным колебаниям ($\beta = 0$), так как энергия $E_1(\beta_2) > 0$ уходит в непрерывный спектр.

На рис.7 приведены также энергии возбуждения E_1^1 , полученные в МГК с коллективной переменной γ . Последняя вводится в выражение для плотности /2.1/ с помощью масштабного преобразования $r \rightarrow \gamma r$. Видно, что энергии "масштабного" типа колебаний выше соответствующих энергий $E_1(\beta_1 < 0)$, т.е. энергий ГМР.

В табл.5 приведены энергии E_0 и среднеквадратичные радиусы $\langle r^2 \rangle_{00}^{1/2}$ основного состояния, вклад в монополюное правило сумм и среднеквадратичный радиус $\langle r^2 \rangle_{11}^{1/2}$ первого возбужденного состояния и энергии возбуждения $E_{k0} = E_k - E_0$ для всех 0^+ -состояний. Из таблицы видно, что энергия ГМР для ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ /решение E_{10} ур./5.5/ при $\beta_1 < 0$ / ниже энергии объемного и поверхностного типа колебаний, приведенных в табл.4.

Результаты расчетов для локальной и переходной плотностей, полученные решением ур./5.5/, приведены на рис.8. Для сравнения приведены также соответствующие плотности $\rho_{00}(r)$ и $\Delta\rho_{10} = a(3\rho_{00} + r \frac{\partial \rho_{00}}{\partial r})$ феноменологической модели [28].

Сравнение показывает, что феноменологическая и рассчитанная нами переходные плотности находятся в качественном согласии.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предлагается вариационный метод для исследования коллективных характеристик ядер в основном и возбужденных состояниях. Существенная особенность метода состоит в том, что модельная функция МГК строится с помощью МЛМП. Полученная пробная функция становится функционалом распределения плотности, что дает возможность использовать основные характеристики плотности в качестве коллективных генераторных переменных.

Для исследования монополюсных колебаний ядер ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$ нами введены два коллективных параметра: радиус полуспада R и параметр толщины поверхностного слоя t фермиевской плотности. Рассчитаны энергии основного и всех возбужденных /дыхательных/ состояний в случае объемных R и поверхностных t колебаний плотности. Осуществлена связь этих двух типов колебаний с помощью вариационного параметра β , которая слабо меняет положение энергии основного состояния, но понижает энергию первых возбужденных состояний /энергия ГМР/. Показано, что значение параметра β меняется в зависимости от массового числа A : для ${}^4\text{He}$ $\beta = 0$, и мы должны принять, что здесь ГМР соответствует поверхностным t -колебаниям. С ростом A значения пара-

метра β соответствуют колебаниям плотности ближе к объемному типу.

Таким образом, метод позволяет не только определить основные ядерные характеристики, но и дать качественные указания о характере коллективного движения в ядрах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Speth J., van der Woude A. Rep.Progr.Phys., 1981, 44, p.719.
2. Goeke K., Speth J. Ann.Rev.Nucl.Part.Sci., 1982, 32, p.65.
3. Abgrall Y., Caurier E. Phys.Lett., 1975, p.229.
4. Flocard H., Vautherin D. Nucl.Phys., 1976, A264, p.197.
5. Krewald S., Rosenfelder R., Galonska J. Nucl.Phys., 1976, A269, p.112.
6. Ariekx F., Broecheve J. J.Phys.G, 1983, 9, p.285.
7. Treiner J. et al. Nucl.Phys., 1981, A371, p.253.
8. Krivin H., Treiner H., Bohigas O. Nucl.Phys., 1980, A336, p.155.
9. Fabre M., Navarro J. Ann.Phys., 1979, 123, p.185.
10. Broecheve J. Phys.Lett., 1982, 109B, p.5.
11. Goeke K., Castel B. Phys.Rev., 1979, C19, p.201.
12. Morsch H.P., Decowski P. Phys.Lett., 1979, 882, p.1.
13. Morsch H.P. et al. Phys.Rev., 1980, C22, p.489.
14. Jensen A.S., Larsen S.M. Phys.Scripta, 1981, 24, p.534.
15. Brack M., Stocker W. Nucl.Phys., 1983, A406, p.413.
16. Brack M., Stocker W. Nucl.Phys., 1982, A388, p.230.
17. Jensen A.S., Larsen S.M. Phys.Lett., 1980, 948, p.280.
18. Hill D.L., Wheeler J.A. Phys.Rev., 1953, 89, p.1102.
19. Griffin J.I., Wheeler J.A. Phys.Rev., 1957, 108, p.311.
20. Петков И.Ж., Стоицов М.В. ТМФ, 1983, 55, с.407.
21. Лукьянов В.К., Поль Ю.С. ЭЧАЯ, 1974, 5, с.955.
22. Vautherin D., Brink D.M. Phys.Rev., 1972, C5, p.626.
23. Flocard H. et al. Nucl.Phys., 1973, A203, p.433.
24. Bartel J., Quentin P. Nucl.Phys., 1982, A386, p.79.
25. Петков И.Ж., Стоицов М.В. ЯФ, 1983, 37, с.1167.
26. Brink D.M. Scuola Int.di fisica E.Fermi, 1965, course 36, p.247.
27. Bauhoff W. Ann.Phys., 1980, 130, p.307.
28. Tassie L.J. Australian J.Phys., 1956, 9, p.407.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 ноября 1985 года.

Петков И.Ж., Стоицов М.В.

P4-85-785

Объемные и поверхностные монополярные колебания
плотности нуклонов атомных ядер

Предложен вариационный метод для исследования коллективных характеристик ядер в основном и возбужденных состояниях. Пробная волновая функция строится с помощью метода локально-масштабного преобразования. В качестве коллективных координат естественным образом возникают основные характеристики распределения плотности нуклонов. Монополярные колебания ядер ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{40}\text{Ca}$ исследуются с помощью двух коллективных параметров: радиус полуспада и толщина поверхностного слоя фермиевской плотности. Связь объемных и поверхностных колебаний осуществляется вариационным параметром, значение которого дает указание о характере коллективного движения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Petcov I.J., Stoitzov M.V.

P4-85-785

The Volume and Surface Monopole Vibrations
of Nuclear-Density in Atomic Nuclei

A variational method for investigating collective ground and excited state properties of nuclei is suggested. A trial wave-function whose collective coordinates are quite naturally connected with the basic characteristics of nuclear density distribution is constructed by means of the Local Scale Transformation Method. Monopole vibrations of ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$ are revealed by two collective variables: half radius R and surface diffuseness T of the Fermi-type density distribution. The coupling of volume (R) and surface (T) vibrations in the nuclear breathing mode is realized by variational parameter which characterizes the collective nuclear motion.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985