

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

R4-85-539

Е.Б.Бальбуцев, И.Н.Михайлов, Й.Пиперова

ЗАВИСИМОСТЬ ОТ УГЛОВОГО МОМЕНТА
СПРЕДОВЫХ ШИРИН
КОЛЛЕКТИВНЫХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ
АТОМНЫХ ЯДЕР

1985

В работах^{/1,2/} сформулирована т.н. модель капли ферми-жидкости /КФЖ/, описывающая условия "векового равновесия" вращающихся ядер и малые отклонения вибрационного и невибрационного типа от этого состояния. Она является обобщением модели деформации поверхности Ферми^{/3,4/} на вращающиеся ядра. В частности, модель КФЖ воспроизводит экспериментальное значение энергии гигантского квадрупольного резонанса при малых спинах и предсказывает его расщепление из-за вращения.

Цель настоящей работы - учесть диссипативные свойства ядерной материи и проверить, в какой мере вращение влияет на затухание колебаний ядра.

Интерес к данной проблеме очевиден: диссипация энергии поверхностных колебаний ядра играет важную роль в установлении термодинамического равновесия и связана с условиями формирования компаунд-состояний, образовавшихся в результате столкновения тяжелых ионов с ядрами. Такие состояния обладают значительными угловыми моментами, и их характеристики могут заметно отличаться от того, что имеет место при малых спинах^{/1,2/}. Очевидно, что и в условиях распада высокоспиновых компаунд-состояний диссипативные характеристики ядерного вещества играют важную роль.

В данной работе считается, что ширина колебательных возбуждений может быть описана в рамках макроскопической модели приближенным учетом интеграла столкновений в кинетическом уравнении для функции распределения $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \sum_i \mathbf{v}_i \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{x}_i} - \sum_i \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{v}_i} \left\{ \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_i} \left(U + \frac{Ze}{A} \mathcal{P} \right) \right\} =$$

$$- (\dot{\Omega} \times (\dot{\Omega} \times \mathbf{r}))_i - 2(\dot{\Omega} \times \mathbf{v})_i \} - I(t). \quad /1/$$

Здесь $I(t)$ - интеграл столкновений. Уравнение /1/ записано в неинерциальной системе отсчета, вращающейся с постоянной угловой скоростью $\dot{\Omega}$. U - потенциал среднего поля, \mathcal{P} - кулоновский потенциал; m - масса нуклона, e_p - заряд протона, Z - число протонов, A - число нуклонов; $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ - векторное произведение \mathbf{a} и \mathbf{b} .

От уравнения /1/ обычно переходят к уравнениям гидродинамического типа, интегрируя его по скоростям с разными весами. Для изучения коллективного движения небольшой мультипольности в модели КФЖ используется метод вириальных теорем Чандрасекхара^{/5/}. Следуя процедуре, описанной в^{/1,2/}, получаем

Уравнения модели для квадрупольных мод возбуждений вязкой КФЖ:

$$\frac{d}{dt} \int \rho u_i x_j d\vec{r} - \int \rho u_i u_j d\vec{r} - \Pi_{ij} + 2\sigma_{ij} - \mathcal{C}_{ij} - \mathcal{U}_{ij} + 2 \sum_{\ell, k=1}^3 \epsilon_{i\ell k} \Omega_{\ell} \int \rho u_k x_j d\vec{r} + \sum_{k=1}^3 \Omega_i \Omega_k J_{jk} - \Omega^2 J_{ij} = 0, \quad /2/$$

$$\frac{d\Pi_{ij}}{dt} + \sum_{k=1}^3 \int (P_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) d\vec{r} + 2 \sum_{k, \ell=1}^3 \Omega_{\ell} (\epsilon_{i\ell k} \Pi_{kj} + \epsilon_{j\ell k} \Pi_{ki}) = m \int w_i w_j I(f) d\vec{v} d\vec{r}. \quad /3/$$

Здесь введены следующие обозначения: $\Pi_{ij} = \int P_{ij} d\vec{r}$, $P_{ij} = m \int w_i w_j f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$ - компоненты тензора давления; $\rho = m \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$ - массовая плотность; $\vec{u}(\vec{r}, t) = \frac{m}{\rho} \int \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$ - средняя скорость нуклонов; $w_i = v_i - u_i$; ϵ_{ijk} - тензор Леви-Чивита; \mathcal{C}_{ij} - компоненты тензора кулоновской энергии; σ_{ij} - компоненты тензора поверхностной энергии^{/6/}; $\mathcal{U}_{ij} = \mathcal{U} \delta_{ij}$, \mathcal{U} - среднее поле.

Уравнение /2/, т.е. Π вириал уравнения Эйлера, совпадает с приведенным в работах^{/1,2/} Уравнение /3/ /1/ вириал уравнения для тензора давления/ отличается от использованного ранее членом в правой части.

Для оценки интеграла столкновений используем весьма популярное^{/7-9/} приближение из физической кинетики

$$I(f) \approx -\frac{1}{\tau} (f - f_0), \quad /4/$$

предполагая тем самым, что отклонения от равновесной функции распределения f_0 малы. В кинетической теории газов τ - время свободного пробега, $\tau = l/\bar{v}$, где l - длина свободного пробега, \bar{v} - средняя скорость частиц. Существуют различные оценки времени τ для ядерной материи^{/8-11/}.

Мы будем считать τ параметром, который определяем так, чтобы воспроизвести наблюдаемые в эксперименте ширины гигантского квадрупольного резонанса в отсутствие вращения.

Следуя работам^{/1,2/} варьируем уравнения /2/ и /3/ и получаем линеаризованные уравнения, описывающие квадрупольные колебания ядер в терминах коллективных переменных V_{ij} /вариация тензора инерции/ и π_{ij} /вариация тензора Π_{ij} /:

$$\dot{V}_{i,j} = \pi_{ij} + \Omega^2 (1 - \delta_{i3}) V_{ij} - 2\Omega \sum_{k=1}^3 \epsilon_{i3k} \dot{V}_{k,j} - 2\Delta\sigma_{ij} + \Delta\mathcal{C}_{ij} + \Delta\mathcal{U}_{ij}, \quad /5/$$

$$\dot{\pi}_{ij} = -v_F^2 \left(\frac{\dot{V}_{1,j}}{a_j^2} + \frac{\dot{V}_{j,1}}{a_i^2} \right) - 2\Omega \sum_{k=1}^3 (\epsilon_{i3k} \pi_{kj} + \epsilon_{j3k} \pi_{ki}) - \frac{1}{\tau} \pi_{ij}. \quad /6/$$

Здесь $a_i / i = 1, 2, 3/$ - полуоси эллипсоида, которым аппроксимируется форма поверхности вращающегося ядра в состоянии векового равновесия, v_F - скорость Ферми, $V_{ij} = V_{i,j} + V_{j,i}$.

Членом $-\pi_{ij}/\tau$ в /6/ учитывается изменение тензора давлений благодаря столкновениям нуклонов.

Физический смысл коллективных координат $V_{i,j}$ и π_{ij} подробно обсуждается в^{/1,2/}. Напомним только, что величины $V_{i,j}$ взаимно однозначно связаны с изменениями компонент квадрупольного момента заряда ядра и момента количества движения, вызванными смещениями элементов несжимаемой ферми-жидкости. Например, $\Delta \mathcal{M}(2,0) = -\chi(V_{11} + V_{22} - 2V_{33})$, $\Delta I_3 = \dot{V}_{2,1} - V_{1,2} + \Omega(V_{11} + V_{22})$, $\chi = \sqrt{5/\pi} \cdot Z e_p / 4 m A$.

Для ядер, имеющих аксиальную форму в состоянии векового равновесия ($a_1 = a_2$), уравнения КФЖ существенно упрощаются. Они разделяются на три несвязанные между собой системы уравнений:

а/ Уравнения, описывающие пульсационные колебания / β -мода/:

$$\ddot{q}_1 = -4\Omega \dot{q}_2 - \Omega q_1 + 2\eta, \quad \ddot{q}_2 = \frac{\Omega}{\kappa} \dot{q}_1, \quad \dot{\eta} = -\frac{1}{\tau} \left(\eta - \frac{3\mathcal{E}}{2\kappa} q_1 \right), \quad \dot{Z}_{33} = -\frac{1}{\tau} \left(Z_{33} + \frac{\mathcal{E}}{2\kappa} q_1 \right). \quad /7/$$

$$q_1 = V_{11} + V_{22} - 2V_{33}, \quad q_2 = V_{1,2} - V_{2,1}, \quad Z_{ij} = \pi_{ij} + v_F^2 \left(\frac{V_{i,j}}{a_j^2} + \frac{V_{j,i}}{a_i^2} \right), \quad \eta = Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{33}.$$

б/ Уравнения, описывающие тороидальные колебания / γ -мода/:

$$\ddot{q}_1 = 2\Omega \dot{q}_2 - 2\beta q_1 + 2q_3, \quad \ddot{q}_2 = -2\Omega \dot{q}_1 - 2\beta q_2 + 2q_4, \quad /8/$$

$$\dot{q}_3 = 2\Omega(2q_4 - gq_2) - \frac{1}{\tau}(q_3 - \frac{\mathcal{E}}{2} q_1), \quad \dot{q}_4 = 2\Omega(gq_1 - 2q_3) - \frac{1}{\tau}(q_4 - \frac{\mathcal{E}}{2} q_2).$$

Здесь

$$q_1 = V_{1,1} - V_{2,2}, \quad q_2 = V_{1,2} + V_{2,1}, \quad q_3 = \frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{22} + gq_1), \quad q_4 = \pi_{12} + \frac{\mathcal{E}}{2} q_2.$$

в/ Уравнения, описывающие колебания отрицательной сигнатуры / α -мода/:

$$\ddot{V}_{1,3} = -\frac{\Omega^2}{e^2} (1 - e^2) (V_{1,3} + V_{3,1}) + 2\Omega \dot{V}_{2,3} - v_F^2 \left(\frac{V_{3,1}}{a_1^2} + \frac{V_{1,3}}{a_3^2} \right) + Z_{13},$$

$$\ddot{V}_{2,3} = -2\Omega \dot{V}_{1,3} - \frac{\Omega^2}{e^2} (1 - e^2) (V_{2,3} + V_{3,2}) - v_F^2 \left(\frac{V_{3,2}}{a_1^2} + \frac{V_{2,3}}{a_3^2} \right) + Z_{23},$$

$$\ddot{V}_{3,1} = -\frac{\Omega^2}{e^2} (V_{1,3} + V_{3,1}) - v_F^2 \left(\frac{V_{3,1}}{a_1^2} + \frac{V_{1,3}}{a_3^2} \right) + Z_{13},$$

$$\ddot{V}_{3,2} = -\frac{\Omega^2}{e^2} (V_{2,3} + V_{3,2}) - v_F^2 \left(\frac{V_{3,2}}{a_1^2} + \frac{V_{2,3}}{a_3^2} \right) + Z_{23}.$$

$$\dot{Z}_{13} = 2\Omega (Z_{23} - v_F^2 (\frac{V_{2,3}}{a_3^2} + \frac{V_{3,2}}{a_1^2})) - \frac{1}{\tau} (Z_{13} - v_F^2 (\frac{V_{1,3}}{a_3^2} + \frac{V_{3,1}}{a_1^2})),$$

$$\dot{Z}_{23} = -2\Omega (Z_{13} - v_F^2 (\frac{V_{1,3}}{a_3^2} + \frac{V_{3,1}}{a_1^2})) - \frac{1}{\tau} (Z_{23} - v_F^2 (\frac{V_{2,3}}{a_3^2} + \frac{V_{3,2}}{a_1^2})). \quad /9/$$

В уравнениях /7/-/9/ использованы следующие обозначения:

$$e^2 = 1 - a_3^2/a_1^2 \quad (a_3 < a_1), \quad \kappa = 3 - 2e^2,$$

$$g = 2(1 - e^2)^{1/3} v_F^2/R^2, \quad R = r_0 A^{1/3}, \quad a_3^2 = R^2(1 - e^2)^{2/3},$$

$$a_1^2 = a_2^2 = R^2(1 - e^2)^{-1/3}, \quad \beta = g/2 - \Omega^2 + G,$$

$$\alpha = [3g - 4\Omega^2/e^2 + 4G + 6(1 - e^2)G_3] \kappa^{-1},$$

$$G = \Omega_0^2(\alpha_{11} - 2XB_{11}), \quad G_3 = \Omega_0^2(\alpha_{33} - 2XB_{33}).$$

Скорость вращения Ω связана с эксцентриситетом соотношением

$$\Omega^2 = e^2 \Omega_0^2 (\alpha_{13} - 2XB_{13}).$$

α_{ij}, B_{ij} - т.н. индексные символы ^{/5,6/}, которые для сфероидов выражаются через элементарные функции эксцентриситета /см. ^{/1,2/}/.
 $X = 0,0205 Z^2/A$ - параметр делимости.

$$\Omega_0 = (\frac{5b}{2mAr_0^2})^{1/2}, \quad b = 17 \text{ МэВ}, \quad r_0 = 1,2 \text{ фм.}$$

Решение вибрационного типа системы /7/-/9/ ищем в виде

$$V_{i,j}(t) = e^{i\sigma t} V_{i,j}(0), \quad \pi_{ij}(t) = e^{i\sigma t} \pi_{ij}(0)$$

с комплексными частотами σ . При этом получаем следующие характеристические уравнения:

а/ β - мода

$$\sigma^2(i\sigma\tau + 1)F_\beta(\sigma, \Omega) = 0,$$

$$F_\beta(\sigma, \Omega) = \sigma^3 - \frac{i}{\tau}\sigma^2 - (\alpha + \frac{4\Omega^2}{\kappa})\sigma - \frac{i}{\tau}(\frac{3g}{\kappa} - \alpha - \frac{4\Omega^2}{\kappa}). \quad /10/$$

б/ γ - мода

$$\sigma^2 F_\gamma(\sigma, \Omega) \cdot F_\gamma(\sigma, -\Omega) = 0, \quad /11/$$

$$F_\gamma(\sigma, \Omega) = \sigma^3 - (6\Omega + \frac{i}{\tau})\sigma^2 + (10\Omega^2 - g - 2G + \frac{2i}{\tau}\Omega)\sigma + (\frac{2i}{\tau} + 8\Omega)(G - \Omega^2).$$

в/ α - мода

$$\sigma^2(\sigma^2 - \Omega^2)F_\alpha(\sigma, \Omega)F_\alpha(\sigma, -\Omega) = 0,$$

$$F_\alpha(\sigma, \Omega) = \sigma^3 - (3\Omega + \frac{i}{\tau})\sigma^2 - (2\Omega^2 \frac{1-e^2}{e^2} + \frac{g}{2} \frac{2-e^2}{1-e^2} - \frac{i}{\tau}\Omega)\sigma + \Omega(\frac{4\Omega^2}{e^2} - \frac{g}{2} \frac{e^2}{1-e^2} + \frac{i}{\tau} \frac{2\Omega}{e^2}). \quad /12/$$

Особенностью всех характеристических уравнений, написанных с учетом интеграла столкновений, является комплексность их коэффициентов. Сами частоты, как уже отмечалось, в общем случае тоже являются комплексными. Реальную часть частоты связываем с энергией центра гигантского резонанса ($E = \hbar \text{Re} \sigma$), а мнимую часть - с его шириной ^{/12/} ($\Gamma = 2\hbar \text{Im} \sigma$). При $\Omega = 0$ уравнения, описывающие α -, β - и γ -моды, совпадают. Приравняв ширину, следующую из этого уравнения, ее экспериментальному значению при $I=0$, т.е. полагая $2\hbar \text{Im} \sigma = \Gamma^{\text{эксп}}$, получаем выражение для параметра τ :

$$\tau = \hbar [\Gamma^{\text{эксп}} + \frac{g_0 \hbar^2}{2\Gamma^{\text{эксп}}} - \sqrt{(\frac{g_0 \hbar^2}{2\Gamma^{\text{эксп}}})^2 - 2G_0 \hbar^2}]^{-1}. \quad /13/$$

Здесь

$$g_0 = 2v_F^2/R^2, \quad G_0 = \frac{8}{15R^2} \Omega_0^2(1 - X).$$

Следует отметить, что второй член под корнем в /13/ на порядок меньше первого, поэтому $\tau \approx \hbar/\Gamma^{\text{эксп}}$. В связи с этим несомненный интерес представляет такой факт. Если для длины свободного пробега взять среднее значение расстояния между стенками

ядра $l = \frac{4}{3}\pi R^3/\pi R^2 = \frac{4}{3}R$, а для средней скорости взять $\bar{v} = \int v d\vec{v} / \int d\vec{v} = \frac{3}{4}v_F$, то получим

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar \bar{v}}{l} = 24,9 A^{-1/3} \text{ МэВ},$$

что близко к экспериментальным значениям. Не вдаваясь в дискуссию о механизме диссипации ^{/3/}, мы хотим отметить, что указанный факт подтверждает версию, объясняющую затухание гигантского резонанса отражением нуклонов от стенок ядра.

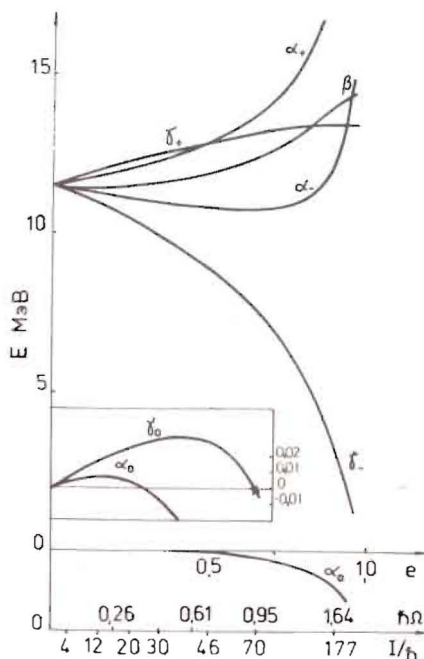


Рис.1. Зависимость спектра β - γ и α -мод от эксцентриситета e , угловой скорости вращения Ω и углового момента I во вращающейся системе отсчета. Крестиком отмечен угловой момент, начиная с которого ядра становятся неустойчивыми относительно квадрупольных колебаний.

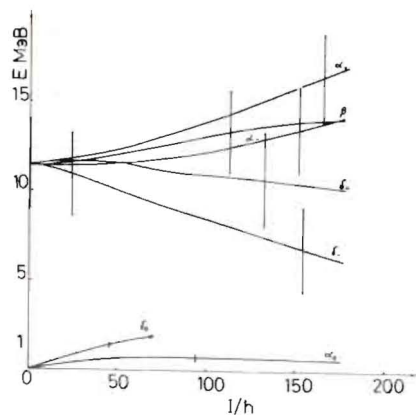


Рис.2. Зависимость спектра β -, γ - и α -мод от углового момента в лабораторной системе координат. "Экспериментальные усы" - теоретическая оценка ширины резонансов. При $I = 0$ указана экспериментально наблюдаемая ширина ГКР, по которой определялся параметр τ .

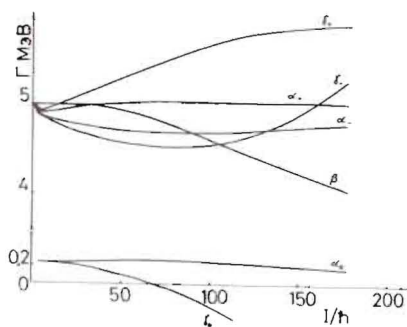


Рис.3. Зависимость ширины β -, γ - и α -мод от углового момента.

Одной из привлекательных черт развиваемой модели является простота численного анализа уравнений, к которым она приводит. Уравнения /10/-/13/ решались численно авторегуляризованным итерационным методом Ньютона^{/13/}, реализованным программной системой REGN^{/14/}.

Результаты расчета для ядра ^{154}Er представлены на рис.1, 2 и 3. В качестве экспериментального значения ширины при нулевом спине принято $\Gamma_{\text{эксп}} = 5 \text{ МэВ}^{15/}$. Спектр нормальных частот состоит из пяти ветвей ГКР, расщепленных из-за вращения, и двух низколежащих мод колебаний /одна α -мода, родственная колебаниям нутового типа, и одна γ -мода, отражающая слабую зависимость потенциальной энергии заряженной жидкой капли от параметра неаксиальной деформации/. При $e \rightarrow 1$ разделение ветвей на низколежащие и высоколежащие становится условным, однако такая ситуация не возникает для значений спинов $I \leq 100\hbar$, представляющих интерес с практической точки зрения.

Вязкость почти не сказывается на спектре нормальных мод. Все энергии при учете диссипации уменьшаются на 2-3%, так что кривые для энергий, приведенные здесь, практически совпадают с аналогичными кривыми из^{/1,2/}.

Четкая корреляция между шириной отдельных ветвей резонанса и их энергией отсутствует. Однако ширина низколежащих колебательных мод существенно меньше ширины ветвей, представляющих гигантский квадрупольный резонанс /см.рис.2 и 3/. Соотношение $\Gamma \ll \Delta E_{\gamma}$, где ΔE_{γ} - энергия, уносимая γ -излучением в коллективном переходе, разряжающем или возбуждающем колебательную моду,

оказывается выполненным для всех ветвей спектра квадрупольных колебаний. Это обстоятельство подчеркивает интерес к прямой экспериментальной проверке предсказаний модели КФЖ в отношении коллективных низколежащих мод возбуждений в аксиальных вращающихся ядрах. Как уже отмечалось ранее^{/16/}, наличие таких мод позволяет понять коллективное усиление вероятности распада уровней, расположенных в окрестности ираст-линии. Приведенные здесь оценки ширины низколежащих мод показывают, что они должны проявляться как узкие линии испускания γ -квантов из состояний вблизи ираст-линии ядра при фиксированном значении углового момента.

Наконец, следует отметить, что уже в точке бифуркации, т.е. при $I = 70\hbar$, наступает неустойчивость сфероидальной конфигурации относительно квадрупольных колебаний /ширина низколежащей γ -моды становится отрицательной/. В отсутствие диссипации динамическая неустойчивость возникала при значительно более высоких спинах $I = 180\hbar$ ^{/1,2/}. Аналогичное поведение отмечалось и для сфероидов Маклорена^{/5/}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Balbutsev E.B., Dymarz R., Mikhailov I.N., Vaishvila Z. Phys.Lett., 1981, 105B, p.84.
2. Бальбуцев Е.Б., Вайшвила З., Михайлов И.Н. ЯФ, 1982, 35, с.836
3. Bertsch G.F.In: Nuclear Physics with Heavy Ions and Mesons. 1977, Les Houches Lectures, edited by Balián R. et al, North Holland, Amsterdam, 1978. v.1, p.175.
4. Nix J.R., Sierk A.J. Phys.Rev., 1980, C21, p.396.
5. Chandrasekhar S. Ellipsoidal Figures of Equilibrium, Yale University Press, 1969.
6. Rosenkilde C.E. J.Math. Phys., 1967, 8, p.84,88,98.
7. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. "Наука", М., 1979.
8. Wegmann G. Phys. Lett., 1974, 50B, p.327.
9. Wegmann G. Nucl.Phys., 1975, A251, p.289.
10. Bertsch G. Z.Phys., 1978, A289, p.103.
11. Köhler H.S. Nucl. Phys., 1980, A343, p.315.
12. Hasse R.W. Rep.Prog.Phys., 1978, 41, p.1027.
13. Александров Л. ОИЯИ, P5-7258, Дубна, 1973.
14. Александров Л., Дренска М., Караджов Д.ОИЯИ,Б1-11-82-767, Дубна, 1982.
15. Youngblood D. et al. Phys.Rev., 1976, C13, p.994.
16. Бальбуцев Е.Б., Вайшвила З., Михайлов И.Н. ЯФ, 1983, 38, с.591.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июля 1985 года