сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-85-452

Р.В.Джолос, С.П.Иванова, Р.М.Педроса*

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ 0_2^+-СОСТОЯНИЙ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ИЗОТОПОВ Ge И Se

* Московский государственный университет

1985

ВВЕДЕНИЕ

Коллективные квадрупольные и одночастичные степени свободы являются наиболее существенными для описания свойств низколежащих возбужденных состояний атомных ядер. Поэтому любая модель ядра, предложенная для описания слабовозбужденных состояний, должна включать в рассмотрение как одночастичные, так и коллективные переменные. Их раздельное рассмотрение явилось первым шагом на пути построения теории ядерной структуры. Но уже анализ свойств нечетных атомных ядер потребовал учета взаимосвязи коллективного квадрупольного и одночастичного движений.

Рассмотрение свойств низколежащих состояний четно-четных ядер проводится в основном в рамках коллективной модели, что позволяет достичь качественного, а зачастую и количественного согласия с экспериментом. Однако модельный гамильтониан, зависящий только от коллективных переменных, это лишь основа для современного анализа структуры четно-четных ядер. Следующий шаг - включение в рассмотрение одночастичных переменных. Можно выделить ряд эффектов, для рассмотрения которых, видимо, особенно важен учет связи коллективного движения с одночастичным. Один из таких примеров рассматривается ниже.

У четно-четных ядер, имеющих сферическую форму в основном состоянии, первое возбужденное состояние имеет квантовые числа $I^{\pi} = 2^{+}$, а следующие три возбужденных состояния - квантовые числа $I^{\pi} = 0^{+}, 2^{+}, 4^{+}$ и энергии возбуждения, близкие к удвоенной энергии возбуждения первого 2^{+}- состояния. Но в ряде ядер возбужденное 0^{+}-состояние сильно опускается по энергии, и даже становится первым возбужденным состоянием /^{72}Ge, ^{90}Zr, ^{98}Mo/.

В данной работе мы исследуем свойства 0^{+}-возбужденных состояний в изотопах Ge и Se /рис.1,2/. Важной особенностью этих ядер является сильная зависимость энергии 0^{+}_{2}-состояния от числа нейтронов, ее существенное понижение при $N = 40$.

Возможными причинами опускания 0^{+}-состояния могут быть кубическая ангармоничность или связь двухфононных 0^{+}-состояний с двухквазичастичными 0^{+}-состояниями /1-3/.

1. ПОСТРОЕНИЕ ГАМИЛЬТОНИАНА

Исходный микроскопический гамильтониан содержит одночастичную часть, парное и квадруполь-квадрупольное взаимодействия нуклонов:

$$H = H_{sp} + H_{pair} + H_{QQ}$$

Объединенный институт ядерных исследований БИБЛИОТЕКА

© Объединенный институт ядерных исследований Дубна, 1985.

$$H_{sp}=\sum_{\tau jm}(E_{\tau j}-\lambda)\,a^{+}_{\tau jm}a_{\tau jm},$$

$$H_{pair}=-\sum_{\tau}G_{\tau}\sum_{jm}a^{+}_{\tau jm}a^{+}_{\tau j-m}(-1)^{j-m}\sum_{j'm'}a_{\tau j'-m'}a_{\tau j'm'}(-1)^{j'-m'}. \qquad /1/$$

$$H_{QQ}=-\kappa\sum_{\mu}(-1)^{\mu}Q^{\tau}_{2\mu}Q^{\tau}_{2-\mu},$$

$$Q^{\tau}_{2\mu}=\sum_{jmj'm'}\langle j'm'|r^{2}Y_{2-m}|jm\rangle\,a^{+}_{\tau j'm'}a_{\tau jm}$$

Первым шагом в его преобразовании является каноническое преобразование Боголюбова операторов частиц к операторам квазичастиц:

$$a^{+}_{\tau jm}=u_{j}\alpha^{+}_{\tau jm}+(-1)^{j-m}v_{j}\alpha_{\tau j-m}.$$

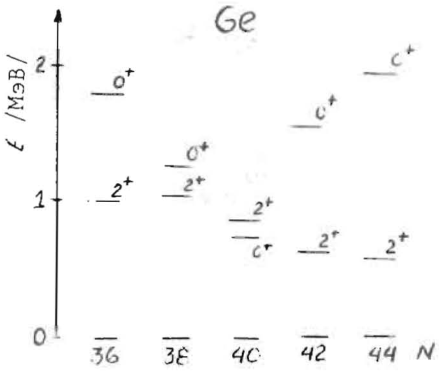

Рис.1. Экспериментальная схема уровней изотопов Ge.

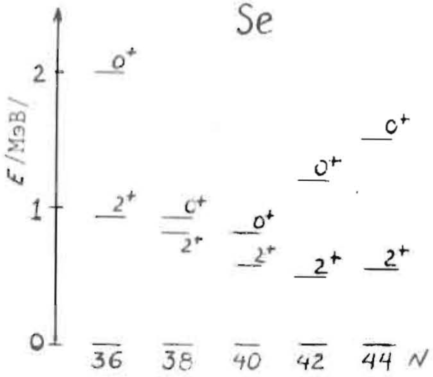

Рис.2. Экспериментальная схема уровней изотопов Se.

Следующий шаг состоит в выделении из множества степеней свободы ядра коллективных переменных, описывающих квадрупольное движение. Наиболее эффективным методом выделения коллективных переменных является метод бозонного разложения фермионных операторов[4]. В то же время этот метод позволяет дать и общую формулировку проблемы многих тел для систем, состоящих из четного числа фермионов, и тем самым включить в рассмотрение не только коллективные квадрупольные, но и интересующие нас двухквазичастичные степени свободы.

Будем использовать обобщенное представление Дайсона для бифермионных операторов:

$$\alpha^{+}_{s}\alpha^{+}_{s'}\to b^{+}_{ss'}-\sum_{s_1s_1'}b^{+}_{ss_1}b^{+}_{s's_1'}b_{s_1s_1'},$$

$$\alpha^{+}_{s}\alpha_{s'}\to\sum_{s_1}b^{+}_{ss_1}b_{s's_1},$$

$$\alpha_{s'}\alpha_{s}\to b_{ss'};\quad s\equiv n\ell jm\tau,$$

где операторы $b_{ss'}$, $b^{+}_{ss'}$ удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$[b_{ss'},b^{+}_{tt'}]=\delta_{st}\delta_{s't'}-\delta_{st'}\delta_{s't};\quad b_{ss'}=-b_{s's}. \qquad /2/$$

Это представление обеспечивает точное выполнение перестановочных соотношений для операторов $\alpha^{+}_{s}\alpha^{+}_{s'}$, $\alpha^{+}_{s}\alpha_{s'}$ и $\alpha_{s'}\alpha_{s}$. Поскольку рассматриваются только сферические ядра, фононные возбуждения которых имеют хорошо определенные значения углового момента и его проекции, введем в рассмотрение бозонные операторы с фиксированным угловым моментом:

$$b^{+}_{jmj'm'}=\sum_{\lambda\mu}(jmj'm'|\lambda\mu)\,b^{+}_{(jj')\lambda\mu}. \qquad /3/$$

Из /2/ и /3/ следует, что

$$[b_{(jj')\lambda\mu},\,b^{+}_{(j_1j_1')\lambda_1\mu_1}]=\delta_{\lambda\lambda_1}\delta_{\mu\mu_1}(\delta_{jj_1}\delta_{j'j_1'}+(-1)^{j-j'+\lambda}\delta_{jj_1'}\delta_{j'j_1})$$

$$b_{(jj')\lambda\mu}=(-1)^{j-j'+\lambda}\,b_{(j'j)\lambda\mu}.$$

В терминах операторов $b_{(jj')\lambda\mu}$, $b^{+}_{(jj')\lambda\mu}$ гамильтониан /1/ запишется следующим образом:

$$H_{sp}+H_{pair}=\sum_{jj'\lambda\mu}\frac{1}{2}(\epsilon(j)+\epsilon(j'))\,b^{+}_{(jj')\lambda\mu}b_{(jj')\lambda\mu}-$$

$$-\frac{G}{4}\sum_{jj'}[P^{+}_{01}(j)-2u_jv_jB^{+}(j)-u_j^{2}P_{03}(j)]\cdot$$

$$\cdot[P_{01}(j')-2u_{j'}v_{j'}B(j')+v_{j'}^{2}P_{03}(j')],$$

$\epsilon(j)$ – одноквазичастичная энергия,

$$P_{01}(j)=\sqrt{2j+1}\,[u_j^{2}b^{+}_{j}-v_j^{2}b_{j}];\quad b_j\equiv b_{(jj)00}$$

$$P_{03}(j)=\sum_{\substack{\lambda_1\mu_1\lambda_2\mu_2\lambda_3\mu_3\\ j_1j_2}}(-1)^{\lambda_1+\lambda_3+j_2+j}\sqrt{(2\lambda_1+1)(2\lambda_2+1)}\,(\lambda_1\mu_1\lambda_2\mu_2|\lambda_3\mu_3)\cdot$$

$$\cdot\begin{Bmatrix} j & j_1 & \lambda_1\\ \lambda_3 & \lambda_2 & j_2\end{Bmatrix}b^{+}_{(jj_1)\lambda_1\mu_1}b^{+}_{(jj_2)\lambda_2\mu_2}b_{(j_1j_2)\lambda_3\mu_3},$$

$$Q_{2\mu} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{jj'} f(j,j')\left\{\frac{u_{jj'}}{2}\left[b^{+}_{(jj')2\mu} - (-1)^{\mu} b_{(jj')2-\mu}\right] + v_{jj'} B^{+}_{(jj',2\mu)}\right\} + \ldots$$

$$f(j',j) = \langle j' \| m\overset{\circ}{\omega}_0 r^2 Y_2 \| j \rangle$$

$$u_{jj'} = u_j v_{j'} + u_{j'} v_j ; \qquad v_{jj'} = u_j u_{j'} - v_j v_{j'}$$

$$B^{+}(j',j;2\mu_2) = \sum_{\lambda\mu\lambda'\mu' j_1} (-1)^{j_1+j'+\mu} \sqrt{(2\lambda+1)(2\lambda'+1)}\,(\lambda\mu\lambda'-\mu'|2\mu_2) \,*$$

$$* \begin{Bmatrix} \lambda & \lambda' & 2 \\ j' & j & j_1 \end{Bmatrix} b^{+}_{(j'j_1)\lambda'\mu'}\, b_{(jj_1)\lambda\mu}\,.$$

По построению видно, что бозонные операторы $b^{+}_{(jj')\lambda\mu}$ генерируют двухквазичастичные состояния. Однако хорошо известно, что среди квадрупольных возбуждений есть одно коллективное. Чтобы ввести соответствующий ему бозонный оператор, совершим линейное преобразование:

$$\beta^{+}_s(2\mu) = \frac{1}{2}\sum_{jj'}\left[\psi^{s}_{jj'}\, b^{+}_{(jj')2\mu} + (-1)^{\mu}\phi^{s}_{jj'}\, b_{(jj')2-\mu}\right],$$

где операторы $\beta^{+}_s(2\mu)$, $\beta_s(2\mu)$ генерируют коллективные возбуждения и удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$[\beta_s(2\mu),\ \beta^{+}_{s'}(2\mu')] = \delta_{ss'}\,\delta_{\mu\mu'}, \quad [\beta_s(2\mu),\ \beta_{s'}(2\mu')] = 0$$

Вводя бозонные операторы $\beta^{+}_s(2\mu)$, $\beta_s(2\mu)$ в гамильтониан и сохраняя в нем кроме квадрупольных бозонных операторов бозонные операторы $\beta_j = \frac{b_j}{\sqrt{2}}$, β^{+}_j ($[\beta_j, \beta^{+}_{j'}] = \delta_{jj'}$), генерирующие двухквазичастичные 0^{+}-состояния, получаем:

$$H = \sum_j 2\epsilon(j)\beta^{+}_j\beta_j + \sum_{s\mu} \omega_s\, \beta^{+}_s(2\mu)\beta_s(2\mu) + \sum_{jss'\mu} \Delta_{ss'}(j)\left[\beta^{+}_j\beta_s(2\mu)\beta_{s'}(2-\mu) + \text{h.c.}\right] + \ldots \qquad /4/$$

В /4/ явно выписаны только те члены, которые будут нужны для дальнейшего рассмотрения.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Гамильтониан /4/ содержит слагаемые, описывающие гармонические квадрупольные колебания, двухквазичастичные 0^{+}-состояния и связь этих двух типов движений. Константа связи имеет

вид:

$$\Delta_{ss'}(j) = \frac{1}{2\sqrt{(2j+1)Y_s}} \sum_{j'} f(j',j)(u_j u_{j'} - v_j v_{j'})(\psi^{s'}_{jj'} + \phi^{s'}_{jj'}),$$

где Y_s - известная константа, характеризующая степень коллективности квадрупольного фонона /5/.

При исследовании свойств 0^{+}_2-возбужденных состояний в изотопах Ge и Se будем предполагать, что волновая функция 0^{+}_2-состояния имеет наряду с коллективной /два квадрупольных фонона с $I^{\pi} = 0^{+}$/ и двухквазичастичную компоненту. Связь коллективных квадрупольных колебаний с двухквазичастичными возбуждениями, описываемая третьим слагаемым в /4/, может привести, если она достаточно сильна, к опусканию 0^{+}_2-состояния.

Начнем рассмотрение с исследования зависимости коэффициента взаимодействия $\Delta_{11}(j) = \Delta(j)$ /индекс 1 отвечает коллективному квадрупольному фонону/ от числа нейтронов, поскольку одной из особенностей в поведении 0^{+}_2-уровней в изотопах Ge и Se является их резкое опускание вблизи N = 40. На рис.3 приведена зависимость рассчитанного в данной работе коэффициента $\Delta(j)$ от числа нейтронов для изотопов Ge и Se. Видно, что $\Delta(j)$ имеет максимум при N = 40,42.

Выберем теперь среди двухквазичастичных компонент те, которые сильнее других связаны с двухфононными компонентами. Каждому изотопу Ge и Se поставим в соответствие наибольшее значение безразмерной константы $D(j) = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\Delta(j)}{\epsilon(j) - \omega}$, характеризующей связь квадрупольных колебаний с двухквазичастичными 0^{+}-возбуждениями. Здесь ω - энергия квадрупольного фонона. На рис.4 приведены значения константы $D(j)$ в зависимости от числа нейтронов для изотопов Ge и Se. Там же указаны квантовые числа n, ℓ, j двухквазичастичных компонент, для которых константа $D(j)$ максимальна в данном изотопе. Видно, что $D(j)$ сильно зависит от числа нейтронов и принимает наибольшее значение при N = 40,42. Это говорит о том, что причиной сильного опускания 0^{+}_2-состояний в изотопах Ge и Se с N = 40 может быть связь квадрупольных колебаний с двухквазичастичными 0^{+}-возбуждениями.

Рассчитаем энергии возбуждения 0^{+}_2-состояний в простейшем приближении, когда волновая функция имеет только две компоненты: коллективную и двухквазичастичную. Однако будем иметь в виду, что в таком приближении не учитывается влияние ряда членов модельного гамильтониана. Например, учет кубической квадрупольной ангармоничности привел бы к дополнительному опусканию 2^{+}_1-состояния. Поэтому в расчетах будем использовать значение ω, большее экспериментальной энергии 2^{+}_2-состояния. Мы фиксируем в расчетах то значение ω, при котором наилучшим образом будут описываться энергии 0^{+}_2-состояний. Затем определим значение константы кубической ангармоничности, необходимое для объяснения различия меж-

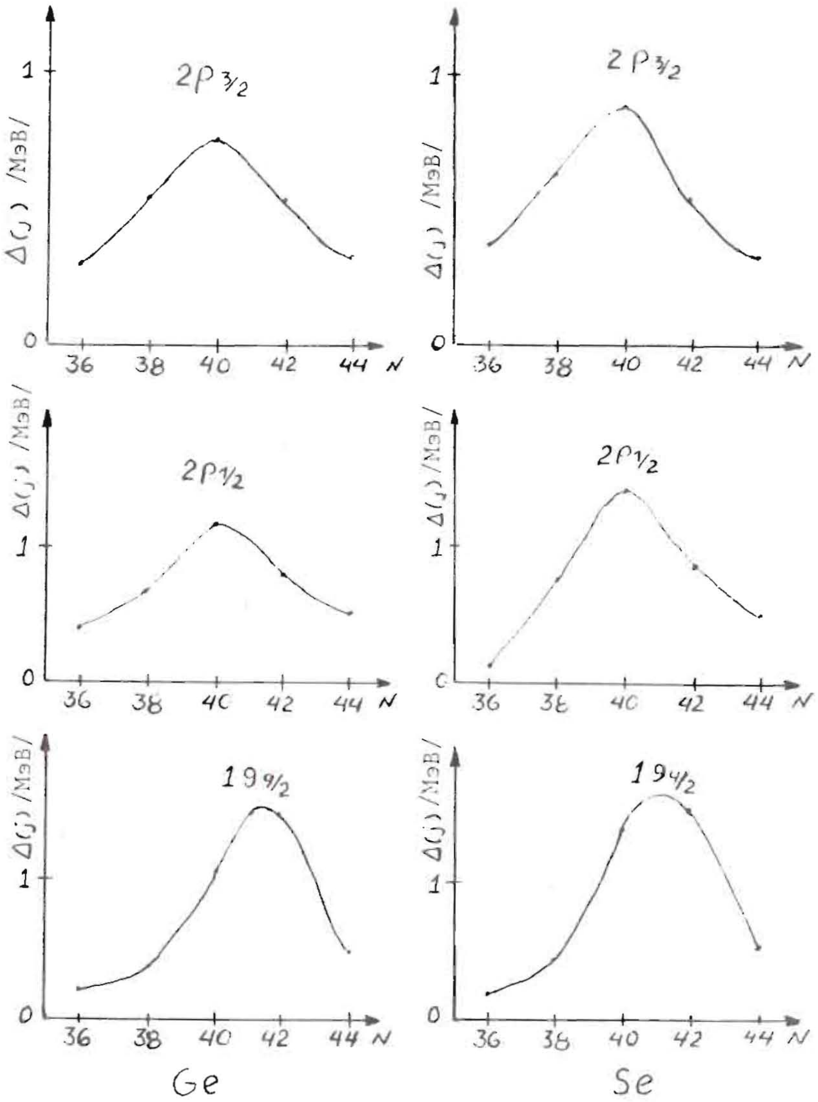

Рис.3. Зависимость константы Δ(j) от числа нейтронов для изотопов Ge и Se.

ду ω и экспериментальным значением $E(2_1^+)$, и с найденным значением константы кубической ангармоничности рассчитаем и сравним с экспериментом те характеристики ядра, для которых кубическая ангармоничность является определяющей: квадрупольный момент 2_1^+-состояния и вероятности E2-переходов между нижайшими коллективными состояниями.

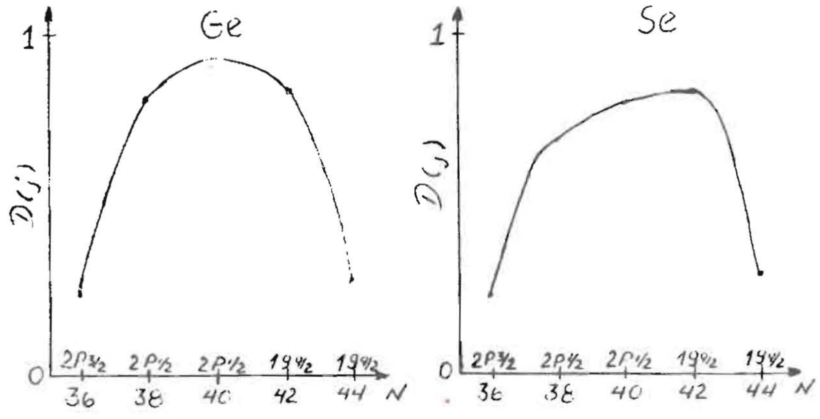

Рис.4. Зависимость безразмерной константы D(j) от числа нейтронов.

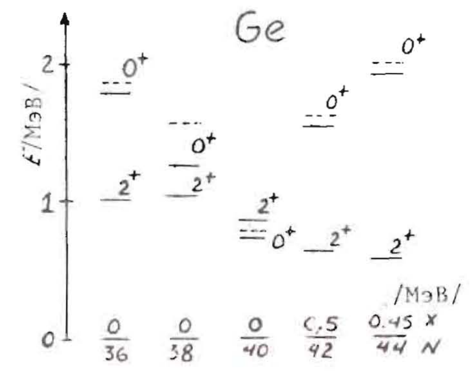

Рис.5. Экспериментальные /сплошные линии/ и теоретические /штриховые линии/ значения энергий 2_1^+ и 0_2^+-состояний изотопов Ge.

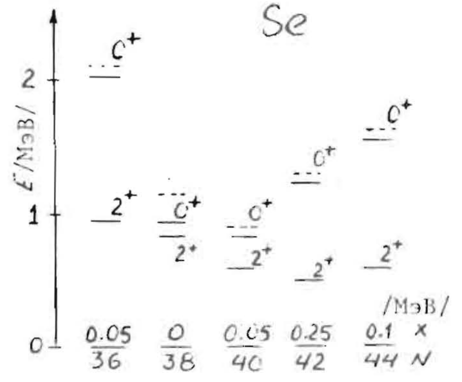

Рис.6. Экспериментальные /сплошные линии/ и теоретические /штриховые линии/ значения энергий 2_1^+ и 0_2^+-состояний изотопов Se.

На рис.5,6 приведены экспериментальные [6] и теоретические значения энергий 0_2^+-состояний в изотопах Ge и Se. Там же приведены значения разностей $x = \omega - E(2_1^+)$.

Для значения константы кубической ангармоничности, найденного по величине разности $\omega - E(2_1^+)$, были рассчитаны квадрупольные моменты первых 2^+-состояний изотопов Ge и вероятности E2-переходов. Результаты расчета квадрупольных моментов и экспериментальные данные приведены на рис.7. Видно, что теоретические

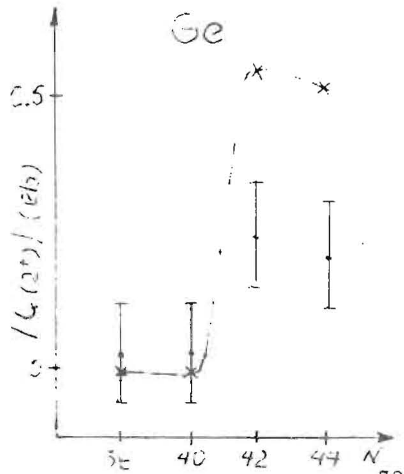

Рис.7. Экспериментальные /точки/ и теоретические /крестики/ значения квадрупольных моментов первых 2^+-состояний изотопов Ge в зависимости от числа нейтронов.

значения квадрупольных моментов воспроизводят тенденцию в изменении с числом нейтронов экспериментальных данных. Однако при N = 42,44 теоретические значения примерно в два раза превышают экспериментальные.

В таблице приведены значения некоторых вероятностей E2-переходов между состояниями ^{72}Ge и ^{78}Se, рассчитанные с помощью гамильтониана модели взаимодействующих бозонов.

Таблица

Теоретические и экспериментальные значения B(E2) в ^{72}Ge и ^{78}Se

$\frac{B(E2;\ I_i \to I_f)}{B(E2;\ 2_1 \to 0_1)}$	^{72}Ge теория	^{72}Ge эксп.	^{78}Se теория	^{78}Se эксп.
$\frac{2_1 \to 0_2}{2_1 \to 0_1}$	0,35	0,62÷0,97	0,57	0,15
$\frac{2_2 \to 0_2}{2_1 \to 0_1}$	0,08	0,002	0,87	-
$\frac{2_2 \to 2_1}{2_1 \to 0_1}$	1,59	0,33÷3,42	0,64	0,62
$\frac{4_1 \to 2_1}{2_1 \to 0_1}$	1,73	2,00	2,00	1,46

Из результатов, приведенных на рис.5 и в таблице, видно, что значение константы кубической ангармоничности, которое в сочетании с рассчитанным нами взаимодействием квадрупольных фононов с двухквазичастичными 0^+-возбуждениями, качественно правильно описывает электромагнитные характеристики низколежащих квадрупольных возбуждений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Iwasaki S. et al. Preprint INS, 1975.
2. Janssen D., Jolos R.V. JINR, E4-9358, Dubna, 1975.
3. Вдовин А.И. и др. ОИЯИ, Р4-8778, Дубна, 1975.
4. Janssen D. et al. Nucl.Phys.A, 1972, 145, p.1971.
5. Соловьев В.Г. Структура сложных ядер. "Наука", М., 1971.
6. Джолос Р.В., Лемберг И.Х., Михайлов В.М. ЭЧАЯ, 1985, 16, с.280.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 июня 1985 года.