

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P4-85-393

А.Н. Антонов, В.А. Николаев, И.Ж. Петков*

УЧЕТ КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА НУКЛОНА
В МОДЕЛИ КОГЕРЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ
ЯДЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ

* Институт ядерных исследований
и ядерной энергетики БАН, София, НРБ

1985

1. В модели когерентных флуктуаций ядерной плотности /МКФ/^{1-7/} учитываются эффекты короткодействующих корреляций между нуклонами, связанные с возможностью возникновения жестких колебаний ядра как ферми-системы с конечным размером. Модель применяется для описания характеристик основного состояния ядра, таких, как импульсные распределения ядра^{1-2,4-5/}, спектральные функции глубоких дырочных состояний^{3/}, а также исследования процессов взаимодействия высокоэнергетических частиц и ионов с ядрами^{4,6/}. В МКФ была показана^{7/} возможность существования экстремальных дыхательных возбужденных состояний ядер. Исследован вопрос о пороге возникновения таких состояний по массовому числу, а также определены энергии и распределения ядерной плотности в этих состояниях.

Построение МКФ основано на методе генераторной координаты /МГК/. Применяя приближение дельта-функции МГК^{8/}, имеющее место для систем с большим числом степеней свободы, мы получили^{1,7/} основное уравнение МКФ, которое описывает когерентные колебания ядерной плотности:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} f''(x) + \epsilon(x)f(x) = E f(x). \quad /1/$$

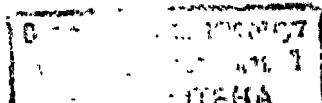
Функция $\epsilon(x)$ в /1/ связана с энергией ядерной материи с плотностью $\rho_0(x) = 3A/4\pi x^3$. Эффективная масса m_{eff} является параметром модели и определяется из согласования с энергией основного состояния ядра. Распределения плотности основного / $n = 0$ / и возбужденных состояний / $n \neq 0$ / определяются выражением

$$\rho_n(\vec{r}) = \int_0^\infty |f_n(x)|^2 \rho_0(x) \theta(x - |\vec{r}|) dx, \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad /2/$$

где $f_n(x)$ - решения /1/, соответствующие энергиям E_n . В /1/ и /2/ генераторная координата x - радиус однородной сферы с плотностью $\rho_0(x)$, содержащей все A ядерных нуклонов /т.н. "флуктон"/.

Нужно отметить, однако, что МКФ была развита в предположении о точечности нуклонов.

В работах^{9,10/} рассмотрено дыхательное коллективное движение нуклонного трехкваркового мешка. Радиус мешка является динамической переменной, а энергия кварков рассматривается в качестве потенциальной энергии движения границы мешка. В этом



подходе ровер-резонанс интерпретируется как первое дыхательное возбужденное состояние кваркового мешка.

В настоящей работе методом генераторной координаты рассматривается влияние учета структуры нуклона на основные соотношения модели когерентных флуктуаций. Цель работы состоит в получении системы уравнений, определяющих весовую функцию нуклона, вибрирующего в ядерной среде, и функцию коллективного дыхательного движения ядерной плотности.

2. Волновая функция ядра $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{3A})$, зависящая от $9A$ кварковых компонент может быть записана в МГК в виде

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{3A}) = \int d\lambda F(\lambda) \Phi(\lambda; \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{3A}), \quad /3/$$

где $F(\lambda)$ - функция коллективной переменной λ , а $\Phi(\lambda; \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{3A})$ - многочастичная волновая функция, зависящая как от коллективной переменной λ , так и от $3A$ векторов \vec{r}_i , определяющих положения кварков.

В качестве коллективной координаты выберем параметр-масштабного преобразования

$$\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}'_i = \lambda \vec{r}_i, \quad i = 1, \dots, 3A. \quad /4/$$

Базисные состояния $\Phi(\lambda; \{\vec{r}_i\})$ можно выбрать в виде

$$\Phi(\lambda; \{\vec{r}_i\}) = \lambda^{9A/2} \hat{Q} \left\{ \prod_{\alpha=1}^A \phi(\lambda \vec{\xi}^{(\alpha)}) \chi(\lambda \vec{R}_1, \dots, \lambda \vec{R}_A) \right\}. \quad /5/$$

Для конструирования многочастичной волновой функции Φ /5/ использован следующий набор координат /верхний индекс нумерует нуклоны/:

$$\begin{aligned} \vec{\xi}_1^{(1)} &= \vec{r}_1, \vec{r}_2; \quad \vec{\xi}_2^{(1)} = \vec{r}_3 - \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}; \quad \vec{R}_1 = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3); \\ \vec{\xi}_1^{(2)} &= \vec{r}_4, \vec{r}_5; \quad \vec{\xi}_2^{(2)} = \vec{r}_6 - \frac{\vec{r}_4 + \vec{r}_5}{2}; \quad \vec{R}_2 = \frac{1}{3}(\vec{r}_4 + \vec{r}_5 + \vec{r}_6); \\ &\dots \end{aligned} \quad /6/$$

Из /4/ и /6/ видно, что внутренние координаты $\vec{\xi}_1^{(\alpha)}, \vec{\xi}_2^{(\alpha)}$ и координаты центров масс $\vec{R}_\alpha / \alpha = 1, 2, \dots$ /будут изменяться при масштабном преобразовании, согласно соотношениям

$$\vec{\xi}_1^{(\alpha)} \rightarrow \vec{\xi}'_1^{(\alpha)} = \lambda \vec{\xi}_1^{(\alpha)}; \quad \vec{\xi}_2^{(\alpha)} \rightarrow \vec{\xi}'_2^{(\alpha)} = \lambda \vec{\xi}_2^{(\alpha)}; \quad \vec{R}_\alpha \rightarrow \vec{R}'_\alpha = \lambda \vec{R}_\alpha. \quad /7/$$

Множитель $\lambda^{9A/2}$ в /5/ требуется условием нормировки волновой функции. Действие оператора антисимметризации \hat{Q} ограничено масштабными преобразованиями /4/. Учет перестановок кварков,

принадлежащих отдельным нуклонам, существен когда кварковые волновые функции отдельных нуклонов значительно перекрываются. Если же функция выбрана такой, что перекрыванием нуклонов можно пренебречь, то в силу уравнения /4/ перекрытие нуклонов будет малым при произвольном λ .

В уравнении /5/ функции $\phi_\alpha(\lambda \vec{\xi}^{(\alpha)})$ определяют внутреннее состояние нуклона /трехкваркового кластера/. Функция $\chi(\lambda \vec{R}_1, \dots, \lambda \vec{R}_A)$ описывает распределение центров масс нуклонных кластеров. Как функции $\phi_\alpha(\lambda \vec{\xi}^{(\alpha)})$, так и функции $\chi(\lambda \vec{R}_1, \dots, \lambda \vec{R}_A)$ получаются из некоторых заранее выбранных пробных функций с помощью масштабного преобразования с параметром λ .

Волновая функция вибрирующего нуклона /9/ соответствует выбору:

$$\phi_N(\vec{\xi}) = \int_0^\infty f(y) \phi(y, \vec{\xi}) dy, \quad /8/$$

где y - размер нуклонного кластера. Масштабно-преобразованная функция ϕ_N имеет вид

$$\phi_N(\lambda \vec{\xi}) = \int_0^\infty f(y) \tilde{\phi}(y, \lambda \vec{\xi}) dy = \int_0^\infty f(y) \tilde{\phi}(\lambda^{-1} y, \vec{\xi}) dy. \quad /9/$$

После замены переменной $y/\lambda = z$ она переходит в

$$\phi_N(\lambda \vec{\xi}) = \lambda \int_0^\infty f(\lambda z) \tilde{\phi}(z, \vec{\xi}) dz \quad /10/$$

/знак "тильда" соответствует изменению нормировки функции ϕ ./

Гамильтониан ядра разбивается на три части:

$$\hat{H} = \hat{H}_\xi + \hat{H}_R + \hat{H}_{\xi, R}. \quad /11/$$

где

$$\hat{H}_\xi = \sum_{\alpha=1}^A (\hat{T}_\xi^{(\alpha)} + \sum_{iDj} V_{ij}^{(\alpha)}) \quad /12/$$

- сумма внутренних энергий кварковых кластеров /символ iDj означает, что кварки i, j принадлежат одному кластеру/;

$$\hat{H}_R = \sum_{\alpha=1}^A \hat{T}_R^{(\alpha)} + \sum_{\alpha < \beta} V(\vec{R}_\alpha - \vec{R}_\beta) \quad /13/$$

- энергия относительного движения и потенциалов взаимодействия центров масс; $\hat{H}_{\xi, R}$ - часть гамильтониана, определяющая связь внутренних и внешних переменных.

Чтобы получить уравнения для функций $F(\lambda)$ и $f(z)$, потребуем выполнения следующей системы:

$$-\frac{\delta}{\delta F^*(\lambda)} \langle \psi | \hat{H} - E | \psi \rangle = 0, \quad /14/$$

$$\frac{\delta}{\delta f^*(\lambda)} \langle \psi | \hat{H} - E | \psi \rangle = 0, \quad /15/$$

где E - полная энергия системы.

Эту систему уравнений можно привести к следующей:

$$\{ \hat{A} \hat{H}_N(F, z) + A(A-1) D_1(F) + A D_2(F) - A E N(F) \} f(z) = - \frac{\delta}{\delta f^*} \langle \psi | \hat{H}_{\xi, R} | \psi \rangle, \quad /16/$$

$$\{ \hat{H}_{NS}(f, \lambda) + A V_{\xi}(f, \lambda) + \hat{C}_1(f, \lambda) + C_2(f, \lambda) - E \} F(\lambda) = - \frac{\delta}{\lambda^{2A} \delta F^*} \langle \psi | \hat{H}_{\xi, R} | \psi \rangle. \quad /17/$$

Дифференциальные операторы $\hat{H}_N(F, z)$, $\hat{H}_{NS}(f, \lambda)$ и $\hat{C}_1(f, \lambda)$ являются функционалами от $F(\lambda)$ и $f(z)$:

$$\hat{H}_N(F, z) = \int d\lambda |F(\lambda)|^2 \lambda^{2A-1} \left\{ \epsilon_N\left(\frac{z}{\lambda}\right) - \frac{\hbar^2 \lambda^2}{2m_N^*} \frac{d^2}{dz^2} \right\}, \quad /18/$$

$$\hat{H}_{NS}(f, \lambda) = n(f, \lambda) \left[\epsilon_R(\lambda) - \frac{\hbar^2}{2m_R^*} \frac{d^2}{d\lambda^2} \right], \quad /19/$$

$$\hat{C}_1(f, \lambda) = - \frac{\hbar^2}{m_R^* \lambda^{2A}} \frac{d}{d\tilde{\lambda}} \left[(\tilde{\lambda} \lambda)^A \cdot n(f, \tilde{\lambda}, \lambda) \right]_{\tilde{\lambda}=\lambda} \cdot \frac{d}{d\lambda}. \quad /20/$$

Интегралы $D_1(F)$ и $D_2(F)$ задают сдвиги энергии:

$$D_1(F) = \int d\lambda |F(\lambda)|^2 \cdot \lambda^{2A-1} \int dz dz' f^*(\lambda z') f(\lambda z) \langle \vec{\phi}(z', \xi) | \hat{H}_{\xi(a)} | \vec{\phi}(z, \xi) \rangle, \quad /21/$$

$$D_2(F) = \int d\lambda |F(\lambda)|^2 \cdot \lambda^{2A-1} \langle \chi(\{ \lambda \vec{R}_i \}) | \hat{H}_R | \chi(\{ \lambda \vec{R}_i \}) \rangle. \quad /22/$$

Нормирующий множитель $N(F)$ и функция $C_2(f, \lambda)$ имеют вид

$$N(F) = \int d\lambda \cdot \lambda^{2A-1} |F(\lambda)|^2, \quad /23/$$

$$C_2(f, \lambda) = \frac{\hbar^2}{2m_R^* \cdot \lambda^{2A}} \cdot \frac{d^2}{d\tilde{\lambda}^2} \left[(\tilde{\lambda} \lambda)^A \cdot n(f, \tilde{\lambda}, \lambda) \right]_{\tilde{\lambda}=\lambda}. \quad /24/$$

Вклад внутренней структуры в потенциальную энергию коллективного движения определяется выражением

$$A V_{\xi}(f, \lambda) = A \int dz dz' f^*(\lambda z') f(\lambda z) \langle \vec{\phi}(z', \xi) | \hat{H}_{\xi(a)} | \vec{\phi}(z, \xi) \rangle. \quad /25/$$

Входящие в уравнения выражения $n(f, \tilde{\lambda}, \lambda)$ и $n(f, \lambda)$ задаются следующим образом:

$$n(f, \tilde{\lambda}, \lambda) = \left[\int f^*(\lambda t) f(\lambda t) dt \right]^A, \quad /26/$$

$$n(f, \lambda) = n(f, \lambda, \lambda). \quad /27/$$

Выражения в фигурных скобках в операторах /18/ и /19/ связаны с использованием приближения дельта-функции МГК.

Получена система интегродифференциальных уравнений, связывающих функции коллективного движения нуклона (f) и ядра (F). Она описывает когерентное дыхательное движение границы ядра и нуклонных кластеров.

Входящие в /18/-/20/ величины m_N^* и m_R^* суть эффективные массы движения трехкваркового кластера и ядерной системы соответственно. Функции $\epsilon_N(z/\lambda)$ и $\epsilon_R(\lambda)$ связаны с потенциальными энергиями коллективных движений нуклона и ядра. Из /17/ и /25/ видно, что потенциальная энергия коллективного движения ядра складывается из двух частей, которые в принципе могут иметь разные коэффициенты несжимаемости. С другой стороны, из /16/, /21/-/23/ следует, что колебательное движение нуклонного кластера, помещенного в ядре, существенным образом будет отличаться от движения свободного кваркового мешка.

В пределе точечного нуклона уравнение /17/ сводится к уравнению МКФ /1/.

3. Рассмотрим вопрос о зарядовой плотности в данном подходе. В духе МКФ^{1,2/} предположим, что функции $\chi(\lambda \vec{R}_1, \dots, \lambda \vec{R}_A)$, описывающие состояния с данным расположением центров масс кластеров, удовлетворяют условию

$$\int d\vec{R}_2 \dots d\vec{R}_A (\lambda' \lambda)^{3A/2} \cdot \chi^*(\lambda \vec{R}_1, \dots, \lambda \vec{R}_A) \chi(\lambda' \vec{R}_1, \dots, \lambda' \vec{R}_A) = \delta(\lambda - \lambda') \theta(\lambda x_0 - |\vec{R}_1|) \rho_0 \left(\frac{\lambda + \lambda'}{2} \right); \quad \rho_0(\lambda) = \frac{3A}{4\pi(\lambda x_0)^3}. \quad /28/$$

Это означает, что при данном значении генераторной координаты λ центры масс всех A кластеров расположены однородно в сфере радиусом λx_0 . Трехчастичная плотность $\rho(\xi_1, \xi_2, R)$ имеет вид

$$\rho(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, R) = \int d\vec{\xi}_1^{(2)} \cdot d\vec{\xi}_2^{(2)} \dots d\vec{\xi}_1^{(A)} \cdot d\vec{\xi}_2^{(A)} \cdot d\vec{R}_2 \dots d\vec{R}_A | \psi(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_1^{(2)}, \vec{\xi}_2^{(2)}, \dots; \vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots) | = \int d\lambda |F(\lambda)|^2 \cdot \lambda^6 | \phi_N(\lambda \vec{\xi}_1, \lambda \vec{\xi}_2) |^2 \rho_0(\lambda) \theta(\lambda x_0 - R). \quad /29/$$

Определим зарядовую плотность:

$$\rho_{ch}(\vec{r}) = \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 \sum_{i=1}^3 q_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3), \quad /30/$$

где q_i - заряды кварков в кластере. Учитывая соотношения /6/ и /29/, получим

$$\rho_{ch}(\vec{r}) = \int d\lambda |F(\lambda)|^2 \int d\vec{R} \rho_1(\lambda, \vec{R}) \cdot \rho_2(\lambda, \vec{r} - \vec{R}), \quad /31/$$

где

$$\rho_1(\lambda, \vec{R}) = \rho_0(\lambda) \theta(\lambda x_0 - |\vec{R}|) \quad /32/$$

описывает однородное распределение плотности центров масс. а $\rho_2(\lambda, \vec{r} - \vec{R})$ соответствует распределению заряда в протоне.

Отметим, что соотношение /31/ является аналогом в МКФ формулы

$$\rho_{ch}(\vec{r}) = \int d\vec{r}' \rho_1(\vec{r}') \rho_2(\vec{r} - \vec{r}'), \quad /33/$$

где ρ_1 - распределение плотности точечных зарядов, а ρ_2 - распределение заряда в протоне.

Приближение точечности протона

$$\rho_2(\lambda, \vec{r} - \vec{R}) = \delta(\vec{r} - \vec{R}), \quad /34/$$

приводит к выражению для плотности

$$\rho(\vec{r}) = \int f \lambda |F(\lambda)|^2 \rho_0(\lambda) \theta(\lambda x_0 - r), \quad /35/$$

совпадающему с уравнением /2/ при $n = 0$.

С помощью соотношений /31/ и /32/ можно получить следующее выражение для зарядового формфактора ядра:

$$S_{ch}(\vec{q}) = \int d\lambda |F(\lambda)|^2 S_1(\vec{q}, \lambda) \cdot S_2(\vec{q}, \lambda), \quad /36/$$

где

$$S_1(\vec{q}, \lambda) = 3 \frac{j_1(q \lambda x_0)}{(q \lambda x_0)} \quad /37/$$

- формфактор распределения точечных зарядов, помещенных в центрах масс нуклонных кластеров, а $S_2(q, \lambda)$ - формфактор протона.

Сравнивая соотношения /2/ и /31/, отметим, что учет конечного размера нуклона приводит к флуктонам с "размытой" плотностью,

$$\rho_{fl}(x, \vec{r}) = \rho_0(x) \int d\vec{R} \theta(x - R) \rho_2\left(\frac{x}{x_0}, \vec{r} - \vec{R}\right), \quad /38/$$

в отличие от флуктонной плотности /уравнение /22// $\rho_{fl}(x, r) = \rho_0(x) \theta(x - r)$.

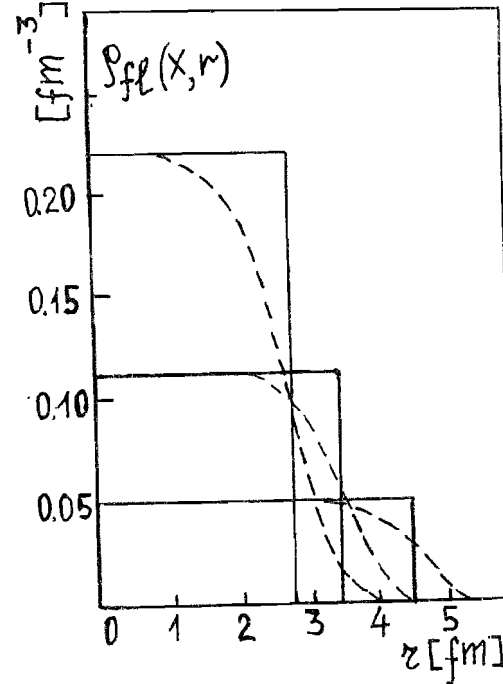
В качестве примера допустим, что в результате решения системы /16/-/17/ волновую функцию нуклонного кластера в ядре ϕ_N /9/ можно представить в виде

$$\phi_N(\lambda \xi_1^{(a)}, \lambda \xi_2^{(a)}) = \left(\frac{1}{2\pi b^2}\right)^{3/4} \left(\frac{2}{3\pi b^2}\right)^{3/4} \cdot \exp\left\{-\left[\frac{(\lambda \xi_1^{(a)})^2}{4b^2} + \frac{(\lambda \xi_2^{(a)})^2}{3b^2}\right]\right\}. \quad /39/$$

Тогда плотность флуктона /38/ будет иметь вид

$$\rho_{fl}(x, \vec{r}) = \int d\vec{R} \rho_0(x) \theta(x - R) \left(\frac{x}{x_0}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2\pi b^2}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{3}{2} \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 \cdot (\vec{r} - \vec{R})^2}, \quad /40/$$

а протонный формфактор $S_2(\vec{q}, \lambda) = e^{-\frac{1}{6} \left(\frac{qb}{\lambda}\right)^2}$.



Распределения плотности флуктонов ядра ^{40}Ca /при $x_0 = 3,5$ фм/ /уравнение /40// без учета конечного размера нуклонов /прямоугольные распределения/ и с его учетом /пунктирные кривые/ для трех значений $x = 2,80$ фм; $3,50$ фм и $4,55$ фм.

На рисунке приведены плотности флуктонов ядра ^{40}Ca /при $x_0 = 3,5$ фм/ без учета конечных размеров нуклонов /прямоугольные распределения/ и с их учетом /пунктирные кривые/ для трех значений $x = 2,80$ фм; $3,50$ фм; $4,55$ фм.

В заключение отметим, что в настоящей работе сделан опыт учета внутренней структуры нуклонов в модели когерентных флуктуаций плотности ядра /МКФ/. Получены уравнения, обобщающие уравнения МКФ на неточечные нуклоны. Уравнения описывают когерентное движение нуклонов ядра, в которое вовлекаются и кварки нуклонов. Движение границы ядра в такой модели сопровождается расширением и сжатием нуклонных кластеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Zh. Bulg.J.Phys., 1979, 6, p.151.
2. Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Zh. Z.Phys., 1980, A297, p.257.

3. Antonov A.N., Nikolaev A.N., Petkov I.Zh. Z.Phys., 1982, A304, p.239.
4. Антонов А.Н., Николаев В.А., Петков И.Ж. Изв.АН СССР, сер.физ., 1983, 47, с.134 /там же ссылки на другие работы/.
5. Antonov A.N. et al. Preprint Nuclear Physics Lab., Oxford University, No.23/83, Oxford, 1983; Bulg.J.Phys., 1983, 10, p.590.
6. Antonov A.N., Christov Chr.V., Petkov I.Zh. Z.Phys., 1985, A320, p.683.
7. Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Zh. Proc. of 7th Int.Seminar on High Energy Problems. Multiquark Interaction and Quantum Chromodynamics. Dubna, June 1984. JINR, D1,2-84-599, Dubna, 1984, p.606; Nuovo Cim.A, 1985, 86, p.23.
8. Griffin J.J., Wheeler J.A. Phys.Rev., 1957, 108, p.311.
9. Brown G.E., Durso J.W., Johnson M.B. Nucl.Phys., 1983, A397, p.447.
10. Meissner U.-G., Durso J.W. Nucl.Phys., 1984, A430, p.670.
11. Oka M., Yazaki K. Progr.Theor.Phys., 1981, 66, p.556.
12. Oka M., Yazaki K. Progr.Theor.Phys., 1981, 66, p.572.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 июня 1985 года.

Антонов А.Н., Николаев В.А., Петков И.Ж. P4-85-393
Учет конечного размера нуклона
в модели когерентных флуктуаций ядерной плотности

Проведено обобщение модели когерентных флуктуаций ядерной плотности. Учитываются сферически-симметричные колебания поверхности нуклона в модели вибрирующего трехкваркового мешка. Методом генераторной координаты получена система интегродифференциальных уравнений связи коллективных ядерных и нуклонных флуктуаций. Приводятся выражения для зарядовой плотности и формфактора ядра в таком подходе.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Zh. P4-85-393
An Account of the Finite Nucleon Size
in the Coherent Nucleon Density Fluctuation Model

The generalization of the coherent nuclear density fluctuation model has been carried out. The spherical-symmetric vibrations of the nucleon surface are taken into account in the vibrating three-quark bag model. A coupled system of integral-differential equations for the collective nucleon and nuclear fluctuations are obtained by the generator-coordinate method. The expressions for the charge density and nuclear form factor are given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985