объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P4-85-250

С.И.Виницкий, М.Б.Кадомцев*

ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА В ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА НА ОСНОВЕ ГРУППЫ 0(4,2)

Направлено в "Journal of Physics A(Letters)"

---

* Институт атомной энергии им.И.В.Курчатова

1985

В последнее время поведению атомов во внешних электрических и магнитных полях посвящается большое количество теоретических[1,2] и экспериментальных работ[3,4]. При теоретическом описании подобных систем необходимо в первую очередь построить теорию возмущений при малых напряженностях полей. Применение стандартного аппарата теории возмущений Рэлея-Шредингера приводит, однако, к появлению бесконечных сумм сложного вида. В связи с этим в ряде работ[1,5] были предложены схемы теории возмущений, позволяющие получать аналитические выражения.

Наш подход основан на явном использовании динамической группы водородоподобного атома - группы 0/4,2/[6,7]. Как известно, унитарное неприводимое представление алгебры 0/4,2/ связано масштабным преобразованием с кулоновскими функциями дискретного спектра изолированного атома, а возмущения полиномиального вида выражаются через генераторы группы 0/4,2/. Вследствие этого вычисление поправок к собственным функциям и собственным энергиям сводится к чисто алгебраической процедуре, причем поправки к собственным функциям выражаются через ограниченное число базисных функций представления.

Мы продемонстрируем возможности схемы на примере водородоподобного атома в поле удаленного точечного заряда. Несмотря на то, что эта задача исследовалась на протяжении многих лет[8-12], существующие подходы не позволяют получить простые разложения для волновых функций. С другой стороны, такие разложения необходимы для постановки граничных условий в адиабатическом представлении задачи трех тел[13-14].

Введем обозначения и напомним некоторые свойства группы 0/4,2/, следуя работам[15-16]. Алгебра Ли 0/4,2/ образована 15 генераторами $L_{\alpha\beta}=-L_{\beta\alpha}$, α, $\beta = 1,2,\dots,6$

$$[L_{\alpha\beta}, L_{\alpha\gamma}] = i g_{\alpha\alpha} L_{\beta\gamma}, \qquad /1/$$

где $g_{\alpha\alpha} = /1,1,1,1,-1,-1/$.

В x-представлении $L_{\alpha\beta}$ определены соотношениями / i, j, $k = 1,2,3$/[15,16]

$$L_{ij} = x_i p_j - x_j p_i \equiv \epsilon_{ijk} L_k$$

$$L_{i4} = 1/2\,(x_i \vec{p}^{\,2} + 2ip_i - 2\vec{x}\cdot\vec{p}\,p_i - x_i) \equiv A_i$$

$$L_{i5} = 1/2(x_i \vec{p}^{\,2} + 2ip_i - 2\vec{x}\cdot\vec{p}\,p_i + x_i), \quad L_{46} = 1/2(rp^2 - r),$$

$$L_{56} = 1/2(r\vec{p}^{\,2} + r), \quad L_{45} = -i(1 + \vec{x}\cdot\vec{p}), \quad L_{i6} = -rp_i, \qquad /2/$$

где $p_k = i\partial/\partial x_k$, L_k, A_k - компоненты импульса, момента и вектора Рунге-Ленца, $\vec{x} = \{x_1 x_2 x_3\}$, $r = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$.

Операторы /2/ действуют в гильбертовом пространстве функций со скалярным произведением:

$$\langle f|g\rangle = \int d^3x f^*(\vec{x})\, r^{-1} g(\vec{x}), \qquad /3/$$

относительно которого они являются самосопряженными. В качестве базиса гильбертова пространства выберем собственные функции трех коммутирующих операторов L_{12}, L_{34}, L_{56}:

$$L_{56}\,|n_1n_2m\rangle = n\,|n_1n_2m\rangle, \quad L_{34}\,|n_1n_2m\rangle = (n_2 - n_1)\,|n_1n_2m\rangle,$$

$$L_{12}\,|n_1n_2m\rangle = m\,|n_1n_2m\rangle. \qquad /4/$$

Базисные функции /4/ в параболических координатах $y = \{y_1, y_2, y_3\}$

$$y_1 = r + x_3, \quad y_2 = r - x_3, \quad y_3 = \mathrm{arctg}\, x_2/x_1$$

$$d^3y = \frac{1}{4}(y_1 + y_2)\,dy_1 dy_2 dy_3 \qquad /5/$$

имеют вид

$$\bar{\Phi}^{(0)}_{n_1n_2m}(\vec{y}) = C_{n_1n_2m}\,\phi_{n_1m}(y_1)\,\phi_{n_2m}(y_2)\,\frac{e^{imy_3}}{(2\pi)^{1/2}} \begin{cases} (-1)^m & m > 0 \\ 1 & m \leq 0 \end{cases}$$

$$C_{n_1n_2m} = 2^{1/2}\left[\frac{n_1!}{(n_1 + |m|)!}\;\frac{n_2!}{(n_2 + |m|)!}\right]^{1/2} \qquad /6/$$

$$\phi_{njm}(y_j) = [(n_j + |m|)!]^{-1}\, y_j^{|m|/2}\, e^{-y_j/2}\, L^{|m|}_{n_j+|m|}(y_j),$$

где $L^{|m|}_{n_j+m}(y_j)$ - полиномы Лагера[17], $j = 1, 2$.

Функции /6/ по виду совпадают с кулоновскими функциями изолированного атома водорода и отличаются лишь отсутствием зависимости от $(-2E^{(0)})^{1/2}$ в аргументе и, соответственно, в нормировочном множителе $C_{n_1n_2m}$, который определяется условием /3/.

Это обстоятельство сильно упрощает построение схемы теории возмущений на основе базиса /4/, /6/. Более удобными для вычислений, однако, оказываются ненормированные функции:

$$|n_1n_2m\rangle = C^{-1}_{n_1n_2m}\,|n_1n_2m\rangle, \qquad /6'/$$

поскольку операторы L_{46} и L_{35} определены на функциях /6'/ наиболее простым образом:

$$L_{46}\,|n_1n_2m\rangle = 1/2\,[(n_1 + |m|)\,|n_1 - 1\,n_2m\rangle + (n_1 + 1)\,|n_1 + 1\,n_2m\rangle +$$

$$+ (n_2 + |m|)\,|n_1n_2 - 1\,m\rangle + (n_2 + 1)\,|n_1n_2 + 1\,m\rangle],$$

$$L_{35}\,|n_1n_2m\rangle = 1/2[-(n_1 + |m|)\,|n_1 - 1\,n_2m\rangle - (n_1 + 1)\,|n_1 + 1\,n_2m\rangle + \qquad /7/$$

$$+ (n_2 + |m|)\,|n_1n_2 - 1\,m\rangle + (n_2 + 1)\,|n_1n_2 + 1\,m\rangle].$$

Применим теперь формализм группы 0/4,2/ к задаче о водородоподобном атоме в поле точечного разряда. Пусть атом с зарядом ядра Z_a /здесь и далее используются атомные единицы/ находится в поле заряда Z_b, расположенном на большем, по сравнению с размерами атома, расстоянии R. Тогда уравнение Шредингера выглядит следующим образом /ось x_3 направлена от Z_b к Z_a/:

$$\{1/2\vec{p}^{\,2} - Z_a/r - Z_b/|\vec{R} + \vec{r}| + Z_aZ_b/R - E\}\,|\Psi\rangle = 0,$$

$$\{1/2\,\vec{p}^{\,2} - Z_a/r + Z_aZ_b/R - Z_b\sum_{k=1} R^{-1} r^{k-1} P_{k-1}(x_3/r)(-1)^{k-1} - E\}\,|\Psi\rangle = 0. \qquad /8/$$

Решение /8/ ищем в виде:

$$E = E^{(0)} + \sum_{k=1} E^{(k)} R^{-k}, \quad \Psi = \Psi^{(0)}_{n_1n_2m} + \sum_{k=1} \Psi^{(k)} R^{-k}, \qquad /9/$$

где $E^{(0)} = -Z_a^2/(2n^2)$, $\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}$ - соответственно энергия и нормированная волновая функция невозмущенной задачи. Домножим теперь /8/ на r и перепишем уравнение в соответствии с определениями /9/:

$$\{1/2\,rp^2 - Z_a - rE^{(0)} - \sum_{k=1} V^{(k)}(x_3, r)\,R^{-k}\}\,|\Psi\rangle = 0. \qquad /10/$$

Здесь

$$V^{(k)}(x_3, r) = E^{(k)} r + Z_b(-1)^{k-1} r\, P_{k-1}(x_3/r), \quad k \geq 2$$

$$V^{(1)}(x_3, r) = E^{(1)} r - (Z_a - 1)\,Z_b r.$$

Далее произведем унитарное преобразование:

$$\Phi = \exp(i\Theta L_{45})\Psi = U\Psi, \quad \mathrm{th}\,\Theta = (1 + 2E^{(0)})/(1 - 2E^{(0)}) \qquad /11/$$

и воспользуемся соотношениями $U^{-1}x_k U = (-2E^{(0)})^{1/2} x_k$, $r = L_{56} - L_{46}$, $x_3 = L_{35} - L_{45}$, $1/2 r\vec{p}^{\,2} = 1/2(L_{56} + L_{46})$. Тогда уравнение /10/ принимает вид:

$$\Big\{L_{56} - \frac{Z_a}{(-2E^{(0)})^{1/2}} - \frac{1}{(-2E^{(0)})^{1/2}} \sum_{k=1} R^{-k} V^{(k)} \Big(\frac{L_{35}-L_{34}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}, \frac{L_{56}-L_{46}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big)\Big\} |\Phi\rangle = 0. \qquad /12/$$

Используя для Φ представление /9/ и собирая в /12/ члены при одинаковых степенях R, получаем систему неоднородных уравнений:

$$L(n)|\bar\Phi^{(0)}_{n_1n_2m}\rangle \equiv \Big\{L_{56} - \frac{Z_a}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big\}|\bar\Phi^{(0)}_{n_1n_2m}\rangle = (L_{56}-n)|\bar\Phi^{(0)}_{n_1n_2m}\rangle = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad /13/$$

$$L(n)|\Phi^{(k)}\rangle = \frac{1}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big[V^{(k)}\Big(\frac{L_{35}-L_{34}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}, \frac{L_{56}-L_{46}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big)|\bar\Phi^{(0)}_{n_1n_2m}\rangle + \sum_{p=1}^{k} V^{(k-p)}\Big(\frac{L_{35}-L_{34}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}, \frac{L_{56}-L_{46}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big)|\Phi^{(p)}\rangle\Big] \equiv f^{(k)}.$$

Принимая во внимание соотношение /7/ и полиномиальный вид $V^{(k)}$, разложим правые части $f^{(k)}$ и поправки $\Phi^{(k)}$ по ненормированным состояниям $|st\rangle \equiv |n_1 + s\; n_2 + t\,m\rangle C_{n_1n_2m}$, $|\Phi^{(0)}_{n_1n_2m}\rangle \equiv |00\rangle$;

$$f^{(k)} = \sum_{s=-k}^{k}\sum_{t=-k}^{k} f^{(k)}_{st}|st\rangle = \frac{1}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big\{V^{(k)}\Big(\frac{L_{35}-L_{34}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}, \frac{L_{56}-L_{46}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big)|00\rangle + \qquad /14/$$

$$+ \sum_{p=1}^{k-1} V^{(k-p)}\Big(\frac{L_{35}-L_{34}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}, \frac{L_{56}-L_{46}}{(-2E^{(0)})^{1/2}}\Big)\Big[\sum_{s=-p}^{p} a^{(p)}_{s-s}|s-s\rangle + \sum_{s=-p}^{p}\sum_{t=-p}^{p} b^{(p)}_{st}|st\rangle\Big]\Big\}$$

$$\Phi^{(k)} \equiv \Phi^{(k)}(a)+\Phi^{(k)}(b) = \sum_{s=-k}^{k} a^{(k)}_{s-s}|s-s\rangle + \sum_{s=-k}^{k}\sum_{t=-k}^{k} b^{(k)}_{st}|st\rangle,$$

где $\Phi^{(k)}(a)$ - поправка k-го порядка, которая формирует правильную функцию нулевого /т.е. не зависящего от Z_b/ приближения $\Phi^{(0,k)}_{n_1n_2m} = \bar\Phi^{(0)}_{n_1n_2m} + \sum_{p=1}^{k} R^{-p}\Phi^{(p)}(a)$ для оператора возмущения вплоть до $k+2$ порядка $V(k+2) = \sum_{p=1}^{k+2} R^{-p}V^{(p)}$. Появление члена $\Phi^{(k)}(a)$ обязано кулонову вырождению собственных функций в слое $n = n_1+n_2+|m|+1$. Учитывая ортогональность функций $|st\rangle$ в смысле /3/, а также $L(n)|st\rangle = (s+t)|st\rangle$, перепишем систему урав-

нений /13/:

$$(s+t)\cdot b^{(k)}_{st}|st\rangle = f^{(k)}_{st}|st\rangle, \quad -k\le s,\ t\le k. \qquad /15/$$

Рассмотрим уравнение /15/ при $k = 1$, $s = t = 0$:

$$f^{(1)}_{00}|00\rangle = \Big(\frac{n}{Z_a}\Big)^2\{E^{(1)} - (Z_a-1)Z_b\}(L_{56}-L_{46})|00\rangle =$$

$$= \Big(\frac{n}{Z_a}\Big)^2\{E^{(1)} - (Z_a-1)Z_b\}L_{56}|00\rangle = \Big(\frac{n}{Z_a}\Big)^2\{E^{(1)} - (Z_a-1)Z_b\}n|00\rangle = 0. \qquad /16/$$

Отсюда сразу получаем:

$$E^{(1)} = (Z_a-1)Z_b,\quad V^{(1)} \equiv 0,\quad b^{(1)}_{st} \equiv 0. \qquad /17/$$

Вычисление поправок более высокого порядка также не вызывает принципиальных трудностей. Действительно, с учетом /17/ легко увидеть, что $f^{(k)}_{st}$ линейно зависит от $E^{(p)}$, $1\le p\le k$ и $a^{(\ell)}_{s-s}$, $b^{(\ell+1)}_{st}$ $1\le \ell\le k-3$. Это позволяет получить поправку k порядка к энергии из линейного по $E^{(k)}$ уравнения:

$$f^{(k)}_{00} \equiv f^{(k)}_{00}(E^{(p)}, 1\le p\le k, b^{(\ell+1)}_{st}, a^{(\ell)}_{s-s}, 1\le\ell\le k-3) = 0. \qquad /18/$$

После этого находим $b^{(k)}_{st}$:

$$b^{(k)}_{st} = (s+t)^{-1} f^{(k)}_{st}(E^{(p)}, 1\le p\le k, a^{(\ell)}_{s-s}, b^{(\ell)}_{st}, 1\le\ell\le k-2). \qquad /19/$$

Поскольку $f^{(k+1)}_{s-s}$ не зависит от $E^{(k+1)}$, $a^{(k-1)}_{s-s}$ находим из уравнения:

$$f^{(k+1)}_{s-s}(E^{(p)}, 1\le p\le k, b^{(\ell)}_{st}, a^{(\ell)}_{s-s}, 1\le\ell\le k-1) = 0. \qquad /20/$$

Таким образом, в $(k+1)$ порядке мы сначала определяем $a^{(k-1)}_{s-s}$, потом последовательно $E^{(k+1)}$, $b^{(k+1)}_{st}$. Итак, нахождение поправок с помощью линейных уравнений /18/-/20/ сводится в каждом порядке к чисто алгебраической процедуре. Используя схему /18/-/20/ до 4 порядка по R^{-1}, получаем волновые функции вплоть до 2 порядка включительно:

$$a^{(1)}_{1-1} = -1/2(n/Z_a)(n_1+1)(n_2+|m|)$$

$$a^{(2)}_{1-1} = 1/2(n/Z_a)^2(n_1+1)(n_2+|m|)(1+n_1-n_2)$$

$$a^{(2)}_{2-2} = 1/8(n/Z_a)^2(n_1+1)(n_1+2)(n_2+|m|)(n_2+|m|-1)$$

$$b^{(2)}_{20} = -1/8\, Z_b(n/Z_a)^3(n_1+1)(n_1+2)$$

$$b^{(2)}_{10} = 1/4\, Z_b (n/Z_a)^3 [2(2n_1 + 2 + |m|) - 3(n_1 - n_2)](n_1 + 1)$$

$$b^{(2)}_{-10} = -1/4\, Z_b (n/Z_a)^3 [2(2n_1 + |m| - 3(n_1 - n_2)](n_1 + |m|)$$

$$b^{(2)}_{-20} = 1/8\, Z_b (n/Z_a)^3 (n_1 + |m|)(n_1 + |m| + 1).$$

Оставшиеся 7 коэффициентов получаются с точностью до знака заменой $n_1 \leftrightarrow n_2$:

$$a^{(1)}_{-11} = -a^{(1)}_{1-1}(n_1 \leftrightarrow n_2),\quad a^{(2)}_{-ss} = a^{(2)}_{s-s}(n_1 \leftrightarrow n_2),\quad b^{(2)}_{0s} = -b^{(2)}_{s0}(n_1 \leftrightarrow n_2).$$

Если подействовать теперь на полученную функцию $\Phi = \bar{\Phi}^{(0)}_{n_1n_2m} + R^{-1}\Phi^{(1)} + R^{-2}\Phi^{(2)}$ масштабным преобразованием, обратным /11/, то получим:

$$\Psi = (Z_a^{1/2}/n)\exp(-i\Theta L_{45})\Phi = \Psi^{(0)}_{n_1n_2m} + R^{-1}\sum_{s=-1}^{1} a^{(1)}_{s-s}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2-sm} + R^{-2}\sum_{s=-2}^{2} a^{(2)}_{s-s}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2-sm} + R^{-2}\sum_{s=-2}^{2}\sum_{t=-2}^{2} b^{(2)}_{st}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}, \qquad /23/$$

где

$$\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}\left(\frac{Z_a}{n}\vec{y}\right) = \frac{Z_a^{3/2}}{n^2} C_{n_1n_2m}\,\phi_{n_1+sm}\left(\frac{Z_a}{n}y_1\right)\phi_{n_2+tm}\left(\frac{Z_a}{n}y_2\right)\frac{e^{imy_3}}{(2\pi)^{1/2}}\begin{cases}(-1)^m, & m>0\\ 1, & m\le 0\end{cases}$$

/обозначения те же, что и в /6//, причем $\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}$ совпадают с точностью до нормировки с параболическими функциями кулоновой задачи с новым зарядом $Z_* = Z_a(n+s+t)/n$ и с главным квантовым числом $n_* = n+s+t$ /см. /9//.

Отнормируем теперь /23/ с точностью до членов R^{-2}:

$$\Psi_{norm} = \Psi^{(0)}_{n_1n_2m}\Big[1 - R^{-2}\Big\{\sum_{s=-2}^{2}\sum_{t=-2}^{2} b^{(2)}_{st}(\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}|\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}) + 1/2\{(a^{(1)}_{1-1}C_{n_1n_2m}/C_{n_1+1n_2-1m})^2 + (a^{(1)}_{-11}C_{n_1n_2m}/C_{n_1-1n_2+1m})^2\}\Big\}\Big] + R^{-1}\sum_{s=-1}^{1}a^{(1)}_{s-s}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2-sm} + R^{-2}\sum_{s=-2}^{2}a^{(2)}_{s-s}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2-sm} + R^{-2}\sum_{s=-2}^{2}\sum_{t=-2}^{2}b^{(2)}_{st}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}. \qquad /24/$$

При этом условие ортогональности

$$(\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}|\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}) = \int d^3y\,\Psi^{(0)*}_{n_1n_2m}\left(\frac{Z_a}{n}\vec{y}\right)\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}\left(\frac{Z_*}{n_*}\vec{y}\right) = n^{-1}\langle n_1n_2m|L_{56} - L_{46}|n_1+sn_2+tm\rangle = \delta_{s0}\delta_{t0}$$

выполняется только при $Z_* = Z_a$, т.е. при $s+t=0$. Учитывая, что $E^{(2)} = (3/2)Z_b(n/Z_a)(n_1-n_2)$, а также

$$\sum_{s=-2}^{2}\sum_{t=-2}^{2} b^{(2)}_{st}(\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}|\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm}) = -\frac{1}{2}\left(\frac{n}{Z_a}\right)^2E^{(2)},$$

окончательно получаем:

$$\Psi_{norm} = \Psi^{(0)}_{n_1n_2m}[1 - 1/8\, R^{-2}(n/Z_a)^2\{(n_1+1)(n_2+|m|)(n_1+|m|+1)n_2 + n_1(n_2+1)(n_1+|m|)(n_2+|m|+1)\}] + R^{-1}\sum_{s=-1}^{1}a^{(1)}_{s-s}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2-sm} + R^{-2}\sum_{s=-2}^{2}a^{(2)}_{s-s}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2-sm} + R^{-2}\Big\{\sum_{s=-2}^{2}\sum_{t=-2}^{2}b^{(2)}_{st}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm} + \frac{1}{2}\left(\frac{n}{Z_a}\right)^2E^{(2)}\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}\Big\}. \qquad /25/$$

Отметим, что последний член в /25/ отвечает линейной по напряженности электрического поля Z_bR^{-2} штарковской поправке к водородоподобной волновой функции:

$$R^{-2}\Big\{\sum_{s=-2}^{2}\sum_{t=-2}^{2}b^{(2)}\Psi^{(0)}_{n_1+sn_2+tm} + \frac{1}{2}\left(\frac{n}{Z_a}\right)^2E^{(2)}\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}\Big\} = \frac{Z_b}{R^2}\sum_{n\neq n'}\frac{(\Psi^{(0)}_{n_1n_2m}|x_3|\Psi^{(0)}_{n'_1n'_2m})}{E^{(0)}_n - E^{(0)}_{n'}}\Psi^{(0)}_{n'_1n'_2m}.$$

Оставшиеся слагаемые определяют волновую функцию нулевого приближения с учетом квадрупольного и октупольного взаимодействий.

Таким образом, мы показали, что явное использование динамической группы кулоновской задачи 0/4,2/ позволяет получать простые разложения по степеням R^{-1} для водородоподобного атома в поле точечного заряда. При этом только поправки нулевого приближения содержат кулоновские функции невозмущенного атома с фиксированным главным квантовым числом n. Остальные поправки выражаются, в отличие от обычной схемы теории возмущений Рэлея-Шредингера, через конечное число модифицированных кулоновских функций, отвечающих измененному заряду ядра атома. Указанный формализм может быть использован для любого другого возмущения, имеющего полиномиальный вид.

В заключение авторы благодарят А.Бехлера, Ю.Н.Демкова, И.В.Комарова, Л.И.Пономарева, Г.С.Погосяна, Е.А.Соловьева, М.П.Файфмана за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев Е.А. Письма в ЖЭТФ, 1981, т.34, с.278; ЖЭТФ, 1982, т.82, с.1762; 1983, т.85, с.109; Браун П.А. ЖЭТФ, 1983, т.84, с.850; J.Phys.B, 1983, 16, p.4323; Браун П.А., Соловьев Е.А. ЖЭТФ, 1984, т.86, с.68; J.Phys.B, 1984, vol.17, p.L211.
2. Clark C.W., Lu K.T., Starage A.F. In: Progress in Atomic Spectroscopy. Part C. (Ed. by H.J.Beyer and H.Kleinpoppen). Plenum Publ.Co., p.247.
3. Zimmerman M.L., Kash M.M., Kleppner. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, p.1092; Delande D., Gay J.G. Phys.Lett., 1981, vol.A82, p.393.
4. Littman M.G., Zimmerman M.L., Kleppner D. Phys.Rev.Lett., 1976, vol.37, p.486.
5. Турбинер А.В. УФН, 1984, т.144, с.35.
6. Малкин И.А., Манько В.И. Письма в ЖЭТФ, 1965, т.2, с.230; ЯФ, 1966, т.3, вып.2, с.372.
7. Barut A.O., Rasmussen W. J.Phys.B, 1973, vol.6, p.1695.
8. Krogdahl M.K. Astrophys.J., 1944, vol.100, p.311.
9. Coulson C.A., Gillam C.M. Proc.R.Soc., 1947, vol.A62, p.360.
10. Coulson C.A., Robinson P.D. Proc.Phys.Soc.London, 1958, vol.71, p.815.
11. Power J.D. Phil.Trans.R.Soc., 1973, vol.A274, p.663.
12. Комаров И.В., Пономарев Л.И., Славянов С.Ю. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. "Наука", М., 1976.
13. Faifman M.P., Ponomarev L.I., Vinitsky S.I. J.Phys.B: Atom. and Molec.Phys., 1976, 9, p.2255.
14. Ponomarev L.I., Somov L.N., Vukajlovic F.R. J.Phys.B, 1981, vol.14, p.591.
15. Bednar M. Ann.Phys., 1973, vol.75, p.305.
16. Bechler A. Ann.Phys., 1977, vol.108, p.49.
17. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. ГИИТЛ, М.-Л., 1951, т.1.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 апреля 1985 года.

Виницкий С.И., Кадомцев М.Б. Р4-85-250

Теория возмущений для водородоподобного атома в поле точечного заряда на основе группы O/4,2/

На основе группы O/4,2/ предложена алгебраическая схема теории возмущений, позволяющая находить энергию и волновые функции связанных состояний водородоподобного атома в поле точечного заряда, удаленного на расстояние $R \gg 1$. Показано, что в каждом порядке по R^{-1} поправка к волновой функции выражается через конечное число кулоновских функций дискретного спектра с модифицированным зарядом. Для первой и второй поправок получены простые аналитические выражения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Vinitsky S.I., Kadomtsev M.B. P4-85-250

Perturbation Theory Within the Group O/4.2/ for a Hydrogen-Like Atom in the Charge Field

In the group O/4.2/ an algebraic scheme of perturbation theory is proposed which enables one to find the energy and wave functions of bound states of a hydrogen-like atom in the field of the point charge placed at large distance R. It is shown that in each order of R^{-1} the correction to the wave function is expressed through a finite number of Coulomb functions of the discrete spectrum with a modified charge. Simple analytical expressions are obtained for the first and second corrections.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985