объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-85-130

Н.Н.Боголюбов(мл.), Чан Куанг*, А.С.Шумовский

О СВЕРХИЗЛУЧЕНИИ В СИСТЕМЕ ДВИЖУЩИХСЯ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Направлено в "ТМФ"

* Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

1985

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время явление сверхизлучения, предсказанное Р.Дикке в 1954 г. [1], активно исследуется как теоретически, так и экспериментально [2–12]. В целом ряде экспериментов в качестве активной среды используются газы [2,3]. Как правило, при теоретическом описании процесса сверхизлучательной генерации в газах пренебрегают эффектами собственного движения излучателей, которые могут оказаться весьма существенными /см., например, [9,13] /. Исключение составляют работы [6,10], в которых рассмотрение эффектов собственного движения проводилось в рамках полуклассического подхода, что не позволяет, однако, адекватно описать начальную стадию процесса формирования сверхизлучательного импульса.

Вместе с тем, последовательный квантовый подход к описанию динамики сверхизлучательных систем был развит недавно [11,12] на основе метода исключения бозонных переменных из кинетических уравнений [14]. В рамках этого подхода удается построить точную иерархию кинетических уравнений для сверхизлучательных систем, пригодную для исследования процессов спонтанного излучения в двух- и многоуровневых системах.

В настоящей работе на основе указанного подхода исследовано влияние собственного движения излучателей на время задержки, форму и другие характеристики сверхизлучательного импульса. При этом для описания излучателей использовано бозонное представление в отличие от общепринятого представления с помощью генераторов группы $SU(n)$ /n - число рабочих уровней излучателя/. Здесь также определена критическая плотность рабочей среды, ниже которой коллективные процессы, обусловливающие возникновение сверхизлучательной генерации, вообще невозможны. Этот результат представляет интерес в связи с проблемой создания сверхизлучательных лазеров с газообразной рабочей средой /см. также [13] /.

1. ИЕРАРХИЯ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Гамильтониан взаимодействия движущегося атома и поля излучения имеет вид [15]

$$\mathcal{H} = \frac{\vec{P}^{2}_{\vec{\xi}}}{2M} + \frac{\vec{P}^{2}_{\vec{\rho}}}{2\mu} + eV(\rho) + \sum_{\vec{q}\sigma} h\omega_{\vec{q}} b^{+}_{\vec{q}\sigma} b_{\vec{q}\sigma} - \frac{e}{\mu}(\vec{A}(\vec{\xi}) \cdot \vec{P}_{\vec{\rho}}), \qquad /1/$$

где $\vec{\rho} = \vec{R} - \vec{r}$, $\vec{R}$ и $\vec{r}$ - координаты ядра и электрона /для простоты здесь рассматривается одноэлектронный атом/, $\vec{\xi} = (m_p\vec{R} + m_e\vec{r})/(m_p + m_e)$ - координаты центра масс атома, m_p и m_e - массы ядра и электрона, $M = m_p + m_e$ - полная масса атома и $\mu = m_e m_p/M$ - приведенная масса. Через $\vec{P}_{\vec{\xi}}$ и $\vec{P}_{\vec{\rho}}$ обозначены обобщенные импульсы, сопряженные переменным $\vec{\xi}$ и $\vec{\rho}$.

Как обычно, предполагается, что длина волны излучения велика по сравнению с размерами атома; это позволяет в гамильтониане /1/ заменить переменные $\vec{R}$ и $\vec{r}$ на $\vec{\xi}$, т.е. считать поле в атоме постоянным и равным полю в центре масс атома.

Через $\vec{A}(\vec{\xi})$ обозначен векторный потенциал поля, $b^{+}_{\vec{q}\sigma}$ и $b_{\vec{q}\sigma}$ - операторы рождения и уничтожения фотонов с волновым вектором $\vec{q}$ и поляризацией σ.

Рассмотрим макроскопическую систему тождественных двухуровневых атомов. Сопоставляя каждому уровню в атоме бозонную переменную и используя приближение вращающейся волны, для гамильтониана взаимодействия с полем излучения имеем:

$$\mathcal{H} = \sum_{\vec{k}} E_{1\vec{k}} a^{+}_{1\vec{k}} a_{1\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} E_{2\vec{k}} a^{+}_{2\vec{k}} a_{2\vec{k}} + \sum_{\vec{q}\sigma} h\omega_{\vec{q}} b^{+}_{\vec{q}\sigma} b_{\vec{q}\sigma} + \sum_{\vec{k},\vec{q}\sigma} (g_{\vec{q}\sigma} b^{+}_{\vec{q}\sigma} a^{+}_{1\vec{k}-\vec{q}} a_{2\vec{k}} + \text{c.c.}), \qquad /2/$$

где

$$g_{\vec{q}\sigma} = \omega \sqrt{\frac{h}{2\omega_{\vec{q}} \epsilon_0 V_0}} \cdot d \cdot (\vec{e}_{\sigma} \cdot \vec{u}_d).$$

Здесь d - матричный элемент перехода /d - вещественный параметр/, $\vec{e}_\sigma$ и $\vec{u}_d$ - единичные векторы поляризации поля и дипольного момента атома, V_0 - объем квантования электромагнитного поля, $\hbar\omega$ - разность энергий атомных уровней, $a^{+}_{1\vec{k}}, a_{1\vec{k}}$ и $a^{+}_{2\vec{k}}, a_{2\vec{k}}$ - бозонные операторы рождения и уничтожения "атомов" с импульсом $\vec{k}$ на нижнем и верхнем уровнях, соответственно. Они удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям

$$[a_{1\vec{k}}, a^{+}_{1\vec{k}'}] = \delta_{\vec{k},\vec{k}'}, \quad [a_{2\vec{k}}, a^{+}_{2\vec{k}'}] = \delta_{\vec{k},\vec{k}'}. \qquad /3/$$

Здесь

$$E_{1\vec{k}} = E_1 + \frac{h^2\vec{k}^2}{2M}, \quad E_{2\vec{k}} = E_2 + \frac{h^2\vec{k}^2}{2M},$$

где E_1 и E_2 - энергии нижнего и верхнего уровней соответственно.

Перейдем к построению кинетического уравнения для системы с гамильтонианом /2/. Обозначим через $\mathfrak{D}_t$ статистический оператор системы с гамильтонианом /2/. Оператор $\mathfrak{D}_t$ удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$i h \frac{\partial}{\partial t} \mathfrak{D}_t = [\mathcal{H}_t, \mathfrak{D}_t]. \qquad /4/$$

Начальное условие для уравнения /4/ соответствует включению взаимодействия между полем /F -система/ и излучателями /M-система/ в начальный момент $t_0 = 0$:

$$\mathfrak{D}_0 = \rho(M)\mathfrak{D}(F), \quad \mathfrak{D}(F) = \exp(-\beta H_F)/\operatorname*{sp}_{(F)} \exp(-\beta H_F), \qquad /5/$$

$$\operatorname*{sp}_{(M)} \rho(M) = 1,$$

где $H_F = \sum_{\vec{q}\sigma} h\omega_{\vec{q}} b^{+}_{\vec{q}\sigma} b_{\vec{q}\sigma}$.

Обозначим через $\mathcal{O}_M$ оператор, действующий только на переменные M -системы. Таким оператором может быть $a^{+}_{1\vec{k}} a_{1\vec{k}}$, $a^{+}_{2\vec{k}} a_{2\vec{k}}$ или какая-либо комбинация из $a_{1\vec{k}}$, $a^{+}_{1\vec{k}}$, $a_{2\vec{k}}$, и $a^{+}_{2\vec{k}}$.

Уравнение движения для оператора $\mathcal{O}_M$ в представлении Гейзенберга имеет вид

$$i h \dot{\mathcal{O}}_M(t) = [\mathcal{O}_M(t), H_t]. \qquad /6/$$

Среднее значение динамической величины $\mathcal{O}_M(t)$ определяется следующим образом [12]:

$$\langle \mathcal{O}_M(t) \rangle = \operatorname*{sp}_{(M,F)} (\mathcal{O}_M \mathfrak{D}_t) = \operatorname*{sp}_{(M,F)} (\mathcal{O}_M(t)\, \mathfrak{D}_0). \qquad /7/$$

Запишем уравнение движения для операторов $b_{\vec{q}\sigma}(t)$

$$i h \dot{b}_{\vec{q}\sigma}(t) = h\omega_{\vec{q}} b_{\vec{q}\sigma}(t) + g_{\vec{q}\sigma} \sum_{\vec{k}} a^{+}_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)\, a_{2\vec{k}}(t).$$

Формальное решение этого уравнения можно представить в виде:

$$b_{\vec{q}\sigma}(t) = \tilde{b}_{\vec{q}\sigma}(t) - i\, \mathcal{U}_{\vec{q}\sigma}(t), \qquad /8/$$

где $\tilde{b}_{\vec{q}\sigma}(t) = e^{-i\omega_{\vec{q}} t} b_{\vec{q}\sigma}$,

$$\mathcal{U}_{\vec{q}\sigma}(t) = \frac{1}{h} g_{\vec{q}\sigma} \int_0^t e^{-i\omega_{\vec{q}}(t-\tau)} \left(\sum_{\vec{k}} a^{+}_{1\vec{k}-\vec{q}}(\tau)\, a_{2\vec{k}}(\tau)\right) d\tau.$$

Подставляя /8/ в уравнение /6/ и переходя к усреднению /7/, получаем

$$\frac{d}{dt} \langle \mathcal{O}_M(t) \rangle + \frac{i}{h} \langle [\mathcal{O}_M(t), \tilde{H}_M(t)] \rangle =$$
$$= -\frac{1}{h} \sum_{\vec{k},\vec{q}\sigma} g_{\vec{q}\sigma} \langle \tilde{b}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t) [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)\, a_{2\vec{k}}(t)] +$$
$$+ [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{2\vec{k}}(t)\, a_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)]\, \tilde{b}_{\vec{q}\sigma}(t) \rangle +$$
$$+ \frac{1}{h} \sum_{\vec{k},\vec{q}\sigma} g_{\vec{q}\sigma} \langle \mathcal{U}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t) [\mathcal{O}_M(t), a_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)\, a_{2\vec{k}}(t)] - \qquad /9/$$
$$- [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{2\vec{k}}(t)\, a_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)]\, \mathcal{U}_{\vec{q}\sigma}(t) \rangle,$$

где

$$\tilde{H}_M(t) = \sum_{\vec{k}} (E_{1\vec{k}} a^{+}_{1\vec{k}}(t)\, a_{1\vec{k}}(t) + E_{2\vec{k}} a^{+}_{2\vec{k}}(t)\, a_{2\vec{k}}(t)).$$

Используя соотношения, установленные в работе [14]:

$$\operatorname*{sp}_{(F)} \{\tilde{b}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t)\, \mathcal{U}\, \mathfrak{D}(F)\} = M_{\vec{q}\sigma} \operatorname{sp} \{[\tilde{b}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t), \mathcal{U}]\, \mathfrak{D}(F)\},$$

$$\operatorname*{sp}_{(F)} \{\tilde{b}_{\vec{q}\sigma}(t)\, \mathcal{U}\, \mathfrak{D}(F)\} = (1 + M_{\vec{q}\sigma}) \operatorname*{sp}_{(F)} \{[\tilde{b}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t), \mathcal{U}]\, \mathfrak{D}(F)\},$$

где

$$M_{\vec{q}\sigma} = e^{-\beta\omega_{\vec{q}}/2} / 2\, \mathrm{sh}(\beta\omega_{\vec{q}}/2),$$

из уравнений /9/ можно получить

$$\frac{d}{dt} \langle \mathcal{O}_M(t) \rangle + \frac{i}{h} \langle [\mathcal{O}_M(t), \tilde{H}_M(t)] \rangle =$$
$$= -\frac{1}{h} \sum_{\vec{k},\vec{q}\sigma} g_{\vec{q}\sigma} M_{\vec{q}\sigma} \langle \{\mathcal{U}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t), [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)\, a_{2\vec{k}}(t)]] +$$
$$+ [\mathcal{U}_{\vec{q}\sigma}(t), [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{2\vec{k}}(t)\, a_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)]]\} \rangle + \qquad /10/$$
$$+ \frac{1}{h} \sum_{\vec{k},\vec{q}\sigma} g_{\vec{q}\sigma} \langle \{\mathcal{U}^{+}_{\vec{q}\sigma}(t) [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)\, a_{2\vec{k}}(t)] -$$
$$- [\mathcal{O}_M(t), a^{+}_{2\vec{k}}(t)\, a_{1\vec{k}-\vec{q}}(t)]\, \mathcal{U}_{\vec{q}\sigma}(t)\} \rangle.$$

Соотношение /10/ представляет собой иерархию кинетических уравнений для подсистемы излучателей, так как в правой части /10/ стоят средние от произведения операторов более высокого порядка, чем в левой. Подчеркнем, что эта иерархия является точной. В отличие от работ /11,12/, уравнения /10/ записаны для средних от атомных переменных в бозевском, а не в паулевском представлении.

2. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Рассмотрим специальное начальное условие $\mathfrak{D}(F) = |0\rangle\langle 0|$, соответствующее отсутствию излучения в начальный момент времени. Кинетическое уравнение /10/ для операторов населения $n_{2\vec k}(t) = a^+_{2\vec k}(t)\, a_{2\vec k}(t)$ имеет вид

$$\frac{d}{dt}\langle n_{2\vec k}(t)\rangle = -\frac{1}{h^2}\sum_{\vec q\sigma} g^2_{\vec q\sigma}\Big\langle\Big\{\int_0^t e^{i\omega_{\vec q}(t-\tau)} \times \Big(\sum_{\vec k'} a^+_{2\vec k'}(\tau)\, a_{1\vec k'-\vec q}(\tau)\Big)\, d\tau \cdot a^+_{1\vec k-\vec q}(t)\, a_{2\vec k}(t) + \int_0^t e^{-i\omega_{\vec q}(t-\tau)}\, a^+_{2\vec k}(t)\, a_{1\vec k-\vec q}(t)\cdot\sum_{\vec k'} a^+_{1\vec k'-\vec q}(\tau)\, a_{2\vec k'}(\tau)\, d\tau\Big\}\Big\rangle. \qquad /11/$$

Воспользуемся приближением медленно меняющихся амплитуд:

$$a_{2\vec k}(t) = e^{-\frac{i}{h}E_{2\vec k}t}\,\tilde a_{2\vec k}(t), \qquad a_{1\vec k}(t) = e^{-\frac{i}{h}E_{1\vec k}t}\,\tilde a_{1\vec k}(t), \qquad /12/$$

где $\tilde a_{1\vec k}(t)$, $\tilde a_{2\vec k}(t)$ – медленно меняющиеся со временем операторы.

Подставляя /12/ в уравнение /11/, получаем:

$$\frac{d}{dt}\langle n_{2\vec k}(t)\rangle = -\frac{1}{h^2}\sum_{\vec q\sigma} g^2_{\vec q\sigma}\Big[I\big(\omega_{\vec q} - \omega - \frac{h}{M}(\vec k\cdot\vec q),\, t\big) + I^*\big(\omega_{\vec q} - \omega - \frac{h}{M}\vec k\cdot\vec q,\, t\big)\Big]\cdot\langle n_{2\vec k}(t)\cdot(n_{1\vec k}(t)+1)\rangle -$$
$$-\Big\{\frac{1}{h^2}\sum_{\substack{\vec k'\neq\vec k\\ \vec q\sigma}} g^2_{\vec q\sigma}\, e^{i\frac{h}{M}(\vec k'-\vec k)\cdot\vec q\, t}\cdot I\big(\omega_{\vec q} - \omega - \frac{h}{M}\vec k'\cdot\vec q,\, t\big) \times \langle \tilde a^+_{2\vec k}(t)\,\tilde a_{1\vec k-\vec q}(t)\,\tilde a^+_{1\vec k'-\vec q}(t)\,\tilde a_{2\vec k'}(t)\rangle + \text{c.c.}\Big\}, \qquad /13/$$

где $\omega = (E_2 - E_1)/h$, $n_{1\vec k}(t) = a^+_{1\vec k}(t)\, a_{1\vec k}(t)$, $I(x,t) = (1 - e^{-ixt})/ix$.

Кинетическое уравнение для оператора полного числа атомов на верхнем уровне $N_2(t) = \sum_{\vec k} a^+_{2\vec k}(t)\, a_{2\vec k}(t)$ легко получить, суммируя /13/ по $\vec k$:

$$\frac{d}{dt}\langle N_2(t)\rangle = -\frac{1}{h^2}\sum_{\vec k,\vec q\sigma} g^2_{\vec q\sigma}\, 2\,\mathrm{Re}\Big[I\big(\omega_{\vec q} - \omega - \frac{h}{M}\vec k\cdot\vec q,\, t\big)\Big]\cdot\langle n_{2\vec k}(t)\,(1 + n_{1\vec k-\vec q}(t))\rangle -$$
$$-\Big\{\frac{1}{h^2}\sum_{\substack{\vec k,\vec k'\neq\vec k\\ \vec q\sigma}} g^2_{\vec q\sigma}\, e^{i\frac{h}{M}(\vec k'-\vec k)\cdot\vec q\, t}\, I\big(\omega_{\vec q} - \omega - \frac{h}{M}\vec k'\cdot\vec q,\, t\big) \times \langle \tilde a^+_{2\vec k}(t)\,\tilde a_{1\vec k-\vec q}(t)\,\tilde a^+_{1\vec k'-\vec q}(t)\,\tilde a_{2\vec k'}(t)\rangle + \text{c.c.}\Big\}. \qquad /14/$$

Ниже мы рассмотрим различные начальные состояния М-системы.

А. Случай идеального газа

Матрица плотности начального состояния имеет вид:

$$\rho(M) = \frac{1}{\Omega}\exp\Big[-\beta\Big(\sum_{\vec k}(E_{1\vec k} - \mu_1)\, a^+_{1\vec k}a_{1\vec k} + \sum_{\vec k}(E_{2\vec k} - \mu_2)\, a^+_{2\vec k}a_{2\vec k}\Big)\Big], \qquad /15/$$

где $\Omega = \underset{(M)}{\mathrm{sp}}\exp\big[-\beta\big(\sum_{\vec k}(E_{1\vec k} - \mu_1)\, a^+_{1\vec k}a_{1\vec k} + \sum_{\vec k}(E_{2\vec k} - \mu_2)\, a^+_{2\vec k}a_{2\vec k}\big)\big]$ и β – обратная температура.

Химические потенциалы μ_1 и μ_2 определяются из начальных условий

$$\langle N_2\rangle = \langle\sum_{\vec k} a^+_{2\vec k}a_{2\vec k}\rangle = N_{20}, \qquad \langle N_1\rangle = \langle\sum_{\vec k} a^+_{1\vec k}a_{1\vec k}\rangle = N_{10}. \qquad /16/$$

В случае идеального газа, когда плотность среды излучателей мала, имеем

$$E_2 - \mu_2 = -\frac{1}{\beta}\ln\frac{n_{20}}{(2\pi M/\beta h^2)^{3/2}}, \qquad E_1 - \mu_1 = -\frac{1}{\beta}\ln\frac{n_{10}}{(2\pi M/\beta h^2)^{3/2}}, \qquad /17/$$

где n_{10} и n_{20} – начальные плотности атомов на нижнем и верхнем уровнях $n_{10} = \frac{N_{10}}{V}$, $n_{20} = \frac{N_{20}}{V}$. Здесь V – объем газа.

В начальный момент времени $t = 0$ с учетом /15/-/17/ находим

$$\langle n_{2\vec k}(1 + n_{1\vec k-\vec q})\rangle = e^{-\beta(E_{2\vec k}-\mu_2)}\big(1 - e^{-\beta(E_{1\vec k}-\mu_1)}\cdot e^{\frac{\beta h^2}{M}\vec k\cdot\vec q}\big). \qquad /18/$$

Заменим экспоненциальные факторы $e^{\frac{\beta h^2}{M}\vec{k}\cdot\vec{q}}$ в /18/ и $e^{-\frac{h}{M}\vec{k}\cdot\vec{q}t}$ в /13/ их средними значениями. Легко показать, что эти средние приближенно равны единице.

Подставим /13/ в уравнение /14/. Тогда в правой части получаем /при $t = 0$/

$$-2\gamma \frac{n_{10}\cdot n_{20}}{8(\pi M/\beta h^2)^{3/2}} \cdot V - 2\gamma n_{20} V, \qquad /19/$$

где γ - естественная ширина уровней $\gamma = \frac{\pi}{h^2}\sum_{\vec{q}\sigma} g^2_{\vec{q}\sigma}\,\delta(\omega_{\vec{q}} - \omega)$. Предположим, что /19/ сохраняет свой вид в момент t, тогда уравнение /14/ можно представить в виде

$$\langle \dot{n}_2(t)\rangle = -2\gamma\langle n_2(t)\rangle - \frac{2\gamma\langle n_1(t)\rangle\langle n_2(t)\rangle}{8(\pi M/\beta h^2)^{3/2}}, \qquad /20/$$

где $\langle n_1(t)\rangle = \frac{\langle N_1(t)\rangle}{V}$, $\langle n_2(t)\rangle = \frac{\langle N_2(t)\rangle}{V}$ - плотности атомов на нижнем и верхнем уровнях соответственно.

Легко проверить, что $\langle n_1(t)\rangle + \langle n_2(t)\rangle = n_0$, где $n_0 = N/V$ плотность атомов.

Теперь из уравнения /20/ с учетом начального условия $\langle n_2(0)\rangle = n_0$ получаем решение:

$$\langle n_2(t)\rangle = n_{kr}\frac{1 + n_0/n_{kr}}{1 + e^{(1+n_0/n_{kr})2\gamma(t-\tau_D)}}, \qquad /21/$$

где $\tau_D = \frac{\ln(n_0/n_{kr})}{1 + n_0/n_{kr}}$ - время задержки сверхизлучательного импульса излучения

$$n_{kr} = 8(\pi M/\beta h^2)^{3/2}. \qquad /22/$$

Плотность интенсивности излучения находится по формуле

$$I(t) \sim -h\omega\langle \dot{n}_2(t)\rangle = \frac{2\gamma\omega n_{kr}(1 + n_0/n_{kr})^2}{\cos^2[\gamma(1 + n_0/n_{kr})(t - \tau_D)]}, \qquad /23/$$

из которой видно, что сверхизлучение возникает только в том случае, когда $n_0 > n_{kr}$. Поэтому n_{kr} можно рассматривать как критическую плотность атомов.

В случае легких атомов /$M \sim 10^{-24}$ г/ и комнатной температуры /$T \sim 300$ К/ $n_{kr} \sim 10^{24}$ /см^3. Существование критической плотности подтверждается экспериментально [13].

Б. Случай пучка атомов

Рассмотрим теперь пучок атомов, распространяющийся в направлении оси Z с распределением /15/. Тогда в распределении /15/ сохраняется лишь одна компонента импульса k_Z /квазиодномерный случай/. Подобный пучок атомов можно реально создать в эксперименте. Следует отметить, что почти во всех экспериментах по сверхизлучению в газах использовали системы типа "Карандаш" с числом Френеля $F = \frac{S}{\lambda L} \sim 1$, где S - поперечное сечение "карандаша", L - его длина и λ - длина волны излучения. Такие системы можно приближенно рассматривать как описанный выше пучок атомов. В этом случае плотность интенсивности сверхизлучения имеет вид /23/ с временем задержки τ_D. Разница состоит лишь в том, что в одномерном случае критическая плотность атомов принимает значение

$$n_{kr} = \frac{2}{S}(\pi M/\beta h^2)^{1/2}, \qquad /24/$$

где S - сечение пучка атомов.

В случае $M \sim 10^{-24}$ г, $S \sim 0{,}01$ см$^2 \div 0{,}001$ см^2, что соответствует реальной экспериментальной ситуации, и критическая плотность имеет порядок $n_{kr} \sim 10^{10} \div 10^{11}$ /см^3. Данная оценка совпадает с экспериментальной [13], полученной в парах N_a, где использовался лазер с большой спектральной шириной в качестве накачки.

В случае накачки лазером с узкой спектральной шириной, распределение возбужденных атомов по скоростям сильно изменяется; исследование этого случая может составить предмет самостоятельной работы.

В. Случай пучка атомов одной скорости

В этом случае матрица плотности начального состояния имеет вид

$$\rho(M) = |N_{10}, N_{20}\rangle\langle N_{20}, N_{10}| = |N, 0\rangle\langle 0, N|.$$

Решая уравнение /14/ с таким начальным условием, получаем

$$I(t) = \frac{2\gamma\omega(1 + N)^2}{\cosh^2(\gamma(1 + N)(t - \tau_D))}, \qquad /25/$$

где время задержки

$$\tau_D = \frac{\ln N}{2\gamma(1+N)}. \qquad /26/$$

Результат /25/ и /26/ совпадает с известным результатом для модели Дикке [9].

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, проведенное рассмотрение задачи о влиянии собственного движения излучателей на характеристики сверхизлучения в газах на основе точной иерархии кинетических уравнений позволяет описать сверхизлучательный импульс для произвольного $t > 0$, а также получить оценку для критической плотности, хорошо согласующуюся с результатами эксперимента. Подчеркнем, что использованное здесь бозонное представление излучателей позволяет легко перейти к рассмотрению многоуровневого случая.

Авторы глубоко благодарны Нгуен Ньы Дату, Д.Пушкарову, Н.М.Плакиде, Фам Ле Киену и В.И.Юкалову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dicke R.H. Phys.Rev., 1954, 93, p. 99.
2. Skribanowitz N., et al. Phys.Rev.Lett., 1973, 30, p. 309.
3. Gibbs H.M., Vrehen Q.H.F., Hikspoors H.M.J. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, p. 547.
4. Florian R., Schwan L.O., Schmid D. Phys.Rev., 1984, A29, p. 2709.
5. Bonifacio R., Lugiato L.A. Phys.Rev., 1975, A11, p. 1507; 1975, A12, p. 587.
6. Macgillivray J.C., Feld M.S. Phys.Rev., 1976, A14, p. 1169.
7. Polder D., Schurmans M.F.H., Vrehen Q.H.F. Phys.Rev., 1979, A19, p. 1192.
8. Haake F. et al. Phys.Rev., 1979, A20, p. 2047.
9. Gross M., Haroche S. Phys.Reports, 1982, 93, p. 301.
10. Feld M.S.,et al. Phys.Rev., 1983, A27, p. 1427.
11. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 52, с. 423; 1982, 53, с. 108.
12. Bogolubov N.N. Jr., Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Physica, 1984, 128A, p. 82.
13. Gross M. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, 36, p. 1035.
14. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. /мл./ ЭЧАЯ, 1980, 11, с. 245.
15. Люиселл У."Излучение и шумы в квантовой электродинамике". "Наука", М., 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 февраля 1985 года.

Боголюбов Н.Н. /мл./, Чан Куанг, Шумовский А.С. Р4-85-130

О сверхизлучении в системе движущихся излучателей

Исследовано влияние собственного движения излучателей на сверхизлучение в газообразной активной среде. Определена критическая плотность излучателей, ниже которой коллективное спонтанное излучение отсутствует.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод Г.Г.Сандуковской