СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8433

С.В.Акулиничев, Л.А.Малов

МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР. СЛУЧАЙ ДВУХ БЛИЗКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОЛЮСОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8433

С.В.Акулиничев, Л.А.Малов

МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР. СЛУЧАЙ ДВУХ БЛИЗКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОЛЮСОВ

Акулиничев С.В., Малов Л.А. P4 - 8433

Модель для описания структуры высоковозбужденных состояний деформированных ядер. Случай двух близких энергетических полюсов

В работе продолжено рассмотрение модели, созданной для изучения структуры высоковозбужденных состояний деформированных нечетных ядер. Рассмотрен случай, когда два состояния расположены близко друг к другу и необходимо учитывать их взаимодействие.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Akulinichev S.V., Malov L.A. P4 - 8433

A Model Describing the Structure of High-Excited States of Deformed Nuclei. The Case of Two Close Energy Poles

The model intended for investigation of the structure of high-excited states of deformed odd-mass nuclei is considered. The case is considered when two states are situated close to each other and it is necessary to take into account their interaction.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

I. Введение

В работе /I/ предложена модель для описания структуры неротационных состояний. Гамильтониан был взят в виде потенциала среднего поля, взаимодействий, связанных с парными корреляциями сверхпроводящего типа, и мультиполь-мультипольных взаимодействий.

В рамках этой модели в работе /2/ для нечетных деформированных ядер был развит эффективный метод нахождения структуры и энергий состояний. Волновая функция представляла собой суперпозицию членов: квазичастица, квазичастица плюс фонон и квазичастица плюс два фонона. Суть метода в том, что при решении системы уравнений вблизи фундаментального энергетического полюса оставлялись когерентные (диагональные) члены и полюсные, соответствующие определенному полюсу. Результат был получен в виде, позволяющем проводить приближенный численный расчет.

В настоящей работе рассмотрен случай, когда решение ищется вблизи двух близких фундаментальных полюсов. Рассмотрение проведено с учетом полюсных членов от обоих полюсов. Гамильтониан и волновая функция взяты, как в /I/.

2. Основные уравнения

Часть гамильтониана, описывающая взаимодействие квазичастиц и фононов в нечетном деформированном ядре, имеет вид:

$$
\begin{aligned}
H_{vq} = {} & \sum_{\nu} \varepsilon(\nu) B(\nu,\nu) - \frac{1}{2}\sum_{g,\sigma} \frac{1}{Y_g} \sum_{\nu,\nu'} \frac{\left(f^{g}_{\sigma}(\nu\nu')\right)^2 u^2_{\nu\nu'}\left(\varepsilon(\nu)+\varepsilon(\nu')\right)}{\left(\varepsilon(\nu)+\varepsilon(\nu')\right)^2 - \omega_g^2} Q_g^+ Q_g - \\
& - \frac{1}{4}\sum_{g} \frac{1}{\sqrt{Y_g}} \sum_{\nu,\nu'} v_{\nu\nu'} \Big\{ \left[f^{g}(\nu\nu') B(\nu\nu') + \bar{f}^{g}(\nu\nu') \bar{B}(\nu\nu') \right] \cdot \\
& \cdot \left(Q_g^+ + Q_g\right) + \left(Q_g^+ + Q_g\right)\left[f^{g}(\nu\nu') B(\nu\nu') + \bar{f}^{g}(\nu\nu') \bar{B}(\nu\nu') \right] \Big\}.
\end{aligned}
\tag{I}
$$

Здесь введены обозначения:

Q_q -оператор фонона, $\varepsilon(\nu) = \sqrt{C^2 + (E(\nu) - \lambda)^2}$, где C - корреляционная функция, λ -химический потенциал, $E(\nu)$ -одночастичная энергия, (ν,σ) -совокупность квантовых чисел, характеризующих одночастичный уровень среднего поля, $\sigma = \pm 1$, $u_{\nu\nu'}$ и $v_{\nu\nu'}$ -совокупности коэффициентов преобразования Боголюбова.

$$
f^{q}_{\sigma}(\nu_1\nu_2) = \begin{cases} f^{q}(\nu_1\nu_2), & \text{если } K_1 \pm \mu = K_2 \\ \sigma \bar{f}^{q}(\nu_1\nu_2), & \text{если } K_1 + K_2 = \pm\mu, \end{cases}
$$

где f^{q} -матричный элемент от оператора мультипольного момента с $q = \lambda\mu$, K - проекция момента на ось симметрии ядра,

$$
B(\nu\nu') = \sum_{\sigma} \alpha^+_{\nu\sigma}\alpha_{\nu'\sigma}, \qquad \bar{B}(\nu\nu') = \sum_{\sigma} \sigma \alpha^+_{\nu-\sigma}\alpha_{\nu'\sigma}
$$

$\alpha^+_{\nu\sigma}$ -оператор рождения квазичастицы,

$$
Y_g = \sum_{\nu\nu'\sigma} \frac{\left(f^{g}_{\sigma}(\nu\nu')\right)^2 u^2_{\nu\nu'} \omega_g \left(\varepsilon(\nu) + \varepsilon(\nu')\right)}{\left[\left(\varepsilon(\nu) + \varepsilon(\nu')\right)^2 - \omega_g^2\right]^2}.
$$

Волновая функция имеет вид:

$$
\Psi_i(K^\pi) = \frac{C^i_\rho}{\sqrt{2}} \sum_{\sigma} \Big\{ \alpha^+_{\rho\sigma} + \sum_{g,\nu} \mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu\sigma} \alpha^+_{\nu\sigma} Q^+_g + \sum_{g,g_2,\nu} F^{gg_2 i}_{\rho\nu\sigma} \alpha^+_{\nu\sigma} Q^+_g Q^+_{g_2} \Big\} \Psi_0 . \tag{2}
$$

В работе[2] показано, что, вводя соответствующие фазы, можно использовать $\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu}$ вместо $\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu\sigma}$. Тогда основная система уравнений для получения энергии и структуры состояний имеет вид:

$$
\mathcal{F}(\eta) = \varepsilon(\rho) - \eta_i - \sum_{g,\nu} \Gamma^{g}_{(\rho,\nu)} \mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu} = 0 \tag{3}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left(\varepsilon(\nu) + \omega_g - \eta_i\right) \mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu} - \sum_{g_2,\nu_2,\nu_3} \frac{1}{P(\nu_2 g g_2) - \eta_i} \Big[\delta_1 \Gamma^{g_2}_{(\nu,\nu_2)} \Gamma^{g_2}_{(\nu_3,\nu_2)} \mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu_3} + \\
& + \delta_1' \Gamma^{g_2}_{(\nu,\nu_2)} \Gamma^{g}_{(\nu_3,\nu_2)} \mathcal{D}^{g_2 i}_{\rho\nu_3} \Big] = \Gamma^{g}_{(\rho,\nu)}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

$$
F^{gg_2 i}_{\rho\nu} = \frac{1}{2\left[P(\nu g g_2) - \eta_i\right]} \sum_{\nu_2} \left[\delta_2 \Gamma^{g_2}_{(\nu_2,\nu)} \mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu_2} + \delta_2' \Gamma^{g}_{(\nu_2,\nu)} \mathcal{D}^{g_2 i}_{\rho\nu} \right] \tag{5}
$$

$$
\Gamma^{g}_{(\nu,\nu_2)} = \frac{v_{\nu\nu_2}}{2\sqrt{Y_g}} f^{g}_{(\nu,\nu_2)}, \qquad P(\nu g_1 g_2) = \varepsilon(\nu) + \omega_{g_1} + \omega_{g_2}.
$$

Через δ_i обозначены фазы. Уравнение (3) в дальнейшем играет роль секулярного уравнения.

Условие нормировки волновой функции:

$$
\left(C^i_\rho\right)^2 \Big\{ 1 + \sum_{g,\nu} \left(\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu}\right)^2 + 2\sum_{g,g_2,\nu} \left(F^{gg_2 i}_{\rho\nu}\right)^2 \Big\} = 1 . \tag{6}
$$

Непосредственно решать систему (3)-(6) практически невозможно, так как она имеет очень высокий порядок.

3. Приближенное решение

Пусть два близких фундаментальных полюса имеют вид

$$P_1 = \mathcal{E}(\nu_0) + \omega_{g_0} + \omega_{g_0^1}, \quad P_2 = \mathcal{E}(\nu_0') + \omega_{g_0} + \omega_{g_0^2}.$$

Наличие общего фонона у полюсов обязательно, так как в противном случае можно было бы решать (3),(4) для обоих полюсов независимо[2]. Если оставить в системе уравнений (4) лишь когерентные члены и полюсные члены двух видов, содержащие $\frac{1}{P_1-\eta}$ или $\frac{1}{P_2-\eta}$, то получим:

$$\Gamma^{g_0}_{(\rho,\nu)} = b^{g_0}_{\nu} \mathcal{D}^{g_0}_{\rho\nu} - \frac{1}{P_1-\eta} \sum_{\nu'',g=g_0,g_0^1} \Gamma^{g_0^1}_{(\nu,\nu_0)} \Gamma^{g}_{(\nu'',\nu_0)} \alpha_1 \mathcal{D}^{\bar g}_{\rho\nu''} - \frac{1}{P_2-\eta} \sum_{\nu'',g=g_0,g_0^2} \Gamma^{g_0^2}_{(\nu,\nu_0')} \Gamma^{g}_{(\nu'',\nu_0')} \alpha_4 \mathcal{D}^{\bar g}_{\rho\nu''} \tag{7.I}$$

$$\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu)} = b^{g_0^1}_{\nu} \mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu} - \frac{1}{P_1-\eta} \sum_{\nu'',g=g_0,g_0^1} \Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)} \Gamma^{g}_{(\nu'',\nu_0)} \alpha_2 \mathcal{D}^{\bar g}_{\rho\nu''} \tag{7.2}$$

$$\Gamma^{g_0^2}_{(\rho,\nu)} = b^{g_0^2}_{\nu} \mathcal{D}^{g_0^2}_{\rho\nu} - \frac{1}{P_2-\eta} \sum_{\nu'',g=g_0,g_0^2} \Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0')} \Gamma^{g}_{(\nu'',\nu_0')} \alpha_3 \mathcal{D}^{\bar g}_{\rho\nu''}. \tag{7.3}$$

Здесь введены обозначения:

$$b^{g_0}_{\nu} = -\sum_{g_2,\nu' \neq g_0^1,\nu_0;\, g_0^2\nu_0'} \frac{\left(\Gamma^{g_2}_{(\nu,\nu')}\right)^2 (1+\delta_{(g_0,g_2)})}{P(\nu' g_0 g_2) - \eta} + (\mathcal{E}(\nu) + \omega_{g_0} - \eta)$$

$$b^{g_0^1}_{\nu} = -\sum_{g_2,\nu' \neq g_0,\nu_0} \frac{\left(\Gamma^{g_2}_{(\nu,\nu')}\right)^2 (1+\delta_{(g_2,g_0^1)})}{P(\nu' g_0^1 g_2) - \eta} + (\mathcal{E}(\nu) + \omega_{g_0^1} - \eta) \tag{8}$$

Аналогичный вид имеет $b^{g_0^2}_{\nu}$. В величинах b^{g}_{ν} собраны когерентные неполюсные члены. Через α обозначены соответствующие фазы. Используя математические свойства систем линейных неоднородных уравнений, которые подробно приводятся в[2], из системы уравнений (7) можно получить соотношения:

$$\mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu} = B_1^{\rho\nu} + \frac{1}{P_1 - A_1(\eta) - \eta} \sum_{\nu''} \frac{\alpha_2' \Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)} \Gamma^{g_0^1}_{(\nu'',\nu_0)} b^{g_0^1}_{\nu''} \Gamma^{g_0^1}_{(\nu'',\nu_0)}}{b^{g_0^1}_{\nu} b^{g_0}_{\nu''} \Gamma^{g_0}_{(\nu'',\nu_0')}} \mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu''}$$

$$\mathcal{D}^{g_0^2}_{\rho\nu} = B_2^{\rho\nu} + \frac{1}{P_1 - A_1(\eta) - \eta} \sum_{\nu''} \frac{\alpha_3' \Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0')} \Gamma^{g_0^2}_{(\nu'',\nu_0')} b^{g_0^1}_{\nu''} \Gamma^{g_0^1}_{(\nu'',\nu_0)}}{b^{g_0^2}_{\nu} b^{g_0}_{\nu''} \Gamma^{g_0}_{(\nu'',\nu_0)}} \mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu''} \tag{9}$$

Здесь введены обозначения:

$$A_1(\eta) = \sum_{\nu'',g=g_0,g_0^1} \frac{\left(\Gamma^{\bar g}_{(\nu'',\nu_0)}\right)^2}{b^{g}_{\nu''}}.$$

$$B_1^{\rho\nu} = \frac{\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu)}}{b^{g_0^1}_{\nu}} + \sum_{\nu'',g=g_0,g_0^1} \frac{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)} \Gamma^{g}_{(\nu'',\nu_0)} \alpha_2'}{(P_1 - A_1(\eta) - \eta) b^{g_0^1}_{\nu} b^{\bar g}_{\nu''}} \Big[\delta_{(\bar g, g_0^1)} \Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu'')} + \delta_{(\bar g, g_0)} \Big(\Gamma^{g_0}_{(\rho,\nu'')} - \frac{\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu'')} \Gamma^{g_0^1}_{(\nu'',\nu_0')}}{\Gamma^{g_0}_{(\nu'',\nu_0')}} \Big) \Big]. \tag{9.I}$$

$A_2(\eta)$ и $B_2(\eta)$ выглядят аналогично. Как и в работе[2], найдем вначале $\eta_c^{\rho\alpha}$, в которых функция $F(\eta)$ из уравнения (3) обращается в бесконечность.

В[2] указывалось, что количество полюсов секулярного уравнения и количество решений для энергии равно числу фундаментальных полюсов P. В соответствии с этим мы получим пару полюсов секулярного уравнения. Из системы (9) получаем

$$C_1^{\rho\nu}=\mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu}-\frac{1}{(P_1-A_1(\eta)-\eta)(P_2-A_2(\eta)-\eta)}\sum_{\nu''}R^{\nu}_{1\nu''}\mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu''}. \qquad (10)$$

Введены обозначения

$$C_1^{\rho\nu}=B_1^{\rho\nu}-\frac{1}{(P_1-A_1(\eta)-\eta)}\sum_{\nu''}\frac{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)}\Gamma^{g_0^1}_{(\nu'',\nu_0)}\alpha_2'\Gamma^{g_0^2}_{(\nu'',\nu_0')}b^{g_0^2}_{\nu''}}{b^{g_0^1}_{\nu}\Gamma^{g_0}_{(\nu'',\nu_0')}b^{g_0}_{\nu''}}B_2^{\rho\nu''}$$

$$R^{\nu}_{1\nu''}=\sum_{\nu'''}\frac{\alpha_s\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)}\Gamma^{g_0^1}_{(\nu''',\nu_0)}\Gamma^{g_0^2}_{(\nu''',\nu_0')}\Gamma^{g_0^2}_{(\nu'',\nu_0')}\Gamma^{g_0^1}_{(\nu'',\nu_0)}b^{g_0^1}_{\nu''}}{b^{g_0^1}_{\nu}b^{g_0}_{\nu'''}b^{g_0}_{\nu''}\Gamma^{g_0}_{(\nu''',\nu_0)}}. \qquad (10.1)$$

Детерминант системы (I0) можно записать/2/:

$$\Delta=1-\frac{\sum_{\nu}R^{\nu}_{1\nu}}{(P_1-A_1(\eta)-\eta)(P_2-A_2(\eta)-\eta)}. \qquad (11)$$

Обращение Δ в нуль соответствует полюсу секулярного уравнения. Таким образом, искомые полюса являются решениями уравнения:

$$(P_1-A_1(\eta)-\eta)(P_2-A_2(\eta)-\eta)=\sum_{\nu}R^{\nu}_{1\nu} \qquad (12)$$

Величины $(P_1-A_1(\eta))$ и $(P_2-A_2(\eta))$ есть значения полюсов секулярного уравнения, найденные в/2/ без учета взаимосвязи фундаментальных полюсов. Следовательно, $\sum_{\nu}R^{\nu}_{1\nu}$ играет роль связи между двумя фундаментальными полюсами.

Чтобы решить численно уравнение (I2), надо последовательно проводить итерационную процедуру. После нахождения полюсов секулярного уравнения η_1^{pol} и η_2^{pol} можно приступить к решению самого секулярного уравнения. Иа уравнения (I0), используя упомянутые выше свойства линейных неоднородных систем уравнений и близость η к соответствующему полюсу $\eta^{pol}_{1,2}$, получаем

$$\mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu}=C_1^{\rho\nu}-\frac{1}{(\eta^{pol}_{1,2}-\eta)}\sum_{\nu''}\frac{R^{\nu''}_{1\nu}C_1^{\rho\nu''}}{\left[2\eta^{pol}_{1,2}-(P_1+P_2-A_1(\eta)-A_2(\eta))\right]}. \qquad (13)$$

Аналогично выражение и для $\mathcal{D}^{g_0^2}_{\rho\nu}$.

Входящие в (I3) величины следует вычислять при η, равном соответствующему полюсу η^{pol}. Величина $\mathcal{D}^{g_0}_{\rho\nu}$ связана с $\mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu}$ и $\mathcal{D}^{g_0^2}_{\rho\nu}$ соотношением, непосредственно вытекающим из системы (7):

$$\Gamma^{g_0}_{(\rho,\nu)}-b^{g_0}_{\nu}\mathcal{D}^{g_0}_{\rho\nu}=\left(\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu)}-b^{g_0^1}_{\nu}\mathcal{D}^{g_0^1}_{\rho\nu}\right)\frac{\Gamma^{g_0^1}_{(\nu,\nu_0)}\alpha_2'}{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)}}+$$

$$+\left(\Gamma^{g_0^2}_{(\rho,\nu)}-b^{g_0^2}_{\nu}\mathcal{D}^{g_0^2}_{\rho\nu}\right)\frac{\Gamma^{g_0^2}_{(\nu,\nu_0')}\alpha_1'}{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0')}}. \qquad (14)$$

Для $\mathcal{D}^{g}_{\rho\nu}$ при $g\neq g_0,\ g_0^1,\ g_0^2$, как показано в/2/,

$$\mathcal{D}^{g}_{\rho\nu}=\frac{\Gamma^{g}_{(\rho,\nu)}}{b^{g}_{\nu}}. \qquad (15)$$

Подставляя теперь все $\mathcal{D}^{g}_{\rho\nu}$ в секулярное уравнение (3), получаем

$$\mathcal{F}(\eta)=\mathcal{E}(\rho)-\eta+Z_1+\frac{Z_2}{\eta^{pol}_{1,2}-\eta}=0. \qquad (16)$$

Введены обозначения:

$$Z_1=-\sum_{\nu,g\neq g_0,g_0^1,g_0^2}\frac{\left(\Gamma^{g}_{(\rho,\nu)}\right)^2}{b^{g}_{\nu}}-\sum_{\nu}\left(C_1^{\rho\nu}\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu)}+C_2^{\rho\nu}\Gamma^{g_0^2}_{(\rho,\nu)}\right)-$$

$$-\sum_{\nu}\frac{\Gamma^{g_0}_{(\rho,\nu)}}{b^{g_0}_{\nu}}\left[\frac{\Gamma^{g_0^1}_{(\nu,\nu_0)}\alpha_2'b^{g_0^1}_{\nu}C_1^{\rho\nu}}{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0')}}-\frac{\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu)}\Gamma^{g_0^1}_{(\nu,\nu_0')}\alpha_1'}{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0')}}\right] \qquad (17.1)$$

$$\vec{Z}_2 = \frac{1}{\left[2\eta^{pol}_{1,2} - P_1 - P_2 + A_1(\eta) + A_2(\eta)\right]} \sum_{\nu,\nu'} \Big\{ R_{1\nu}^{\nu''} C_1^{\rho\nu''} \Big[\Gamma^{g_0^1}_{(\rho,\nu)} + \Gamma^{g_0}_{(\rho,\nu)} \frac{b_\nu^{g_0^1} \Gamma^{g_0^1}_{(\nu,\nu_0)\alpha_2'}}{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0)} b_\nu^{g_0}} \Big] + R_{2\nu}^{\nu'} C_2^{\rho\nu'} \Big[\Gamma^{g_0^2}_{(\rho,\nu)} + \Gamma^{g_0}_{(\rho,\nu)} \frac{b_\nu^{g_0^2} \Gamma^{g_0^2}_{(\nu,\nu_0')\alpha_1'}}{\Gamma^{g_0}_{(\nu,\nu_0')} b_\nu^{g_0}} \Big] \Big\}. \qquad (17.2)$$

Отсюда для решения секулярного уравнения получаем

$$\eta^{c}_{1,2} = \frac{\vec{Z}_2}{\mathcal{E}(\rho) - \eta^{pol}_{1,2} + \vec{Z}_1} + \eta^{pol}_{1,2}. \qquad (18)$$

Дальнейшее рассмотрение задачи можно проводить, как в работе[2]. Мы рассмотрели случай, наиболее часто встречающийся при расчетах с данными исходными условиями. По той же схеме можно проводить расчеты, когда фундаментальные полюса имеют более простой вид, например, $\mathcal{E}(\nu_0)$, либо $\mathcal{E}(\nu_0) + \omega_g$. Принципиально не отличается и случай трех близких фундаментальных полюсов с общим фононом. При этом повысится порядок соответствующих систем уравнений.

В заключение выражаем благодарность В.Г.Соловьеву за полезные обсуждения.

Литература

1. V.G.Soloviev, L.A.Malov, Nucl.Phys. A196(1972) 433.
2. Л.А.Малов, В.Г.Соловьев. Препринт ОИЯИ, Р4-7639 (1973).
3. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. Наука, М., 1971 .

Рукопись поступила в издательский отдел
8 декабря 1974 года.