

8429

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



C 326  
И-201

31/IV-75  
P4 - 8429

Д.Ю.Иванов, В.К.Федянин

763/2-75

УРАВНЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ ИЗОТЕРМЫ  
В АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ  
К КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8429

Д.Ю.Иванов, В.К.Федянин

**УРАВНЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ ИЗОТЕРМЫ  
В АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ  
К КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ**

Важной задачей интерпретации экспериментальных данных по критической изотерме является "извлечение" из них численных величин критического индекса  $\delta$  и соответствующих амплитуд.

Надежные экспериментальные данные здесь немногочисленны<sup>/I-4/</sup> и не вполне согласуются друг с другом и выводами масштабной теории. Однако из них можно сделать два связанных между собой вывода: 1) вполне вероятным является отклонение от полной антисимметрии ( $1\Delta\mu_{г} > 1\Delta\mu_{ж}$ ), как в переменных  $\Delta\rho, \Delta\beta$ , так и в переменных  $\Delta\mu, \Delta\beta$  (везде ниже под  $\Delta a$  мы подразумеваем  $(a - a_c) \cdot a_c^{-1}$ ). 2) обрабатывая экспериментальные данные с помощью формул, предлагаемых масштабной гипотезой, необходимо к главному члену асимптотики добавлять поправочные члены. В случае  $SF_6$  численное значение  $\delta$  имеет особую значимость: совместно с величинами  $\gamma = 1,16 \pm 0,03$ <sup>/5/</sup> и  $\beta = 0,35 \pm 0,01$ <sup>/6/</sup> в нашем распоряжении налицо набор трех критических индексов и соответствующих амплитуд, что дает возможность проанализировать правомочность гипотезы подобия и, используя этот набор, найти параметры уравнения состояния, что, в свою очередь, позволяет найти численные значения величин, еще не измеренные на опыте.

В работе<sup>/7/</sup> были проанализированы экспериментальные данные по критической изотерме шестифтористой серы и каждая из ветвей ( $\Delta\beta > 0, \Delta\beta < 0$ ) была аппроксимирована уравнением типа

$$\Delta\rho_{\pm} = Q_{\pm} \Delta\beta / \Delta\beta / d_{\pm}^{\delta_{\pm} - 1} \quad (I)$$

При этом оказалось, что параметры уравнения (I)  $Q_{\pm} > d_{\pm}^{\delta_{\pm}}$  заметно отличаются для обеих ветвей изотермы, что свидетельствует

об отклонении ее формы от антисимметричной. Как было отмечено в <sup>7/</sup>, такое поведение не является неожиданным и связано с меньшей сжимаемостью жидкости, сравнительно с газом, при одинаковом относительном удалении от критической точки. С другой стороны, этот факт можно рассматривать как указание на то, что данные получены в неасимптотической области по параметру порядка  $\Delta g$ . Наблюдаемое различие критических индексов  $\delta_+$  и  $\delta_-$  затрудняет, если не делает вообще невозможным, сравнение результатов эксперимента с гипотезой подобия (см., например, <sup>8,9/</sup>). Поскольку предсказания гипотезы подобия справедливы лишь асимптотически, а наши измерения <sup>7/</sup> показывают, что область  $0,03 \leq \Delta g < 0,2$ , где они получены, по всей видимости, асимптотической не является, представляло несомненный интерес учесть следующие члены разложения в уравнении (I), выступающие в качестве поправочных. Искомое уравнение критической изотермы в координатах  $\Delta \mu, \Delta g$  с поправочным членом может быть записано в виде

$$\Delta \mu_{\pm} = 2 \Delta g |\Delta g|^{2-\delta_{\pm}} (1 + C_{\pm} |\Delta g|^{\delta_{\pm}}), \quad (2)$$

где 
$$\Delta \mu = [\mu(p, T_c) - \mu(p_c, T_c)] \cdot (p_c V_c)^{-1}$$

Учитывая, что

$$dP = g d\mu, \quad T = \text{const}, \quad (3)$$

для  $\Delta \mu$  можно записать

$$\Delta \mu = \int \frac{dP}{p p_c V_c} = \int \frac{V}{V_c} d(\Delta P) = \Delta P + \int_0^{\Delta P} \Delta V d(\Delta P). \quad (4)$$

Вычислив интеграл в правой части (4) с помощью графического интегрирования, получим значения  $\Delta \mu$  в функции от  $\Delta V$  и, следовательно, от  $\Delta g$ . Результаты даны рис. I. Обращает на себя внимание тот факт, что  $|\Delta \mu|_r > |\Delta \mu|_ж$  для одинаковых  $|\Delta g|$  (см. рис. I). Можно показать, что так должно быть всегда. Действительно:

$$\int_0^{\Delta P} \Delta V d(\Delta P) = - \int_0^{\Delta P} |\Delta V| d|\Delta P| < 0, \quad (5)$$

т.к. для  $\Delta V > 0$ ,  $\Delta P < 0$ , и, наоборот, поскольку знаки  $\Delta \mu$  и  $\Delta P$  на обеих ветвях изотермы совпадают, то при учете (5) получаем  $|\Delta \mu|_ж < |\Delta \mu|_r$ . Рис. I позволяет убедиться в том, что и в координатах  $(\mu, \Delta g)$  форма критической изотермы отклоняется от полностью антисимметричной. Частично это может быть связано с выбором  $\beta_c$ , значение которой естественным образом изменяет форму кривых и численные значения критических индексов для разложений, по параметру порядка  $\Delta g$ . В работе <sup>6/</sup>, например, выбор в качестве критической плотности значения, полученного в результате визуальных наблюдений  $\beta_c = 0,739$ , приводит к асимметрии критического индекса,  $\beta$  в области  $|\tau| < 10^{-5}$ . В <sup>6/</sup> было показано, что замена  $\beta_c$  на значение  $\beta'_c = 0,742$ , полученное экстраполяцией хода прямолинейного диаметра, симметризуя кривую сосуществования в этой области значений  $|\tau|$ , приводит к равенству  $\beta_r = \beta_ж = \beta$ , где  $\beta = 0,350 \pm 0,006$ . Плотность  $\beta'_c$  отличается от  $\beta_c$  на 0,4%. Вполне вероятно, что значение критической плотности  $\beta_c$ , найденное с точностью  $\pm 0,02\%$  <sup>6/</sup>, имеет систематическую ошибку в  $\pm 0,4\%$  из-за гравитации, косвенное влияние

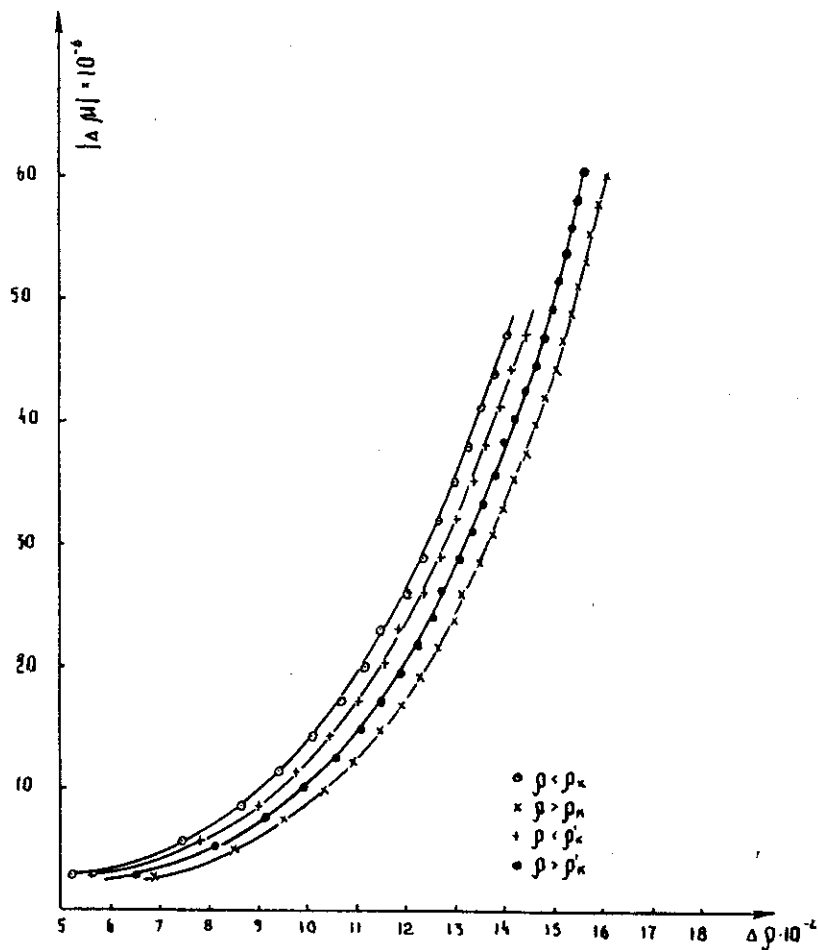


Рис. I. Зависимость  $\Delta M$  от  $\Delta p$  на критической изотерме

которой и приводит к различию индексов  $\beta$ . Этот эффект оказывается существенным при изучении многих свойств вещества вблизи критической точки /10/. В частности, из наших данных /7/ можно заметить, что критическая изотерма, как и кривая сосуществования /6/, имеет вблизи  $p_c$  плоский участок, ширина которого для изотермы несколько больше, чем для кривой сосуществования. Качественно это легко объяснимо. Дело в том, что при удалении от критической точки по изотерме изменяется только плотность, в то время как в случае кривой сосуществования удаление происходит по двум параметрам: по плотности и по температуре. Естественно при этом, что в первом случае влияние гравитации проявляется в более широкой области по  $\Delta p$ . Действительно, погрешность аппроксимации точек, близких к критической, даже с помощью уравнения (2) достигает 5-7%, при общей точности в 1-2%. Поскольку точность экспериментальных данных более чем на порядок выше, то для согласования точности аппроксимации и эксперимента вероятно, необходимо введение в уравнение (2) дополнительных членов. С одной стороны, это обстоятельство указывает на то, что область  $0,03 \leq |\Delta p| < 0,2$  действительно не является асимптотической, и поправки в виде следующих членов разложения необходимы. С другой стороны, можно надеяться, что введение третьего члена в уравнение (2), улучшив описание экспериментальных данных, не приведет все же к существенному изменению степени первого члена, определяющего поведение кривой вблизи критической точки. Имея в виду это обстоятельство, а также то, что задача получения уравнения с шестью варьируемыми параметрами становится слишком

громоздкой, мы и ограничились уравнением (2). Решение уравнения (2) методом наименьших квадратов на ЭВМ позволило определить все четыре неизвестных параметра

$$\begin{aligned} \Delta_+ &= 1,70 \pm 0,01 & C_+ &= 0,009 \pm 0,001 & C_- &= 0,16 \pm 0,02 \\ \delta &= 4,30 \pm 0,01 & \Delta_+ &= 0,30 \pm 0,03 & \Delta_- &= 0,30 \pm 0,03. \end{aligned} \quad (5)$$

При этом, как мы и предполагали, для значения критической плотности, полученного визуально ( $\rho_k$ ), не удастся получить уравнение (2) с единым первым членом для обеих ветвей изотермы. Те значения, которые приведены в (5), соответствуют уравнению (2), где в качестве  $\Delta f$  принято  $\Delta f' = (f - \rho_k' / \rho_k'^{-1})$ . В связи с результатом (5) заметим, что из  $\Delta_+ = \Delta_- = 0,3$  следует универсальность поправки к главному члену асимптотики. Отметим также, что, используя метод  $\epsilon$ -разложения<sup>/8/</sup>, Вегнер получил в первом порядке по  $\epsilon$   $\Delta_+ = \Delta_- = 0,5$ : поправка, являясь следующим приближением масштабной теории, оказывается универсальной. Наш результат подтверждает этот вывод.

Выбор  $\rho_k'$  вместо  $\rho_k$  не устраняет полностью отклонений от антисимметрии (рис.1), связанных, очевидно, с реально существующей асимметрией жидкости и газа, однако можно надеяться, что искажение кривой из-за влияния гравитации практически сводится к минимуму. Как уже упоминалось, экспериментальных данных, из которых можно было бы получить критический индекс  $\delta$ , крайне мало. А те из них, которые дают самосогласованные значения, совместно с другими индексами имеются только для  $^3\text{He} / \text{II}$ . В нашем случае такая самосогласованность налицо: используя  $\gamma = 1,16 \pm 0,03$  и  $\beta = 0,350 \pm 0,006$ , получаем, с учетом того, что, согласно (5),  $\delta = 4,30 \pm 0,01$ ,

$$\gamma = \beta(\delta - 1). \quad (6)$$

Воспользовавшись связью между критическими индексами, вытекающей из гипотезы подобия<sup>/9/</sup>, несложно с помощью  $\beta, \delta, \gamma$  получить численные величины и других индексов:

$$\alpha = 0,14, \quad \nu = 0,62, \quad \eta = 0,13, \quad \Theta = 1,24. \quad (7)$$

Таким образом, идея учета поправок к асимптотическим законам, соответствующих следующему приближению масштабной теории, оказалась весьма плодотворной.

#### Литература:

1. H.W.Habgood, W.G.Schneider, Can.J.Chem. 32, 98, 1957.
2. B.Wallace, H.Meyer, Phys.Rev. A2, 1563, 1970.
3. L.A.Weber, Phys.Rev. A2, 2379, 1970.
4. Л.М.Артюховская, Е.Т.Шиманская, Д.Н.Шиманский, ЖЭФ 64, 1679, 1973.
5. Л.А.Макаревич, О.Н.Соколова, А.М.Розен. ЖЭФ 67, 615, 1974.
6. Д.Д.Иванов, Л.А.Макаревич, О.Н.Соколова. Письма в ЖЭФ 20, 272, 1974.
7. Д.Д.Иванов, Л.А.Макаревич. ДАН СССР. 221 (1975).
8. F.J.Wegner, Phys.Rev. B5, 4529, 1972.
9. М.Е.Фишер в сб. "Устойчивость и фазовые переходы", "Мир", 1973.
10. P.C.Hohenberg, M.Barmatz, Phys.Rev. A6, 289, 1972.
11. М.А.Анисимов, А.Т.Берестов, Л.С.Векслер, Б.А.Ковальчук, В.А.Смирнов, ЖЭФ 66, 742, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 декабря 1974 года.