СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8416

Р.В.Джолос, В.П.Пермяков

О РОЛИ НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ПРОЦЕССАХ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8416

Р.В.Джолос, В.П.Пермяков

О РОЛИ НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ПРОЦЕССАХ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Джолос Р.В., Пермяков В.П. P4 - 8416

О роли неадиабатических эффектов в процессах кулоновского взаимодействия сложных ядер

Разработан метод учета неадиабатических эффектов в кулоновском взаимодействии сложных ядер без привлечения теории возмущения или сильной связи небольшого числа каналов. В результате ряда унитарных преобразований над исходным гамильтонианом, учитывающим связь относительного движения ядер с внутренними возбуждениями коллективного типа, достигается приближенное разделение переменных. При этом получается одномерное уравнение Шредингера с перенормированными исходным ядерным потенциалом и коллективными параметрами ядер.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Jolos R.V., Permyakov V.P. P4 - 8416

On the Role of Nonadiabatic Effects in the Coulomb Interaction of Complex Nuclei

The method of taking into account the nonadiabatic effects in the Coulomb interaction of the complex nuclei is developed without using the perturbation theory or strong binding of a small number of channels. A series of unitary transformations of an initial Hamiltonian (that allows for the connection of the relative nucleus motion with the intraexcitations of a collective type) resulted in an approximate devision of variables. In this case a one-dimensional Schrödinger equation with the renormalized initial nucleus potential and the collective nucleus parameters is obtained.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

Введение

В ранних теоретических работах исследование процессов упругого рассеяния сложных ядер проводилось на основе оптических моделей, как это делалось, например, для реакций нуклон + ядро /1/. В ряде случаев параметры оптического потенциала удалось установить на основе сравнения с имеющимися экспериментальными данными по упругому рассеянию тяжелых ионов на ядрах /см., напр., /2/ /.

В то же время ряд исследований с оптическим потенциалом для нуклон-ядерных взаимодействий, выполненных на основе метода сильной связи каналов /3-4/, показал, что включение в рассмотрение неупругих каналов приводит к существенной перенормировке параметров исходного потенциала, установленного только по данным упругого рассеяния. Этот же вывод, вообще говоря, справедлив и для реакций с участием тяжелых ионов. В самом деле, громадное число каналов реакции, мощное кулоновское взаимодействие сложных ядер, которое может приводить к изменениям как самой формы ядер, так и их структуры - все это в значительной степени усложняет анализ проблемы для случая взаимодействия ядро + ядро /5/. Проблема учета влияния кулоновских сил на исход конкретных реакций до сих пор не имеет убедительного решения.

В настоящей работе предложен метод учета неадиабатических эффектов в процессах кулоновского взаимодействия сложных ядер без привлечения теории возмущения или сильной связи небольшого числа каналов. В результате ряда унитарных преобразований над исходным гамильтонианом, учитывающим связь относительного движения ядер с внутренними возбуждениями коллективного типа, достигается приближенное разделение переменных. При этом получается одномерное уравнение Шредингера с перенормированными исходным ядерным потенциалом и коллективными параметрами ядер. Рассмотрен случай рассеяния тождественных ядер с относительным угловым моментом $L=0$.

I. *Гамильтониан*

Для простоты ограничимся рассмотрением взаимодействия тождественных ядер. В этом случае гамильтониан имеет следующий вид /6/:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M}\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hat{L}^2}{R^2}\right) + V_{\text{кул}}(R) + V_{\text{яд.}}(R, \alpha^{(1)}_{2\mu}, \alpha^{(2)}_{2\mu}) + \qquad /1/$$

$$+ \frac{\gamma}{\sqrt{2}\,R^3}\sum_\mu Y^+_{2\mu}(\nu,\phi)(\alpha^{(1)}_{2\mu} + \alpha^{(2)}_{2\mu}) + \hat{H}^{(1)}_{\text{вн.}}(\alpha^{(1)}_{2\mu}) + H^{(2)}(\alpha^{(2)}_{2\mu}).$$

Здесь R - расстояние между центрами сталкивающихся ядер; $\hat{L}$ - оператор углового момента относительного движения, ν и ϕ - углы, характеризующие траекторию налетающего ядра; M - приведенная масса; $\gamma = \frac{3\sqrt{2}}{5} Z^2 e^2 R_0^2$,

Z - заряд и R_0 - радиус каждого из ядер; $V_{\text{кул}}$ - кулоновский потенциал, $V_{\text{яд.}}$ - оптический потенциал для взаимодействия сложных ядер. Обычно $V_{\text{яд.}}$ выбирается в форме потенциала Вудса-Саксона. Далее, $\alpha^{(1)}_{2\mu}$, $\alpha^{(2)}_{2\mu}$ - переменные, описывающие внутренние квадрупольные колебания в каждом из взаимодействующих ядер. $H^{(i)}_{\text{вн.}}$ $(i=1,2)$ - внутренние гамильтонианы ядер. Для внутренних гамильтонианов примем приближение эффективного гармонического осциллятора:

$$H^{(i)}_{\text{вн.}}(\alpha^{(i)}_{2\mu}) = -\frac{\hbar^2}{2B}\sum_\mu(-)^\mu\frac{\partial}{\partial\alpha^{(i)}_\mu\,\partial\alpha^{(i)}_{-\mu}} + \frac{1}{2}C\sum_\mu(-)^\mu\alpha^{(i)}_\mu\,\alpha^{(i)}_{-\mu},\ i=1,2,$$

где B - массовый коэффициент, C - эффективная жесткость.

С помощью преобразования:

$$\alpha_{2\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha^{(1)}_{2\mu} + \alpha^{(2)}_{2\mu}), \qquad \beta_{2\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha^{(2)}_{2\mu} - \alpha^{(1)}_{2\mu})$$

гамильтониан /1/ приводится к виду:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M}\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hat{L}^2}{R^2}\right) + V_{\text{кул}}(R) + V_{\text{яд}}(\alpha_{2\mu}, R) + \frac{\gamma}{R^3}\sum Y^+_{2\mu}\alpha_{2\mu} - \qquad /2/$$

$$-\frac{\hbar^2}{2B}\sum_\mu(-)^\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha_{2\mu}\partial\alpha_{2-\mu}} + \frac{\partial^2}{\partial\beta_{2\mu}\partial\beta_{2-\mu}}\right) + \frac{1}{2}C\sum_\mu(-)^\mu(\alpha_{2\mu}\alpha_{2-\mu} + \beta_{2\mu}\beta_{2-\mu}).$$

Поскольку переменная $\beta_{2\mu}$ отделяется, в дальнейшем будем рассматривать лишь ту часть гамильтониана, которая не содержит $\beta_{2\mu}$.

II. *Адиабатическое приближение*

Предположим, что движение по траектории происходит значительно медленнее, чем внутренние колебания в ядрах. Тогда можно пренебречь кинетической энергией относительного движения. Переменные R, ν, ϕ будут входить в гамильтониан как параметры, и для решения задачи нужно будет диагонализовать зависящую от $\alpha_{2\mu}$ часть гамильтониана:

$$-\frac{\hbar^2}{2B}\sum_\mu(-)^\mu\frac{\partial^2}{\partial\alpha_{2\mu}\partial\alpha_{2-\mu}} + \frac{1}{2}C\sum_\mu|\alpha_{2\mu}|^2 + \frac{\gamma}{R^3}\sum Y^+_{2\mu}\alpha_{2\mu}. \qquad /3/$$

Это можно сделать с помощью преобразования:

$$\alpha_{2\mu} = \tilde{\alpha}_{2\mu} - \frac{\gamma}{CR^3}Y_{2\mu}\ , \qquad /4/$$

которое приводит /3/ к виду:

$$-\frac{\hbar^2}{2B}\sum_\mu(-)^\mu\frac{\partial^2}{\partial\tilde{\alpha}_{2\mu}\partial\tilde{\alpha}_{2-\mu}} + \frac{1}{2}C\sum_\mu|\tilde{\alpha}_{2\mu}|^2 - \frac{5}{8\pi}\frac{\gamma^2}{CR^6}. \qquad /5/$$

Движение по $\bar{a}_{2\mu}$ сводится к гармоническим колебаниям относительно $\bar{a}_{2\mu} = 0$. При этом $a_{2\mu}$ флуктуирует относительно величины $-\frac{\gamma}{CR^3} Y_{2\mu}$, а не относительно нуля, как при отсутствии кулоновского взаимодействия. Этот эффект был назван эффектом динамической деформации ядер.

Из /5/ видно, что значения величин B и C не перенормируются, в то же время кулоновский барьер уменьшается на величину $\frac{5}{8\pi} \frac{\gamma^2}{CR^6}$. Однако радиус действия потенциала $V_{\text{яд.}}(a_{2\mu}, R, R_0)$ вследствие динамической деформации ядер уменьшается:

$$2R_0(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_\mu Y^+_{2\mu} a_{2\mu}) \simeq 2R_0(1 - \frac{5}{4\pi\sqrt{2}} \frac{\gamma}{CR^3}), \qquad /6/$$

чем и компенсируется уменьшение величины кулоновского барьера /5/.

III. *Точное преобразование сдвига*

Преобразование типа /4/ с произвольной функцией $\chi(R)$ вместо γ / CR^3 эквивалентно следующему представлению волновой функции:

$$\Psi(a_{2\mu}, R, \nu, \phi) = \exp[-\chi(R) \sum_\mu Y_{2\mu} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}}] \; \bar{\Psi}(a_{2\mu}, R, \nu, \phi), \qquad /7/$$

где в адиабатическом приближении $\bar{\Psi}$ была бы волновой функцией основного состояния гармонического осциллятора по переменной $a_{2\mu}$, умноженной на функцию от R, ν, ϕ. Однако при столкновении тяжелых ионов /именно этот случай мы и будем иметь в виду/ условие адиабатичности не выполняется, и кинетическую энергию относительного движения нельзя считать малой величиной. Подставляя /7/ в уравнение Шредингера, мы получаем, что $\bar{\Psi}$ удовлетворяет уравнению с гамильтонианом:

$$e^{\chi(R) \sum_\mu Y_{2\mu} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}}} \; \hat{H} \; e^{-\chi(R) \sum_\mu Y_{2\mu} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}}} =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2M} \{ (\frac{\partial}{\partial R} - \chi' \sum_\mu Y_{2\mu} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}})^2 - \frac{1}{R^2} \sum (-1)^m (\hat{L}_m - \chi \sum_\mu \sqrt{6} C^{2\mu+m}_{2\mu\, 1m} Y_{2\mu+m} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}}) \times$$

$$\times (\hat{L}_{-m} - \chi \sum_\mu \sqrt{6}\, C^{2\mu-m}_{2\mu\, 1-m} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}}) \} + V_{\text{яд.}}(a_{2\mu} + \chi Y_{2\mu}, R) + V_{\text{кул.}}(R) +$$

$$+ \frac{5}{4\pi} \frac{\gamma\chi}{R^3} + \frac{5}{8\pi} C\chi^2 + (C\chi + \frac{\gamma}{R^3}) \sum_\mu Y^+_{2\mu} a_{2\mu} -$$

$$- \frac{\hbar^2}{2B} \sum_\mu (-1)^\mu \frac{\partial^2}{\partial a_{2\mu} \partial a_{2-\mu}} + \frac{1}{2} C \sum_\mu (-)^\mu a_{2\mu} a_{2-\mu}, \qquad /8/$$

где $C^{2\mu}_{2\mu' 1m}$ - коэффициенты Клебша - Гордана.

IV. *Определение зависящей от $a_{2\mu}$ части волновой функции*

Попытаемся выделить из $\bar{\Psi}$ часть, несущую основную зависимость от $a_{2\mu}$. Коллективная волновая функция свободного ядра в основном состоянии имеет вид:

$$\exp\{ -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{BC}}{h} \sum_\mu |a_{2\mu}|^2 \}. \qquad /9/$$

Однако в результате преобразования /8/ в гамильтониане появились члены, пропорциональные $\frac{\partial^2}{\partial a_{2\mu} \partial a_{2\mu'}}$, которые перенормируют коллективный массовый коэффициент, внося в него зависимость от R, ν, ϕ. Мы должны теперь искать коллективную волновую функцию в отличном от /9/ виде, учитывая отмеченные выше изменения.

Полагаем

$$\bar{\Psi}(\alpha_{2\mu},R,\nu,\phi)=\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi_I(R)\,Y^+_{IM}(\nu,\phi)[\alpha_2\alpha_2]_{IM}\}\bar{\bar{\Psi}}(\alpha_{2\mu},R,\nu,\phi).$$

Здесь $\xi_I(R)$ - произвольная пока функция, квадратные скобки $[\quad]_{IM}$ обозначают векторную связь.

Гамильтониан для $\bar{\bar{\Psi}}$ получается в результате следующего преобразования гамильтониана /8/:

$$\frac{\partial}{\partial R}\to\frac{\partial}{\partial R}-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi'_I(R)\,Y^+_{IM}[\alpha_2\alpha_2]_{IM}$$

$$\hat{L}_m\to\hat{L}_m-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi_I(R)\sqrt{I(I+1)}\;C^{I-M+m}_{I-M\,1m}(-)^m Y^+_{I-M-m}[\alpha_2\alpha_2]_{IM}$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}}\to\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}}-\sum_{IM\mu'}\xi_I(R)\,Y^+_{IM}\,C^{IM}_{2\mu\,2\mu'}\,\alpha_{2\mu'}\qquad /10/$$

и имеет вид:

$$\hat{H}_{\bar{\bar{\Psi}}}=-\frac{\hbar^2}{2M}\{(\frac{\partial}{\partial R}-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi'_I\,Y^+_{IM}[\alpha_2\alpha_2]_{IM}-\chi'\sum_{\mu}Y_{2\mu}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}}+$$

$$+\chi'\sum_{I\mu}\xi_I\,C^{10}_{2020}\sqrt{2I+1}\;Y^+_{2\mu}\alpha_{2\mu})^2-$$

$$-\frac{1}{R^2}\sum_m(-)^m(\hat{L}_m-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi_I\sqrt{I(I+1)}\;C^{I-M+m}_{I-M\,1m}(-)^m Y^+_{IM-m}[\alpha_2\alpha_2]_{IM}-$$

$$-\chi\sum_{\mu}\sqrt{6}\;C^{2\mu+m}_{2\mu\,1m}\,Y_{2\mu+m}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}}-\qquad /11/$$

$$-5\sqrt{\frac{5}{2\pi}}\chi\sum_{I\mu\mu'}\xi_I(2I+1)^{1/2}\;C^{10}_{2020}\left\{\begin{matrix}I&2&2\\1&2&2\end{matrix}\right\}C_{2\mu2\mu'}Y_{2\mu}\alpha_{2\mu'})\times$$

$$\times(L_{-m}-\chi\sqrt{6}\sum_{\mu}C^{2\mu-m}_{2\mu\,1-m}Y_{2\mu-m}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}}-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi_I(I(I+1))^{1/2}\;C^{I-M-m}_{I-M\,1-m}(-)^m Y^+_{IM+m}[\alpha_2\alpha_2]_{IM}-$$

$$-5\sqrt{\frac{5}{2\pi}}\chi\sum_{I\mu\mu'}\xi_I\sqrt{2I+1}\;C^{10}_{2020}\left\{\begin{matrix}I&2&2\\1&2&2\end{matrix}\right\}\times$$

$$\times C^{I-m}_{2\mu\,2\mu'}Y_{2\mu}\alpha_{2\mu})\}+V_{\text{яд.}}(\alpha_{2\mu}+\chi Y_{2\mu},R)+V_{\text{кул.}}+\frac{5}{4\pi}\frac{\gamma\chi}{R^3}+\frac{5}{8\pi}C\chi^2+$$

$$+(C\chi+\frac{\gamma}{R^3})\sum_{\mu}Y^+_{2\mu}\alpha_{2\mu}+\frac{1}{2}C\sum_{\mu}|\alpha_{2\mu}|^2+\frac{\hbar^2}{2B}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\xi_0-$$

$$-\frac{\hbar^2}{2B\sqrt{4\pi}}\sum_{IMLL'}\xi_I\xi_{L'}\frac{(2I+1)(2L'+1)}{(2I+1)^{1/2}}C^{10}_{L0L'0}\left\{\begin{matrix}I&2&2\\2&L'&L\end{matrix}\right\}Y^+_{IM}[\alpha_2\alpha_2]_{IM}-$$

$$-\frac{\hbar^2}{2B}(\sum_{\mu}(-)^{\mu}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_{2\mu}\partial\alpha_{2-\mu}}-2\sum_{IM\mu\mu'}\xi_I C^{IM}_{2\mu2\mu'}Y^+_{IM}(-1)^{\mu}\alpha_{2\mu'}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2-\mu}}),$$

где $\left\{\begin{matrix}I&2&2\\1&2&2\end{matrix}\right\}$ -6j - символ.

Можно было бы выбрать $\xi_I(R)$ и $\chi(R)$ таким образом, чтобы обратились в нуль коэффициенты при $[\alpha_2\alpha_2]_{IM}$ и $\sum_{\mu}Y^+_{2\mu}\alpha_{2\mu}$. Однако из-за присутствия в гамильтониане членов типа

$$-\frac{\hbar^2}{M}\chi'\sum_I\xi_I(2I+1)^{1/2}\;C^{10}_{2020}\sum Y^+_{2\mu}\alpha_{2\mu}\frac{\partial}{\partial R},\qquad /12/$$

$\bar{\bar{\Psi}}$ будет по-прежнему зависеть не только от R, ν, ϕ, но и от $a_{2\mu}$. Слагаемые типа /12/ пропорциональны χ', т.е. скорости изменения динамической деформации. Эти члены отражают собой неадиабатические эффекты. Если $\bar{\bar{\psi}}$ - решение задачи в адиабатическом приближении, то слагаемое /12/ приводит в первом порядке к появлению дополнительного члена в волновой функции:

$$\bar{\bar{\Psi}} + \sim \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu} \frac{\partial \bar{\bar{\Psi}}}{\partial R} + \ldots$$

Учтем изменение $\bar{\bar{\psi}}$, вызванное членом /12/ в гамильтониане, с помощью преобразования:

$$\Psi(a_{2\mu}, R, \nu, \phi) = \exp\{ \frac{1}{f'(R)} \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu} \frac{\partial}{\partial R} \} \times \Phi . \qquad /13/$$

Гамильтониан, собственной функцией которого будет Φ, получается в результате подстановки /13/ в уравнение Шредингера для $\bar{\bar{\Psi}}$, что сводится к следующему преобразованию гамильтониана /11/:

$$\frac{\partial}{\partial a_{2\mu}} \to \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}} + Y^{+}_{2\mu} \frac{1}{f'(R)} \frac{\partial}{\partial R}$$

$$R \to f^{-1}[f(R) + \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu}] = R(1 + \frac{\sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu}}{f'(R) \cdot R} + \ldots)$$

$$\frac{\partial}{\partial R} \to \frac{f'\{f^{-1}[f(R) + \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu}]\}}{f'(R)} \frac{\partial}{\partial R} =$$

$$= (1 + \frac{f''(R)}{[f'(R)]^2} \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu} + \ldots) \frac{\partial}{\partial R},$$

где $f^{-1}(R)$ - функция, обратная $f(R)$. Оценки показывают, что:

$$\frac{\sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu}}{f'(R)\, R} \ll 1, \qquad \frac{f''(R)}{[f'(R)]^2} \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu} \ll 1 .$$

Это связано с тем, что стоящая в неравенствах переменная $a_{2\mu}$ совершает нулевые колебания относительно $a_{2\mu}=0$, поскольку преобразование сдвига положения равновесия уже выполнено. Более того, $\frac{1}{f'(R)} \sum_{\mu} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu}$ заметно меньше изменения радиуса, связанного с динамической деформацией /6/. Поэтому в дальнейшем, поскольку мы интересуемся только упругим рассеянием, будем полагать, что

$$R \to R, \qquad \frac{\partial}{\partial R} \to \frac{\partial}{\partial R} .$$

Следует отметить, что отброшенные члены весьма существенны для описания кулоновского возбуждения. Искомый гамильтониан имеет вид:

$$\hat{H}_{\Phi} = -\frac{h^2}{2M} \{[1 - \frac{5}{4\pi} \frac{\chi'}{f'}) \frac{\partial}{\partial R} - \frac{1}{2} \sum_{IM} \xi'_{I} Y^{+}_{IM} [a_2 a_2]_{IM} -$$

$$- \chi' \sum_{\mu} Y_{2\mu} \frac{\partial}{\partial c_{2\mu}} + \chi' \sum_{I\mu} \xi_{I} (2I+1)^{1/2} C^{I0}_{20\,20} Y^{+}_{2\mu} a_{2\mu}]^2 -$$

$$- \frac{1}{R^2} \sum_{m} (-)^m [\hat{L}_m + \frac{1}{f'(R)} \sum_{\mu} \sqrt{6}\, C^{2-\mu+m}_{2-\mu\,1m} (-)^m Y^{+}_{2\mu-m} a_{2\mu} \frac{\partial}{\partial R} -$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{IM} \xi_{I} (I(I+1)^{1/2} C^{I-M+m}_{I-M\,1m} (-)^m Y^{+}_{IM-m} [a_2 a_2]_{IM} -$$

$$- \chi \sqrt{6} \sum_{\mu} C^{2\mu+m}_{\mu\,1m} Y_{2\mu+m} \frac{\partial}{\partial a_{2\mu}} -$$

$$- 5\sqrt{\frac{5}{2\pi}}\, \chi \sum_{I\mu\mu'} \xi_{I} (2I+1)^{1/2} C^{I0}_{20\,20} \begin{Bmatrix} I & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{Bmatrix} C^{1m}_{2\mu\,2\mu'} Y_{2\mu} a_{2\mu'}] \times$$

$$\times[\hat{L}_{-m} + \frac{1}{f'}\sum_{\mu}\sqrt{6}\,C^{2-\mu-m}_{2-\mu 1-m}(-)^{m}\,Y^{+}_{2\mu+m}\,\alpha_{2\mu}\frac{\partial}{\partial R} -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{IM}\xi_I\,(I(I+1))^{1/2}\,C^{I-M-m}_{I-M 1-m}(-)^{m}\,Y^{+}_{IM+m}[\alpha_2\alpha_2]_{IM} -$$

$$-\chi\sqrt{6}\sum_{\mu}C^{2\mu-m}_{2\mu 1-m}Y_{2\mu-m}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}} -$$

$$-5\sqrt{\frac{5}{2\pi}}\,\chi\sum_{I\mu\mu'}\xi_I\,(2I+1)^{1/2}\,C^{I0}_{20\,20}\begin{Bmatrix} I & 2 & 2\\ 1 & 2 & 2\end{Bmatrix}C^{1-m}_{2\mu 2\mu'}Y_{2\mu'}\alpha_{2\mu}] +$$

$$+V_{яд.}(\alpha_{2\mu}+\chi Y_{2\mu},\,R) + V_{кул.} + \frac{5}{4\pi}\frac{\gamma\chi}{R^3} +$$

$$+\frac{5}{8\pi}C\chi^2 + (C\chi + \frac{\gamma}{R^3})\sum_{\mu}Y^{+}_{2\mu}\alpha_{2\mu} + \frac{1}{2}C\sum_{\mu}|\alpha_{2\mu}|^2 -$$

$$-\frac{\hbar^2}{2B\sqrt{4\pi}}\sum_{IMLL'}\xi_L\xi_{L'}\frac{(2L+1)(2L'+1)}{(2I+1)^{1/2}}C^{I0}_{L0L'0}\begin{Bmatrix} I & 2 & 2\\ 2 & L' & L\end{Bmatrix}Y^{+}_{IM}[\alpha_2\alpha_2] +$$

$$+\frac{\hbar^2}{2B}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\xi_0 - \frac{h^2}{2B}(\sum_{\mu}(-)^{\mu}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_{2\mu}\partial\alpha_{2-\mu}} - 2\sum_{I\mu\mu'}\xi_I\,C^{IM}_{2\mu 2\mu'}Y^{+}_{2\mu'}\alpha_{2\mu}(-)^{\mu}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2-\mu}}) -$$

$$-\frac{\hbar^2}{2B}(\frac{5}{4\pi f'^2}\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{f'}\sum_{\mu}Y_{2\mu}\frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}}\frac{\partial}{\partial R} -$$

$$-\frac{2}{f'}\sum_{I}\xi_I\,(2I+1)^{1/2}\,C^{I0}_{20\,20}\sum_{\mu}Y^{+}_{2\mu}\alpha_{2\mu}\frac{\partial}{\partial R})\,. \qquad /14/$$

Оценки различных членов в /14/ показывают, что не все они дают одинаково существенный вклад в гамильтониан. Можно пренебречь рядом членов, условия малости которых с точки зрения их влияния на упругое рассеяние приведены в Приложении.

V. *Определение функций* $\chi(R)$, $\xi_I(R)$ *и* $f'(R)$

Уравнения для функций $\chi(R)$, $\xi_I(R)$ и $f'(R)$ получаем, приравнивая нулю коэффициенты при $\sum_{\mu}Y^{+}_{2\mu}\alpha_{2\mu}$, $[\alpha_2\alpha_2]_{IM}$, $\sum_{\mu}Y^{+}_{2\mu}\alpha_{2\mu}\frac{\partial}{\partial R}$. В итоге

$$C\chi + \frac{\gamma}{R^3} = 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{M}\chi'(1-\frac{5}{4\pi}\frac{\chi'}{f'}) + \frac{h^2}{Bf'} = 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\chi'^2(\sum_{I'}\xi_{I'}\sqrt{2I'+1}\,C^{I'0}_{20\,20})^2\frac{5}{\sqrt{4\pi(2I+1)}}C^{I0}_{20\,20} - \qquad /15/$$

$$-\sqrt{5\pi}\,C\delta_{I0} - \frac{\hbar^2}{2B\sqrt{4\pi}}\sum_{LL'}\xi_L\xi_{L'}\frac{(2L+1)(2L'+1)}{(2I+1)^{1/2}}C^{I0}_{L0L'0}\begin{Bmatrix} I & 2 & 2\\ 2 & L' & L\end{Bmatrix} = 0.$$

Чтобы не усложнять задачу при выводе уравнения для $\chi(R)$, мы пренебрегаем вкладом $V_{яд.}$ в динамическую деформацию. Этот эффект рассматривался в /5/ и нового качества он не вносит.

Решения уравнений /15/ имеют вид

$$\chi(R) = -\frac{\gamma}{CR^3}$$

$$(5/4\pi)^{1/2}\,\xi_0 = \frac{(BC)^{1/2}}{\hbar}(4 + \frac{1}{\sqrt{1+5\frac{B}{M}\chi'^2}})$$

$$(10/28\pi)^{1/2}\,\xi_2 = \frac{2}{7}\frac{\sqrt{BC}}{\hbar}(1 - \frac{1}{\sqrt{1+5\frac{B}{M}\chi'^2}})$$

$$(3/70\pi)^{1/2}\quad \xi_4 = -\frac{6}{35}\,\frac{\sqrt{BC}}{h}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+5\frac{B}{M}\chi'^2}}\right) \qquad /16/$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{B}{M}\chi'/\left(1+\frac{5}{4\pi}\,\frac{B}{M}\,\chi'^2\right).$$

С помощью /16/ было проверено выполнение неравенств, приведенных в Приложении. Эти неравенства удовлетворяют, если $1{,}5\left(\frac{\hbar^2}{MR_0^2\,C}\right)^{1/4} \ll 1$. Например, для столкновения двух ионов ^{74}Ge $1{,}5\left(\frac{\hbar^2}{MR_0^2C}\right)^{1/4} \simeq 0{,}25$.

VI. *Результаты и обсуждения*

Если ограничиться рассмотрением только лобовых столкновений, то гамильтониан для функции ϕ, которую можно считать в этом случае зависящей только от R, принимает вид:

$$\hat{H}_\phi = -\frac{\hbar^2}{2M}\left\{\left[1-\frac{5}{4\pi}\,\frac{\chi'}{f'}\right)\frac{\partial}{\partial R}\right]^2 + \frac{5}{4\pi}\,\frac{M}{Bf'^2}\,\frac{\partial^2}{\partial R^2}\right\} +$$
$$+ V_{яд.}(\chi Y_{2\mu}, R) + V_{кул.} + \frac{5}{4\pi}\,\frac{\gamma\chi}{R^3} + \frac{5}{8\pi}C\chi^2 + \qquad /17/$$
$$+ \frac{\hbar^2}{2B}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\xi_0 + \frac{5\hbar^2}{8\pi M}(\chi')^2\sum_I \xi_I\sqrt{2I+1}\;C^{I0}_{20\,20}\,.$$

В разделе II мы уже обсуждали эффекты перенормировки потенциала, вызванные динамической деформацией ядер. Поэтому в дальнейшем их анализировать не

Таблица

взаимодействующие ядра	^{74}Ge x = 10 C = 20 МэВ	^{74}Ge x = 10 C = 60 МэВ	^{200}Hg x = 30 C = 120 МэВ	^{206}Pb x = 72 C = 1400 МэВ	^{112}Gd x = 12 C = 49 МэВ
$\frac{x}{100}\left(\frac{z^2e^2}{2R_0C}\right)^2$	3,6	0,4	4,5	0,07	2,4
$\frac{z^2e^2}{2R_0C}$	6	2	3,87	0,32	4,48
$\frac{z^2e^2}{2R_0}$	120 МэВ	120 МэВ	465 МэВ	448 МэВ	220 МэВ

будем. Для удобства рассмотрения перепишем /17/, используя /16/:

$$\hat{H}_{\phi} = -\frac{\hbar^2}{2M}\,\frac{1}{1+\frac{x}{100}\left(\frac{z^2e^2}{2R_0C}\right)^2\left(\frac{2R_0}{R}\right)^8}\,\frac{\partial^2}{\partial R^2} -$$

$$-\frac{4\hbar^2}{M}\,\frac{\frac{x}{100}\left(\frac{z^2e^2}{2R_0C}\right)^2\left(\frac{2R_0}{R}\right)^8}{1+\frac{x}{100}\left(\frac{z^2e^2}{2R_0C}\right)^2\left(\frac{2R_0}{R}\right)^8}\,\frac{1}{R}\,\frac{\partial}{\partial R} + V_{эфф}(R)\,,$$

где в $V_{эфф}(R)$ собраны все слагаемые, зависящие от R; x - отношение экспериментального массового коэффициента к массовому коэффициенту гидродинамической модели.

Видно, что учет неадиабатических эффектов, вызванных кулоновским взаимодействием, свелся к перенормировке приведенной массы, к ее увеличению. Эта перенормировка становится заметной, только если $R \le 3R_0$. Для определения масштаба изменения приведенной массы сделаем некоторые оценки, показанные в таблице.

Авторы признательны участникам семинара ЛТФ за полезные обсуждения. Нам особенно приятно поблагодарить А.И.Базя, просмотревшего работу в рукописи и сделавшего ряд критических замечаний.

Приложение

Необходимые условия для выделения канала упругого рассеяния сложных ядер:

1) $$\frac{\sqrt{\pi}}{\left(1+11\frac{B}{MR_0^2}\right)^{1/4}}\;\frac{0,9\frac{B}{MR_0^2}}{1+0,9\frac{B}{MR_0^2}}\;\sqrt{\frac{B}{MR_0^2}\;\frac{\hbar}{\sqrt{BC}}} \ll 1$$

2) $$\frac{5}{3}\;\frac{1}{\left(1+11\frac{B}{MR_0^2}\right)^{1/4}}\;\sqrt{\frac{0,9\frac{B}{MR_0^2}}{1+0,9\frac{B}{MR_0^2}}}\;\sqrt{\frac{B}{MR_0^2}\;\frac{\hbar}{\sqrt{BC}}} \ll 1$$

3) $$\frac{5\sqrt{\pi}}{3}\;\frac{1}{\left(1+11\frac{B}{MR_0^2}\right)^{1/4}}\;\sqrt{\frac{11\frac{B}{MR_0^2}}{1+11\frac{B}{MR_0^2}}}\;\sqrt{\frac{B}{MR_0^2}\;\frac{\hbar}{\sqrt{BC}}} \ll 1$$

4) $$\frac{3\sqrt{15\sqrt{5}}}{16\pi\sqrt{2}}\;\sqrt{\left(\frac{B}{MR_0^2}\right)^{5/2}\frac{\hbar}{\sqrt{BC}}} \ll 1$$

5) $$\frac{3}{8\sqrt{\pi}}\;\sqrt{1+11\frac{B}{MR_0^2}}\;\frac{B}{MR_0^2}\;\frac{\hbar}{\sqrt{BC}} \ll 1$$

Литература

1. П.Е.Ходгсон. Оптическая модель упругого рассеяния. Атомиздат, 1966.
2. Proc. Third Conf. on Reactions between Complex Nuclei, University of California Press, Berkeley, and Los Angeles, 1963.
3. Х.Вибике, В.К.Лукьянов, Г.Шульц. ЭЧАЯ 3, 993 /1972/.
4. Г.Шульц. Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465, 433, Дубна, 1972.
5. Б.Н.Калинкин. ЭЧАЯ, 2, 387 /1971/.
6. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. Государственное изд-во физико-математической литературы, Москва, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 ноября 1974 года.