объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-84-812

М.И.Широков

ЗАМЕДЛЕНИЕ РАСПАДА ДВУХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ВРЕМЕНИ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1984

ВВЕДЕНИЕ

Явление замедления распада нестабильных систем при малых t обычно связывается с теоремой Халфина [1,2], согласно которой скорость распада при $t = 0$ должна равняться нулю /при некотором предположении об энергетическом спектре нестабильной системы/. Однако эта теорема ничего не говорит о том, в какой конкретной области малых t распад замедлен. В [3] она была оценена для обычных нестабильных систем, обсуждаемых в учебниках квантовой механики [4,5] /см. далее раздел 1/. Оказывается, что размеры этой области не превышают $1/W$, где W есть энерговыделение в распаде. Обычно $1/W$ столь мало, что говорить об измерениях при $t < 1/W$ физически бессмысленно, поскольку процесс "приготовления" нестабильной системы длится дольше, чем $1/W$.

В этой работе обсуждается класс нестабильных систем, распад которых замедлен в существенно большей и вполне наблюдаемой области малых t. Эти системы могут находиться в двух состояниях /на двух уровнях/ a и b. Между a и b есть переходы $a \rightleftarrows b$. Вначале, при $t = 0$, система находится в состоянии a. Распад может идти из обоих состояний. Такую нестабильную систему мы называем здесь двухуровневой. Закон ее распада неэкспоненциален. Действительно, система переходит из a в b и обратно; если вероятность распада из b больше, чем из a, то распад системы более вероятен, когда она находится в состоянии b. В этой статье слова "Распад замедлен при $t<\tau$" означают, что скорость распада при $t<\tau$ много меньше, чем скорость распада V_∞ при больших t, когда распад оказывается приближенно экспоненциальным. Замедление распада при $t<\tau$ имеет место при условии, что распад из a гораздо менее вероятен, чем из b. Другой характерной чертой некоторых двухуровневых систем является осциляция скорости распада при $t>\tau$ /см. раздел 2 и Заключение/.

Примером физических двухуровневых нестабильных систем могут служить атомы во внешних полях. В частности, такой системой является атом водорода, находящийся в метастабильном $2S$-состоянии и помещенный во внешнее электромагнитное поле. За счет последнего осуществляется переход из $2S$-состояния на один из близлежащих нестабильных $2P$-уровней /опыт Лэмба и Ризерфорда/. Параметры подобных систем могут быть подобраны так, что замедление распада будет иметь место в области значений t, доступных современной технике наблюдения.

Актуальной сейчас является проблема распада протона, и уместно обсудить, что может дать двухуровневый механизм для ее решения.

Проблема состоит в следующем: эксперимент показывает, что время жизни протона T_p больше, чем $2\cdot 10^{32}$ лет /распадов протона не зарегистрировано/, в то время как расчеты в наиболее простом минимальном SU(5) варианте теорий великого объединения дают T_p в пределах от 10^{27} до 10^{31} лет [6,7]. Подчеркнем, что наблюдаемые протоны Вселенной прожили $\sim 10^{10}$ лет, что крайне мало по сравнению с T_p. Это обстоятельство породило попытки решить проблему с помощью тех или иных механизмов замедления распада при t, много меньших времени жизни. Все эти попытки оказались неудачными. Попытка применить теорему Халфина [8] критиковалась, например, в [3]. Замедление распада протонов в ядрах обсуждалось в [9] и [10,11]. В Заключении мы приходим к выводу о том, что и двухуровневый механизм не может здесь помочь.

1. РАСПАД НЕСТАБИЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ МАЛЫХ t

В качестве введения в проблему обсудим поведение закона распада при малых t у обычных нестабильных систем, которые описываются одной волновой функцией ψ /один уровень/. Амплитуду "выживания" или "нераспада" можно записать в виде

$$A(t) = \langle\psi|e^{-iHt}|\psi\rangle = \int_{E_{\text{порог}}}^{\infty} dE\, e^{-iEt}\rho(E),$$

$$\rho(E) = \Sigma_\lambda \langle\psi|\phi_{E\lambda}\rangle\langle\phi_{E\lambda}|\psi\rangle, \quad H\phi_{E\lambda} = E\phi_{E\lambda}. \qquad /1/$$

Для $\rho(E)$ известно выражение /см., например, [4,5]/:

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\Gamma(E)}{[E - E_0 - D(E)]^2 + \Gamma^2(E)/4}, \qquad /2/$$

которое оказывается полезным, если пользоваться теорией возмущений. В первом неисчезающем приближении

$$\Gamma(E) = \pi\langle\psi|H_{int}\,\delta(E - H_0)\,H_{int}|\psi\rangle. \qquad /3/$$

Из /1/ и /2/ при известных предположениях можно получить, что $|A(t)|^2 \cong \exp[-\Gamma(E_0)\,t]$ при не очень малых или очень больших t /ср., например, вывод формулы /109/ §2 в [5] /.

Оценим поведение /1/ при малых $t \ll 1/\omega \ll 1/\Gamma(E_0)$. Величину параметра $\omega \gg \Gamma(E_0)$ обсудим позднее. Разобьем интеграл /1/ на три:

$$A(t) = \int_{E_{\text{пор}}}^{E_0-\omega} + \int_{E_0-\omega}^{E_0+\omega} + \int_{E_0+\omega}^{\infty} \equiv A_1 + A_2 + A_3.$$

В интеграле A_2

$$A_2 = e^{-iE_0 t}\int_{E_0-\omega}^{E_0+\omega} dE\, e^{-i(E-E_0)t}\rho(E)$$

можно разложить $\exp[-i(E - E_0)t]$ в ряд, быстро сходящийся из-за $t(E - E_0) \le t\omega \ll 1$. Используя резонансный вид $\rho(E)$, см. /2/ при малых $\Gamma(E_0)$, можно оценить все коэффициенты получающегося ряда для A_2. Например,

$$\int_{E_0-\omega}^{E_0+\omega} (E - E_0)^2\rho(E)\,dE \sim \Gamma^2(E_0)\int\rho(E)\,dE \cong \Gamma^2(E_0)\cdot 1.$$

Получаем $A_2 = e^{-iE_0 t}(\sim 1 + \sim i\Gamma t + \sim\Gamma^2 t^2 + \ldots)$. Видно, что $|A_2|^2 = 1 + \sim\Gamma^2 t^2 + \ldots$ не содержит линейных по t членов /ср. с разложением $\exp(-\Gamma t)$ при $\Gamma t \ll 1$ /. Такие члены в $|A(t)|^2$ могут происходить только от A_1 и A_3 и только за их счет скорость распада при $t = 0$ может не обращаться в нуль. Таким образом, при обсуждаемых малых t резонансная область энергий не дает главного вклада в $A(t)$.

В подынтегральных выражениях A_1 и A_3 можно из-за $\Gamma \ll \omega$ аппроксимировать $\rho(E)$ функцией $\Gamma(E)/2\pi(E - E_0)^2$. Если $\Gamma(E)$ считается постоянной /как в приближении Вайскопфа-Вигнера/, то A_1 и A_3 вычисляются сведением к интегральной показательной функции [3], и можно показать, что A_1 и A_3 вносят в $A(t)$ линейный по t вклад $|A(t)|^2 \cong 1 - 2\Gamma t + \sim\Gamma^2 t^2 + \ldots$.

Если $\omega \ge E_0 - E_{\text{пор}} \equiv W$, то интеграл $A_1 + A_2$ можно оценивать так же, как выше оценивался интеграл A_2, и линейный по t член в $|A(t)|^2$ может происходить при $t \ll 1/W$ только за счет A_3. Линейный член будет отсутствовать только тогда, когда Брейт-Вигнеровское убывание $1/(E - E_0)^2$ сменяется в A_3 более быстрым.

Такая смена обязательно должна произойти, если требовать конечности средней энергии $\int E\rho(E)\,dE$. Следует подчеркнуть, что это требование не диктуется какими-либо физическими соображениями. В частности, энергия /или масса/ нестабильной системы может быть определена как центр E_0 резонансной части $\rho(E)$. К тому же далекие от резонансной области "хвосты" $\rho(E)$ ненаблюдаемы /например, по причине неотличимости от фона в случае резонанса/. Тем не менее, действительно в реальных теориях обычно $\rho(E)$ убывает при $E > E_0$ быстрее, чем $1/(E-E_0)^2$ за счет убывания $\Gamma(E)$ с ростом энергии /например, так будет, если расходимости теории устранены путем введения формфактора/.

Итак, можно ожидать, что распад в обсуждаемом случае если и замедлен, то при временах $0 < t < 1/W$. Говорить об измерении распада в таком интервале значений времени бессмысленно, поскольку процесс "приготовления" нестабильной системы обычно длится дольше, чем $1/W$. Для существенного увеличения интервала t, где распад замедлен, надо, чтобы убывание $1/E - E_0)^2$ сменилось более быстрым вне интервала $(E_0-\omega, E_0+\omega)$, где ω гораздо меньше, чем энерговыделение W*. Так будет, например, если знаменатель в /2/ возвести в квадрат, т.е. если $\rho(E)$ имеет полюс не первого, а второго порядка. Оказывается, что нечто подобное действительно осуществляется у нестабильной системы, описываемой так называемым двойным полюсом /см., например, [12] /. Известна только одна ее физическая реализация: это некоторая двухуровневая система /см. Введение/, описываемая двумя волновыми функциями $|a\rangle$ и $|b\rangle$. В [12] в качестве примера рассмотрена модифицированная модель Ли $V_a \to V_b \to N+\theta$, в [13] - описанный во Введении атом водорода в 2S -состоянии. Количество продуктов распада в момент t пропорционально

$$N_a(t) = 1 - |A_{aa}(t)|^2 - |A_{ba}(t)|^2, \qquad /5/$$

$$A_{aa}(t) = \langle a|e^{-iHt}|a\rangle, \quad A_{ba}(t) = \langle b|e^{-iHt}|a\rangle. \qquad /6/$$

Формулы для A_{aa} и A_{ba}, заменяющие /1/ и /2/, выписаны, например, в [12]. Закон распада определяется двумя полюсами /на втором листе комплексной энергетической переменной/, а не одним, как в одноуровневом случае. Их слияние /случай "двойного полюса"/ имеет место при $\Gamma_a = 0$, $E_a = E_b$ и $\langle b|H_{int}|a\rangle = \Gamma_b(E_b)$ /формула для $\Gamma_b(E_b)$ аналогична /3/, параметр $\langle b|H_{int}|a\rangle$ описывает переход $a \leftrightarrows b$/. Тогда имеем

$$I(t) \equiv |A_{aa}(t)|^2 + |A_{ba}(t)|^2 = (1 + \Gamma_b t + \frac{1}{2}\Gamma_b^2 t^2)\, e^{-\Gamma_b t}. \qquad /7/$$

Скорость появления продуктов распада в момент t

$$\frac{d}{dt} N_d(t)/I(t) = \frac{1}{2}\Gamma_b (\Gamma_b t)^2 [1 + \Gamma_b t + \frac{1}{2}\Gamma_b^2 t^2]^{-1} \qquad /8/$$

равна $\frac{1}{2}\Gamma_b(\Gamma_b t)^2$ при $\Gamma_b t \ll 1$ и Γ_b при $\Gamma_b t \gg 1$, т.е. при $t \ll 1/\Gamma_b$ она много меньше, чем при $t > 1/\Gamma_b$.

В следующем разделе мы покажем, что слияние полюсов у двухуровневой системы не является необходимым для замедления распада при малых t: замедление имеет место в гораздо более общем случае.

---

*Иллюстрация для случая протона. Чтобы линейный член отсутствовал при $t < 10^{-20}\, T_p = 10^{10}$ лет, надо, чтобы $\omega \le 10^{-32}$ эВ /для сравнения $1/W \sim 10^{-23}$ с/. Хотя такое ω в 10^{20} раз больше, чем $\Gamma_p = 1/T_p = 10^{-52}$ эВ, вряд ли такую смену поведения можно осуществить за счет $\Gamma(E)$. Существующие теории распада протона не могут дать столь резко меняющуюся функцию $\Gamma(E)$.

2. РАСПАД ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ

Теория двухуровневых систем описана в [13,14]. В случае произвольных $E_a - E_b \equiv \Delta$, $\langle b|H_{int}|a\rangle$, Γ_b, Γ_a и в обычном приближении /игнорируется зависимость $\Gamma_{a,b}(E)$ от E и не учитывается вклад, дающий обратно-степенную асимптотику при $t \to \infty$ [5]/ для $|A_{ba}(t)|^2$ получено выражение

$$|A_{ba}(t)|^2 = \frac{r^2}{2(\delta^2+\gamma^2)}\, e^{-(\Gamma_a+\Gamma_b)t} [\operatorname{ch} t\gamma - \cos t\delta] \qquad /9/$$

/см. раздел /3.1/ в [13], сдвиги уровней включены в E_a и E_b/.

Обозначения в /9/ отличаются от [13] /их употребление упрощает запись формул и работу с ними/: $r^2/4 = |\langle b|H_{int}|a\rangle|^2$, точнее, $r^2/4 = R_{ab}R_{ba}$ /см. [13] / мы считаем r действительным.

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2}}[\sqrt{A^2+B^2} + A]^{1/2}\operatorname{sgn}B, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}[\sqrt{A^2+B^2} - A]^{1/2}, \qquad /11/$$

$$A \equiv \Delta^2 + r^2 - \Gamma^2; \quad B \equiv 2\Gamma\Delta, \quad \Delta \equiv E_a - E_b, \quad \Gamma \equiv \Gamma_b - \Gamma_a, \qquad /12/$$

Γ_a и Γ_b обозначают $\frac{1}{2}\Gamma_a(E_a)$ и $\frac{1}{2}\Gamma_b(E_b)$ соответственно. Исходя из первой формулы /22/ из [13], можно в том же приближении вычислить $A_{aa}(t)$. Приведем сразу нужную нам вероятность того, что нестабильная система в момент t еще не распалась /т.е. находится либо в состоянии a, либо в состоянии b/:

$$I(t) = |A_{ba}(t)|^2 + |A_{aa}(t)|^2 = \frac{1}{2(\delta^2+\gamma^2)}\, e^{-(\Gamma_a+\Gamma_b)t} \times$$
$$\times \{(\Delta^2 + \Gamma^2 + r^2)[\operatorname{ch} t\gamma - \cos t\delta] + (\delta^2+\gamma^2)[\operatorname{ch}\gamma t + \cos t\delta] +$$
$$+ 2(\delta\Delta + \Gamma\gamma)\operatorname{sh} t\gamma + 2(\Gamma\delta - \gamma\Delta)\sin t\delta\} = \qquad /13/$$
$$= \frac{1}{2(\delta^2+\gamma^2)}\, e^{-(\Gamma_a+\Gamma_b)t} \{\frac{1}{2}[(\Delta+\delta)^2 + (\Gamma+\gamma)^2 + r^2]e^{\gamma t} +$$
$$+ \frac{1}{2}[(\Delta-\delta)^2 + (\Gamma-\gamma)^2 + r^2]e^{-\gamma t} + (\delta^2 - \Delta^2 + \gamma^2 - \Gamma^2 - r^2)\cos t\delta + 2(\Gamma\delta - \gamma\Delta)\sin t\delta\}.$$

Второе выражение для I(t) показывает, что при достаточно больших t наибольшим оказывается член, убывающий со временем как $\exp[-(\Gamma_a + \Gamma_b - \gamma)t]$, так что при этих t скорость распада равна

$$V_\infty = \Gamma_a + \Gamma_b - \gamma = 2\Gamma_a + \Gamma - \gamma. \qquad /14/$$

Вычислим скорость распада при малых t. Положим, что t столь мало, что $t\delta \ll 1$ и $t\Gamma \ll 1$ /тогда и $t\gamma \ll 1$, ввиду $\gamma \leq |\Gamma|$, см. /П.4/ Приложения/. Разложим ch, cos, sh и sin из /13/ в ряды Маклорена. Оказывается необходимым это сделать с точностью до /и включая/ членов $\sim t^3$. Замечательно, что, используя только вытекающие из /11/ простые точные соотношения /П.1/ /см. Приложение/ между γ и δ и исходными параметрами Δ, r, $\Gamma = \Gamma_b - \Gamma_a$, мы получаем из /13/ неожиданно простую формулу:

$$I(t) \cong e^{-2\Gamma_a t} e^{-\Gamma t}\{1 + \Gamma t + \Gamma^2 t^2/2 + t^3 \Gamma(\Gamma^2 - r^2)/6\} \cong$$
$$= e^{-2\Gamma_a t}[1 - \Gamma r^2 t^3/6]. \qquad /15/$$

Она верна с точностью до членов $\sim t^3$. Отсюда для скорости распада V_0 при рассматриваемых малых t получаем

$$V_0 = \frac{d}{dt}[1 - I(t)]/I(t) = 2\Gamma_a + \Gamma r^2 t^2/2, \quad \Gamma = \Gamma_b - \Gamma_a. \qquad /16/$$

Поскольку $0 \leq \gamma \leq |\Gamma|$ /см. Приложение/, то при $\Gamma_b < \Gamma_a$ желаемое неравенство $V_0 \ll V_\infty$ невозможно. В случае $\Gamma_b > \Gamma_a$ скорость V_∞ лежит в интервале $(2\Gamma_a, \Gamma_a + \Gamma_b)$ и при $\Gamma_b \gg \Gamma_a$ может оказаться много больше V_0.

Для вывода достаточных условий выполнения неравенства $V_0 \ll V_\infty$ разберем два крайних варианта случая $\Gamma_b \gg \Gamma_a$, когда $\Gamma \cong \Gamma_b$.

а/ γ мало: $\gamma \ll \Gamma$, так что $\Gamma - \gamma \cong \Gamma$. Тогда $V_\infty \cong \Gamma_a + \Gamma_b$, $V_0 = 2\Gamma_a + \Gamma_b r^2 t^2/2$. Условие $t\delta \ll 1$ выполняется только тогда, когда одновременно $t\Delta \ll 1$ и $tr \ll 1$, см. /П.5/. Последнее неравенство вместе с $\Gamma_b \gg \Gamma_a$ приводит к $V_0 \ll V_\infty$. В Приложении показано, что необходимым условием для $\Gamma - \gamma \cong \Gamma$ является неравенство $\Delta \ll r$. Если наряду с ним имеем и $r \cong \Gamma$ в смысле $|r^2 - \Gamma^2| \ll \Gamma^2$, то получим вариант, содержащий двойной полюс как частный случай*. Отметим еще, что при $\Gamma < \Delta$ неравенство $\Delta \ll r$ является также и достаточным для $\gamma \ll \Gamma$/соотношение $\Gamma < \Delta$ часто реализуется на практике/.

б/ Если $\gamma \cong \Gamma$ в смысле $\Gamma - \gamma \ll \Gamma$, то для того, чтобы $V_\infty = 2\Gamma_a + \Gamma - \gamma$ было много больше $V_0 = 2\Gamma_a + \Gamma r^2 t^2/2$, надо потребовать выполнения двух условий: $\Gamma - \gamma \gg \Gamma_a$ и $\Gamma - \gamma \gg \Gamma r^2 t^2$. Неравенство $\Gamma - \gamma \ll \Gamma$ имеет место при $r \ll \sqrt{\Delta^2 + \Gamma^2}$, что сводится к $r \ll \Delta$ при $\Gamma < \Delta$ /см. Приложение/. В последнем случае имеем $\Gamma^2 - \gamma^2 \cong \Gamma^2 r^2/\Delta^2$, и условие $\Gamma - \gamma \gg \Gamma_a$ приобретает вид $\Gamma_b \cdot r^2/\Delta^2 \gg \Gamma_a$. Второе условие $\Gamma - \gamma = \Gamma_b r^2/\Delta^2 \gg \Gamma_b r^2 t^2$ выполняется автоматически, в силу условия $t^2\Delta^2 \ll 1$, необходимого, в свою очередь, для того, чтобы $t\delta \ll 1$.

---

*Заметим, что условие $\Gamma_a = 0$, принятое в /12/ /и в разделе 1/ не является необходимым для слияния полюсов. Общие условия слияния /57/ из /13/ в случае действительного $r^2 = 4R_{ab}R_{ba}$ ведут только к двум условиям $\Delta = 0$, $\Gamma^2 = r^2$. В этом случае при всех t $I(t)$ имеет вид $I(t) = \exp[-\Gamma_a + \Gamma_b)t]\{1 + \Gamma t + \Gamma^2 t^2/2\}$, $\Gamma = \Gamma_b - \Gamma_a$. Отсюда при $t\Gamma \ll 1$ получается $V_0 \cong 2\Gamma_a + \Gamma t^2 r^2/2$, а при $t\Gamma \gg 1$ имеем $V_\infty \cong \Gamma_a + \Gamma_b$. При $\Gamma_b \gg \Gamma_a$ получаем $V_0 \ll V_\infty$.

Для иллюстрации механизма замедления распада при $\Gamma_a \ll \Gamma_b$ приведем следующий наглядный вывод выражения $V_0 = 2\Gamma_a + \Gamma_b r^2 t^2/2$. Прежде всего, V_0 состоит из вероятности $2\Gamma_a$ непосредственного распада из состояния a. Кроме того, система в момент t с малой вероятностью $r^2t^2/4$ /см. /9/ при $t\gamma$, $t\delta \ll 1$/ находится в состоянии b и распадается с вероятностью $2\Gamma_b$. При больших t система присутствует в состоянии b с заметной вероятностью, и скорость распада определяется в основном параметром Γ_b, если r достаточно велико /в смысле $\Delta \ll r$, как показывает расчет в случае а/ или гораздо меньшим параметром $\Gamma_b r^2/\Delta^2$, если $r \ll \Delta$.

В случае распада протона принятые выше условия $t\Delta$, tr, $t\Gamma_b \ll 1$ при $t = 10^{10}$ лет означают, что Δ и r должны быть меньше, чем 10^{-32} эВ. Трудно себе представить, как можно, исходя из известных моделей трехкваркового протона, получить столь малое расстояние 10^{-32} эВ между уровнями.

Посмотрим, не будет ли замедлен распад и при бо́льших значениях Δ, таких, что в момент наблюдения t величина $t\delta$ не мала /заметим, что $\Delta^2 \leq \delta^2 \leq \Delta^2 + r^2$, см. /П.5//. По-прежнему будем считать $t\Gamma \ll 1$, т.е. мы полагаем, что $\Gamma \ll \Delta$. Для упрощения рассматриваем далее только случай $\Gamma_a = 0$, когда эффект замедления распада при малых t выражен наиболее четко /в частности, при $\Gamma_a = 0$ скорость распада обращается в нуль при $t = 0$/. Раскладывая в /13/ $\mathrm{ch}\,t\gamma$ и $\mathrm{sh}\,t\gamma$ в ряды Маклорена с точностью вплоть до членов $\sim t^3$ и пользуясь только точными соотношениями между γ, δ и Δ, Γ, r, вытекающими из /П.1/ /как, например, $\Gamma^2 - \gamma^2 = \Gamma^2(\delta^2 - \Delta^2)/\delta^2$/, можно преобразовать /13/ к виду

$$I(t) = e^{-\Gamma t}\{1 + \Gamma t + \Gamma^2 t^2/2 + \Gamma^3 t^3/6 - K(t)\} \cong 1 - e^{-\Gamma t}K(t), \qquad /17/$$

$$K(t) = \frac{\delta^2 - \Delta^2}{\delta^2 + \gamma^2}[\Gamma t + \Gamma^2 t^2/2 + \frac{\delta^2 + \Delta^2 + \gamma^2}{\delta^2}\Gamma^3 t^3/6 - \frac{\Gamma}{\delta}\sin t\delta - \frac{\Gamma^2}{\delta^2}(1 - \cos t\delta)]. \qquad /18/$$

Поскольку Γt и Γ/δ, по предположению, малы, то $K(t) \ll 1$. Можно показать, что $K(t)$ при $t\delta \ll 1$ превращается в $\Gamma r^2 t^3/6$ /ср. /15/ при $\Gamma_a = 0$/. Из /17/ можно получить следующее не очень громоздкое выражение для скорости распада /с точностью до членов $\sim (t\Gamma)^2$ /, пользуясь опять только точными соотношениями /П.1/:

$$V \cong \frac{\exp(-\Gamma t)}{1 - [\exp(-\Gamma t)]K(t)}\Gamma[\frac{r^2}{\delta^2 + \gamma^2}(1 - \cos t\delta) + \frac{\delta^2 - \Delta^2}{\delta^2 + \gamma^2}\frac{\Delta^2 + \gamma^2}{\delta^2}\frac{(\Gamma t)^2}{2}]. \qquad /1.9/$$

При $t\delta \ll 1$ это выражение превращается в $V_0 = \Gamma t^2 r^2/2$ /ср. /16/ при $\Gamma_a = 0$/. Из-за $t\Gamma \ll 1$ второе слагаемое в квадратных скобках /19/ много меньше, чем среднее по времени от первого слагаемого /считается, что среднее по времени от быстро осциллирующей функции $\cos t\delta$ равно нулю/. Учитывая, что при $\Gamma \ll \Delta$ для δ и γ можно использовать приближенные выражения /П.6/ /где $D \cong \Delta^2 + r^2$ /, получаем следующее простое приближенное выражение для V:

$$V \cong \Gamma \frac{r^2}{\Delta^2 + r^2}\left(1 - \cos t\sqrt{\Delta^2 + r^2}\right). \qquad /20/$$

Как видно, скорость распада осциллирует около среднего значения $\Gamma r^2/(\Delta^2 + r^2)$, сравнимого по величине с $V_\infty = \Gamma - \gamma \cong \Gamma(1 - \Delta/\sqrt{\Delta^2 + r^2})$. Но когда $t\delta = t\sqrt{\Delta^2 + r^2} = 2\pi n$, $n = 1, 2, \ldots$, скорость V уменьшается, но не до нуля, а до величины

$$\Gamma \frac{r^2}{\Delta^2 + r^2}\,\frac{\Delta^2}{\Delta^2 + r^2}\,\frac{\Gamma^2 t^2}{2} = \Gamma \frac{r^2}{\Delta^2 + r^2}\,\frac{\gamma^2 t^2}{2} < \Gamma(\Gamma t)^2$$

/см. второе слагаемое в квадратных скобках в /19//. Таким образом, распад оказывается резко замедленным вблизи $t_n = 2\pi n/\sqrt{\Delta^2 + r^2}$ *. Такое поведение объясняется тем, что система распадается /со скоростью $2\Gamma_b$/ тогда, когда она находится на уровне b, вероятность же ее нахождения на этом уровне $|A_{ba}(t)|^2$ осциллирует при $t\Gamma \ll 1$ по закону

$$|A_{ba}(t)|^2 \cong \frac{r^2}{2(\Delta^2 + r^2)}\, e^{-\Gamma_b t}\left[\left(1 - \cos t\sqrt{\Delta^2 + r^2}\right) + \gamma^2 t^2/2\right], \qquad /21/$$

вытекающему из /9/ при $\gamma t \ll 1$ и $\Gamma_a = 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что распад двухуровневой нестабильной системы замедлен при малых значениях времени $0 < t < \tau$, если вероятность распада Γ_a с уровня a /на котором система находилась вначале/ много меньше, чем вероятность распада Γ_b с уровня b. Параметр

* Попробуем предположить, что распад протонов наблюдается вблизи одного из таких моментов /а период осцилляции V – порядка сотни или тысячи лет/. Тогда получится значение δ или Δ порядка 10^{-24} эВ, что в 10^8 раз больше, чем обсуждавшееся выше значение $\Delta = 10^{-32}$ эВ, но все еще крайне малое.

τ много меньше, чем $1/\Gamma_b$, $1/\Delta$, $1/r$, где Δ и r имеют соответственно смысл разности энергий между уровнями a и b и вероятности перехода $a \rightleftarrows b$ /в единицу времени/. Размеры интервала τ и степень замедления можно регулировать подбором r и Δ. Если $t \ll 1/\Gamma_b$, но $t\Delta$ не мало, то скорость распада осциллирует. В среднем она сравнима со скоростью распада V_∞ при больших t, но периодически проходит через значения $\ll V_\infty$.

Двухуровневые системы предстзвляют пример нестабильных систем с существенно неэкспоненциальным законом распада. Заметим, что два уровня /состояния/ могут не различаться экспериментально, так что мы можем не знать заранее, является ли данная нестабильная частица /атом, ядро/ двухуровневой или одноуровневой системой.

Как уже отмечалось во Введении, примером физических двухуровневых систем с замедленным вначале /и вообще неэкспоненциальным/ распадом могут служить некоторые атомы во внешних полях.

Хорошо известными примерами двухуровневых систем являются также системы $a = K_0$, $b = \bar{K}_0$ и $a = n$ /нейтрон/, $b = \bar{n}$ /антинейтрон, барионное число не сохраняется/. Однако для них условие $\Gamma_a \ll \Gamma_b$ не выполняется, и поэтому их распад не замедлен при малых t.

Что касается распада протона, то мы не будем обсуждать вопрос о том, противоречит ли гипотеза о двухуровневом строении протона каким-либо экспериментальным фактам или теоретическим соображениям*. Решающим представляется следующий довод. Задача заключается в том, чтобы сделать теоретическую скорость распада в момент наблюдения $t = 10^{10}$ лет меньше, чем экспериментально установленный предел, но не в том, чтобы обеспечить неравенство $V_0 \ll V_\infty$ /V_∞ ненаблюдаема в случае протона/. Для решения этой задачи достаточно выполнить только одно из предположений двухуровневой системы с замедленным распадом, а именно - обеспечить необходимую стабильность исходного состояния протона a. Остальные предположения /о существовании второго уровня b и перехода $a \to b$/ являются в таком случае излишними.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Корни в /11/ обозначают, как обычно, модули /арифметические значения/ соответствующих корней. Знак δ относительно знака γ /только он существен/ совпадает с $\operatorname{sgn} B = \operatorname{sgn} \Gamma\Delta$.

Вычитая и перемножая возведенные в квадрат выражения /11/, получаем

*Я благодарен В.С.Березинскому, А.В.Радюшкину и А.Б.Говоркову за консультации и обсуждения, касающиеся этого вопроса.

$$\delta^2-\gamma^2=\Delta^2+r^2-\Gamma^2;\qquad \delta^2\gamma^2=\Delta^2\Gamma^2. \qquad /П.1/$$

С учетом sgnB имеем $\delta\gamma=\Gamma\Delta$.

2. Неравенства для δ и γ. Выражение

$$\gamma^2=\frac{1}{2}[\sqrt{A^2+B^2}-A] \qquad /П.2/$$

можно представить в виде

$$\gamma^2=\frac{1}{2}[\sqrt{D^2-4\Gamma^2r^2}-D+2\Gamma^2],\quad D\equiv\Delta^2+r^2+\Gamma^2. \qquad /П.3/$$

Отсюда следует, что

$$\Gamma^2-\gamma^2=\frac{1}{2}[D-\sqrt{D^2-4\Gamma^2r^2}]\geq 0. \qquad /П.4/$$

Из $\delta^2=\Delta^2\Gamma^2/\gamma^2$, см. /П.1/, с учетом $\gamma^2\leq\Gamma^2$ следует $\delta^2\geq\Delta^2$.

Первое из соотношений /П.1/ можно переписать в виде $(\delta^2-\Delta^2)+(\Gamma^2-\gamma^2)=r^2$. Поскольку только что было показано, что оба члена в левой части неотрицательны, то $\delta^2-\Delta^2\leq r^2$, и получаем

$$\Delta^2\leq\delta^2\leq\Delta^2+r^2. \qquad /П.5/$$

3. Это неравенство вместе с $0\leq\gamma\leq|\Gamma|$ дает представление о величинах δ и γ при любых соотношениях значений Δ, Γ, r. Если предположить, что $\Gamma\ll\Delta$ /или $r\ll\Delta$ /, то $4\Gamma^2r^2\ll D^2$, и имеют место приближенные выражения

$$\delta^2=\frac{1}{2}[\sqrt{D^2-4\Gamma^2r^2}+D^2-2\Gamma^2]\cong\Delta^2+r^2-\Gamma^2r^2/D,$$

$$\gamma^2\cong\Gamma^2(1-r^2/D). \qquad /П.6/$$

4. Исследуем, при каких значениях Δ, r, Γ имеем $\gamma^2\ll\Gamma^2$. Из /П.2/ видно, что $\gamma^2\ll\Gamma^2$ в двух случаях:

1/ Малы и A и B: $A\ll\Gamma^2$, $B\ll\Gamma^2$. Из последнего следует, что $\Delta\ll\Gamma$, тогда $A\cong r^2-\Gamma^2$. Получаем условия $\Delta\ll\Gamma$, $\Delta\ll r$, $|\Gamma^2-r^2|\ll\Gamma^2$.

2/ A не мало. Но если оно положительное, и $B\ll A$, то разность $\sqrt{A^2+B^2}-A\ll\Gamma^2$, если $B^2/A\ll\Gamma^2$. Имеем три неравенства $A>0$, $B\ll A$, $B^2\ll\Gamma^2A$ или

$$\Gamma^2<\Delta^2+r^2,\quad \Gamma\Delta\ll\Delta^2+r^2-\Gamma^2,\quad \Delta^2\ll\Delta^2+r^2-\Gamma^2. \qquad /П.7/$$

Последнее неравенство означает, что $\Delta^2\ll r^2-\Gamma^2$, что упрощает и второе: $\Gamma\Delta\ll r^2-\Gamma^2$. Из $\Delta^2\ll r^2-\Gamma^2<r^2$ и $\Gamma\Delta\ll r^2-\Gamma^2<r^2$ следует, что необходимыми условиями выполнения /П.7/ являются неравенства $\Delta^2\ll r^2$ и $\Gamma\Delta\ll r^2$. В случае $\Gamma<\Delta$ неравенство $\Delta^2\ll r^2$ необходимо и достаточно для выполнения /П.7/. В этом случае $\gamma^2\cong B^2/4A\cong\Gamma^2\Delta^2/r^2$.

5. Аналогично исследуется неравенство $\Gamma^2-\gamma^2\ll\Gamma^2$, но исходной формулой является /П.3/. Здесь $D=\Delta^2+\Gamma^2+r^2$ не может быть меньше Γ^2, и условиями малости $\Gamma^2-\gamma^2$ являются $4r^2\Gamma^2\ll D^2$ и $\Gamma^2r^2/D\ll\Gamma^2$. Последние два неравенства эквивалентны

$$r^2\ll\Delta^2+\Gamma^2;\quad \Gamma r\ll\Delta^2+\Gamma^2. \qquad /П.8/$$

Второе неравенство из /П.8/ вытекает из $r\ll\sqrt{\Delta^2+\Gamma^2}$:

$$\Gamma r\ll\Gamma\sqrt{\Delta^2+\Gamma^2}<\sqrt{\Delta^2+\Gamma^2}\sqrt{\Delta^2+\Gamma^2}.$$

При $\Gamma<\Delta$ неравенства /П.8/ эквивалентны $r\ll\Delta$, если считать, что из $r^2\ll\Delta^2$ следует $r\ll\Delta$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Халфин Л.А. ДАН СССР, 1960, 132, с. 1051.
2. Hack M.N. Phys.Lett., 1972, 40A, p. 351.
3. Chiu C. et al. Phys.Lett., 1982, B117, p. 34.
4. Мессиа А. Квантовая механика. "Наука", 1979, т.2, гл. 21, §13.
5. Голдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. "Мир", М., 1967, гл.8.
6. Ellis J. Phenomenoly of Unified Gauge Theories. CERN TH-3174, 1981, Ch. III, p.7.
7. Berezinsky V.S., Ioffe B.L., Kogan Ya.I. Phys.Lett., 1981, 105B, p. 33.
8. Khalfin L.A. Phys.Lett., 1982, B112, p. 223.
9. Horwitz L.P., Katznelson L.P. Phys.Rev.Lett., 1983, 50, p. 1184; Comments: Phys.Rev.Lett., 1983, 51, p. 1599-1602.
10. Fernandez L.A., Alvarez-Estrada R.F. Phys.Rev., 1983, D27, p. 2656.
11. Murthy M., Sarma K. Phys.Rev., 1984, D29, p. 1975.
12. Bell J., Goebel C. Phys.Rev., 1965, B138, p. 1198.
13. Mower L. Phys.Rev., 1966, 142, p. 799.
14. Agarwal G.S. Springer Tracts in Modern Phys., vol. 70, p.23. ed. G.Hohler, Springer-Verlag, New York, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 декабря 1984 года.

СООБЩЕНИЯ, КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ, ПРЕПРИНТЫ И СБОРНИКИ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ, ИЗДАВАЕМЫЕ ОБЪЕДИНЕННЫМ ИНСТИТУТОМ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ЯВЛЯЮТСЯ ОФИЦИАЛЬНЫМИ ПУБЛИКАЦИЯМИ.

Ссылки на СООБЩЕНИЯ и ПРЕПРИНТЫ ОИЯИ должны содержать следующие элементы:

- фамилии и инициалы авторов,
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс публикации,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы /при необходимости/.

Пример:

1. *Первушин В.Н. и др. ОИЯИ, Р2-84-649, Дубна, 1984.*

Ссылки на конкретную СТАТЬЮ, помещенную в сборнике, должны содержать:

- фамилии и инициалы авторов,
- заглавие сборника, перед которым приводятся сокращенные слова: "В кн."
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс издания,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы.

Пример:

Колпаков И.Ф. В кн. XI Международный симпозиум по ядерной электронике, ОИЯИ, Д13-84-53, Дубна, 1984, с.26.

Савин И.А., Смирнов Г.И. В сб."Краткие сообщения ОИЯИ", № 2-84, Дубна, 1984, с.3.

Широков М.И. Р4-84-812

Замедление распада двухуровневых систем при малых значениях времени

Исследуется неэкспоненциальный закон распада двухуровневых нестабильных систем, распадающихся по схеме $a \rightleftarrows b \to$ продукты распада /вначале система находится на уровне a, есть взаимодействие, переводящее ее на другой уровень b/. Показано, что скорость распада при малых временах $0 < t < \tau$ в определенных условиях много меньше, чем скорость распада при больших временах, когда распад приближенно экспоненциален. Параметр τ определяется разностью энергий уровней a и b и вероятностью перехода $a \rightleftarrows b$. Обсуждаются примеры физических двухуровневых систем, у которых замедленный распад может быть зарегистрирован.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Shirokov M.I. P4-84-812

Small-Times Delay of the Two-Level System Decay

The nonexponential decay of a two-level unstable system is investigated. The system decay can be sketched as $a \rightleftarrows b \to$ decay products. Initially, the system is on the level a, an interaction transfers it into another state b. It is shown that the decay rate at small times $0 < t < \tau$ under some conditions is much less than the decay rate at large times, when the decay is approximately exponential. The parameter τ is determined by the difference of energies of levels a and b and by the probability of the transition $a \rightleftarrows b$. We discuss examples of the physical two-level systems which reveal the detectable delayed decay at small times.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984