объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-84-750

В.В.Пашкевич

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СЕДЛОВЫХ ФИГУР ОТНОСИТЕЛЬНО ЗЕРКАЛЬНО-АСИММЕТРИЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ В МОДЕЛИ ЖИДКОЙ КАПЛИ

Направлено в "Physics Letters"

1984

В последнее время в связи с экспериментами по измерению дисперсии массового распределения осколков деления "нагретых" ядер в широкой области изменения параметра делимости x [1] /см. также [2,3] / повысился интерес к расчетам стабильности делящегося ядра относительно зеркально-асимметричных вариаций формы ядерной поверхности. Теоретические расчеты устойчивости седловых фигур проводились в модели жидкой капли в двух подходах. В работах [4-6] форма делящегося ядра аппроксимировалась с помощью ряда по полиномам Лежандра

$$R(\mu) = [1 + \sum_n a_n P_n(\mu)]/\lambda, \quad \mu = \cos\theta, \qquad /1/$$

где $\{R,\theta\}$ - сферические координаты, а λ - константа, обеспечивающая сохранение объема, и исследовались или собственные значения матрицы жесткости [4,6] /матрицы вторых производных потенциальной энергии по параметрам разложения a_n /, или нормальные колебания седловых фигур [5]. Было установлено, что жесткости c_n нечетных гармоник в седловой точке положительны и увеличиваются с ростом параметра делимости в интервале $0,4 \le x \le 1,0$.

В [7] рассматривались произвольные аксиально-симметричные вариации ядерной поверхности и для определения формы седловых фигур решалось интегро-дифференциальное уравнение. Сплошная фигура делилась на две части плоскостью, перпендикулярной оси симметрии и проходящей через точку z_N на оси симметрии, в которой площадь сечения стационарна, т.е. в цилиндрических координатах $\{r, z\}$ выполняется условие

$$dr/dz|_{z_N} = 0 . \qquad /2/$$

В качестве меры асимметрии фигуры использовалась координата η, зависящая от отношения объемов правой и левой частей v_R/v_L,

$$\eta = 2(v_R - v_L)/(v_R + v_L) . \qquad /3/$$

Для анализа устойчивости фигуры использовалась величина

$$Q = 0,5 d^2 V/d\eta^2, \qquad /4/$$

которая определялась численно. Выражение для потенциала V дано ниже /см. /6//. Важность введения величины Q связана с тем, что именно она тесно связана с экспериментально определяемой дисперсией массового распределения осколков деления, если предположить, что распределение осколков по массам формируется в седловой точке и только незначительно меняется в процессе спуска с седла. Оказалось, что Q на упомянутом выше интервале изменения x сначала растет, а затем при $0,7 \le x \le 0,8$, в отличие от c_n, резко падает. Различие квалифицировалось в работах[6,8,9] как противоречие между расчетами[4-6] и [7].

В данной работе показано, что противоречия между двумя подходами, в действительности, нет. Результаты работ[4-6] можно преобразовать так, чтобы воспроизвести полученную в[7] зависимость Q от x.

Преобразование проведем в два этапа. Сначала найдем изменение потенциальной энергии по мере изменения величины η вдоль любого направления в пространстве параметров деформации ядра $\{\alpha_n\}$, а затем фиксируем это направление.

Используем приведенные в[5] связь нормальных координат $\{\beta_n\}$ и параметров разложения $\{\alpha_n\}$:

$$\alpha_n - \hat{\alpha}_n = \sum_k v_n^{(k)} \beta_k , \qquad /5/$$

и выражение для потенциальной энергии

$$V = 0,5 \sum_n c_n \beta_n^2 . \qquad /6/$$

Формула /6/ справедлива в малой окрестности седловой точки, где V стационарна. Здесь $\hat{\alpha}_n$ – значения параметров для седловой фигуры[4-6].

Будем считать, что система движется из седловой точки вдоль некоторого направления в пространстве параметров $\{\beta_n\}$, так что величины β_n являются линейными функциями некоторого параметра t:

$$\beta_n = e_n t . \qquad /7/$$

При этом потенциальная энергия /6/ имеет вид

$$V = 0,5 \sum_n c_n e_n^2 t^2 , \qquad /8/$$

а параметр η /см. /3// в линейном по β_n приближении меняется как

$$\eta = \sum_n \partial\eta/\partial\beta_n e_n t . \qquad /9/$$

Жесткость Q при движении вдоль направления $\{e_n\}$ имеет вид

$$Q = 0,5 \sum c_n e_n^2 / \big(\sum_i e_i \, \partial\eta/\partial\beta_i\big)^2 . \qquad /10/$$

Производная $\partial\eta/\partial\beta_i$ с помощью /5/ представляется в виде

$$\partial\eta/\partial\beta_i = (\partial\eta/\partial\alpha_n)/(\partial\alpha_n/\partial\beta_i) = (\partial\eta/\partial\alpha_n) v_n^{(i)} , \qquad /11/$$

где, в силу условия сохранения объема всей фигуры $v_R + v_L = \mathrm{const}$ и определения /3/,

$$\partial\eta/\partial\alpha_n = 4(\partial v_R/\partial\alpha_n)/(v_R + v_L) . \qquad /12/$$

Здесь производная по α_n берется в седловой точке, где фигура симметрична и v_R имеет вид

$$v_R/(v_R + v_L) = 0,5 \int_0^1 d\mu R^3(\mu)/\lambda^3 . \qquad /13/$$

При дифференцировании следует учесть, что объем осколка меняется вследствие изменения как его формы, так и положения плоскости разреза z_N. Поэтому

$$\partial v_R/\partial\alpha_n = \partial v_R/\partial\alpha_n \big|_{z_N} + (\partial v_R/\partial z_N)(\partial z_N/\partial\alpha_n) . \qquad /14/$$

В силу условия /2/ производная $\partial v_R/\partial z_N$ равна площади сечения шейки S_N /со знаком минус/

$$(\partial v_R/\partial z_N)/(v_R + v_L) = -S_N/(v_R + v_L) = -0,75 R^2(0) . \qquad /15/$$

Если параметр α_n получил некоторое приращение $\Delta\alpha_n$, то шейка смещается из положения z_N в z'_N и для приращения функции $\partial r/\partial z$ получаем выражение

$$\Delta(\partial r/\partial z) = (\partial^2 r/\partial z^2)(z_N - z'_N) . \qquad /16/$$

Переходя к пределу $\Delta\alpha_n \to 0$ и разрешая относительно $\partial z_N/\partial\alpha_n$, имеем

$$\partial z_N/\partial\alpha_n = -(\partial^2 r/\partial z\,\partial\alpha_n)/(\partial^2 r/\partial z^2) \qquad /17/$$

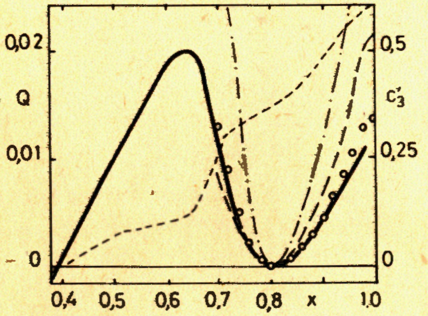
или, в сферических координатах,

$$\partial z_N/\partial\alpha_n = -R\,(\partial^2 R/\partial\mu\,\partial\alpha_n)/(\partial^2 R/\partial\mu^2 - R) . \qquad /18/$$

Из формулы /17/ видно, что для фигур, близких к цилиндру в области шейки, т.е. при обращении кривизны шейки в нуль

$$\partial^2 r/\partial z^2 \big|_{z_N} = 0 , \qquad /19/$$

$\partial z_N/\partial\alpha_n$ и, следовательно, $\partial\eta/\partial\alpha_n$ и $\partial\eta/\partial\beta_n$, в соответствии с формулами /11/, /12/ и /14/, обращается в бесконечность. В таком случае, в силу формулы /10/, $Q = 0$ при любых e_n. Условие /19/ выполняется для седловых фигур при параметре делимости $x \approx 0,8$, что качественно объясняет поведение Q вблизи этого значения x. Причина обращения Q в нуль в этой окрестности совершенно правильно указана в[7] /см. также обсуждение этого вопроса в[10] /. Тем же самым определяется качественное согласие результатов ра-



Зависимость жесткости Q /левая шкала/ и собственного значения матрицы $\partial^2 V/\partial a_i \partial a_k$ c_3' /правая шкала, короткие штрихи[4] от параметра делимости x. Сплошная кривая – результаты для Q из [7] /асимметричная вариация фигуры типа "а"/, точки – соответствующие данные, полученные в данной работе на основе результатов работ[4-6]. Длинные штрихи и штрихпунктир – значения Q для нормальных колебаний в седловой точке, моды i = 3 /октупольная/ и 5 соответственно.

бот[7] и [11], хотя в последней использовалась ограниченная параметризация формы поверхности. Для согласия оказалось достаточно того, что там для характеристики асимметрии фигуры была введена координата η.

Выполнение условия /19/ с физической точки зрения означает, что небольшие вариации параметров $\{\beta_n\}$ приводят к большим вариациям положения точки разрыва и, следовательно, отношения объемов /в принятых здесь предположениях о спуске с седловой точки/. Хотя точность экспериментальных данных еще не очень высока, все же можно сказать, что увеличение дисперсии массового распределения осколков деления при приближении седловых фигур к цилиндрообразной форме находит свое подтверждение в экспериментальных данных[1].

Для более детального обсуждения поведения Q в районе $x = 0{,}8$ нужно сделать конкретные предположения о характере асимметричных колебаний в окрестности седловой точки. Простейший случай – нормальные колебания i-й моды /$e_n = \delta_{ni}$/. Тогда из /10/ следует, что

$$Q = 0{,}5 c_i / (\partial\eta/\partial\beta_i)^2 . \qquad /20/$$

В случае i = 3 и 5 зависимость Q от x представлена на рисунке. Аналогично ведут себя кривые при других нечетных значениях i и поэтому они не приведены на рисунке. Видно, что жесткость Q, в отличие от c_3 /см. [4-6] /, ведет себя в этих случаях в качественном согласии с результатами, полученными в [7], т.е. Q убывает на интервале $0{,}7 \le x \le 0{,}8$, обращаясь при $x \approx 0{,}8$ в нуль. Расчеты показывают, что не только "октупольная" мода / i = 3/, а каждая из нечетных нормальных гармоник приводит к заметному изменению отношения объема осколков.

Для того чтобы количественно воспроизвести ту асимметричную вариацию формы седловой фигуры, которая рассматривалась в [7],

перейдем от координат $\{\beta_n\}$ к новым координатам $\{\eta_n(\beta_1 \dots \beta_n)\}$, таким, что одна из них совпадает с η /см./3//, $\eta = \eta_1$, а остальные подчинены только одному условию, которое заключается в том, чтобы новая координатная система была бы в некотором смысле ортогональной:

$$(\nabla\eta_i, \nabla\eta_k) = \delta_{ik} (\nabla\eta_i, \nabla\eta_i), \qquad /21/$$

где $\nabla\eta_i$ – градиент $\partial\eta_i/\partial\beta_n$. Предположение, заключающееся в /21/, состоит в том, что скалярное произведение понимается как в декартовой системе координат. На основе /21/ систему уравнений

$$\sum_n (\partial\eta_i/\partial\beta_n)(\partial\beta_n/\partial\eta_1) = \delta_{i1} \qquad /22/$$

можно легко разрешить относительно $\partial\beta_n/\partial\eta_1$, если преобразование координат невырождено, и решение имеет вид

$$\partial\beta_n/\partial\eta = (\partial\eta/\partial\beta_n)/\sum_k (\partial\eta/\partial\beta_k)^2 . \qquad /23/$$

Дважды дифференцируя по η выражение /6/ для V и используя /23/, получаем

$$Q = 0{,}5 \sum_n c_n (\partial\eta/\partial\beta_n)^2 / [\sum_k (\partial\eta/\partial\beta_k)^2]^2 , \qquad /24/$$

что является частным случаем выражения /10/ при

$$e_n = \partial\eta/\partial\beta_n . \qquad /25/$$

Зависимость Q от x, рассчитанная по формуле /24/ при учете в сумме четырех гармоник, приведенных в [5], представлена на рисунке точками. /Первую, дипольную, гармонику можно не учитывать/. Видно полное согласие с результатами работы [7] /сплошная линия/. Вариация формы седловой фигуры, определяемая направлением /25/, которое выведено на основе предположения /21/, ближе всего к асимметричной вариации типа "а", используемой в [7] при определении Q, изображенной на рисунке.

Итак, на основании результатов работ [4-6] можно воспроизвести жесткость Q из работы[7]. Результаты этих работ подтверждают друг друга не только в отношении формы седловых фигур и высот барьеров деления, но и в выводах об устойчивости седловых фигур относительно асимметричных вариаций их формы.

Автор благодарен В.Г.Соловьеву за постоянный интерес к работе и Г.Н.Смиренкину за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грузинцев Е.Н. и др. ЯФ, 1984, 39, с. 1336; Gruzintsev Ye.N. et al. Z.Phys., 1984, A316, p. 61.
2. Карамян С.А. и др. ЯФ, 1970, 11, с. 982.
3. Oganessian Yu.Ts., Lazarev Yu.A. In Treatise on Heavy Ion Science (D.Bromley, ed), Plenum Press, N.Y., 1984, vol. 4, Ch.1, p. 1.
4. Cohen S., Swiatecki W. Ann.Phys., N.Y., 1963, 22, p.406.
5. Nix J.R. Ann.Phys., N.Y., 1967, 41, p. 52.
6. Пик-Пичак Г.А. Препринт ИАЭ-3130, М., 1979.
7. Струтинский В.М. ЖЭТФ, 1963, 45, с. 1900.
8. Swiatecki W. Proc.Symp. on Physics and Chemistry of Fission, Salzburg, 1965 (IAFA, Vienna, 1965), vol.1, p.3.
9. Nix J.R. Nucl.Phys., 1969, A130, p. 241.
10. Vandenbosch R., Huizenga J.R. "Nuclear Fission", Academic Press, N.Y., London, 1973.
11. Hasse R.W. Ann.Phys., 1971, 68, p. 377.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 ноября 1984 года.

СООБЩЕНИЯ, КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ, ПРЕПРИНТЫ И СБОРНИКИ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ, ИЗДАВАЕМЫЕ ОБЪЕДИНЕННЫМ ИНСТИТУТОМ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ЯВЛЯЮТСЯ ОФИЦИАЛЬНЫМИ ПУБЛИКАЦИЯМИ.

Ссылки на СООБЩЕНИЯ и ПРЕПРИНТЫ ОИЯИ должны содержать следующие элементы:

- фамилии и инициалы авторов,
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс публикации,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы /при необходимости/.

Пример:

1. *Первушин В.Н. и др. ОИЯИ, Р2-84-649, Дубна, 1984.*

Ссылки на конкретную СТАТЬЮ, помещенную в сборнике, должны содержать:

- фамилии и инициалы авторов,
- заглавие сборника, перед которым приводятся сокращенные слова: "В кн."
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс издания,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы.

Пример:

Колпаков И.Ф. В кн. XI Международний симпозиум по ядерной электронике, ОИЯИ, Д13-84-53, Дубна, 1984, с.26.

Савин И.А., Смирнов Г.И. В сб."Краткие сообщения ОИЯИ", № 2-84, Дубна,1984,с.3.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Пашкевич В.В. Р4-84-750

Об устойчивости седловых фигур относительно зеркально-асимметричной деформации в модели жидкой капли

Показано, что работы Коена, Святецкого и Никса об устойчивости седловых фигур в модели жидкой капли относительно зеркально-асимметричной деформации не противоречат выводам работы Струтинского на ту же тему, а полностью их подтверждают.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод Л.В.Пашкевич

Pashkevich V.V. P4-84-750

On the Stability of Saddle-Point Shapes with Respect to Mirror - Asymmetric Distortions in the Liquid Drop Model

It is shown that the investigation of the stability of saddle-point shapes agains mirror-asymmetric distortions, carried out in the liquid-drop model in the papers of Cohen, Swiatecki and Nix entirely supports Strutinsky's results on the same subject, in contrast to previous conclusions.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984