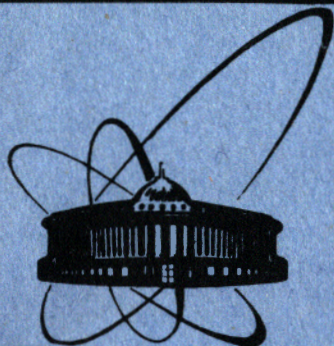


84-643



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P4-84-643

В.С. Мележик

НЕПРЕРЫВНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА НЬЮТОНА  
В МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ

Направлено в "Journal of Computational  
Physics"

1984



## ВВЕДЕНИЕ

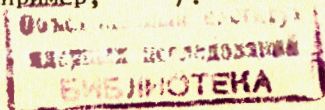
В работе<sup>/1/</sup> предложен метод решения сингулярной задачи Штурма-Лиувилля для системы большого числа дифференциальных уравнений с помощью непрерывного аналога метода Ньютона<sup>/2-4/</sup>. Такая задача возникает во многих областях физики, в частности, при вычислении энергий связи системы трех тел с кулоновским взаимодействием<sup>/5/\*</sup>. При описании процессов столкновения составных частиц рассматривают задачу о многоканальном рассеянии, которую можно представить как задачу о нахождении состояний непрерывного спектра оператора Штурма-Лиувилля. Часто требуется учесть связь различных каналов реакции, число которых может быть велико, а также включить в рассмотрение влияние на сечение реакции закрытых каналов<sup>/6,7/</sup>, что приводит к решению системы большого числа уравнений и существенному усложнению вычислительной процедуры<sup>/8,9/</sup>.

В данной работе предложен и реализован алгоритм численного решения многоканальной задачи рассеяния с большим числом закрытых каналов / ~ 300/. Он основан на известной идее<sup>/10/</sup>, реализованной ранее для случая связанных состояний<sup>/11/</sup>, о представлении исходной задачи в виде нелинейного функционального уравнения, которое решается с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. Один из возможных способов обобщения данного подхода на состояния непрерывного спектра был предложен в работе<sup>/11/</sup>, где задача рассеяния сформулирована как задача на собственные значения и решена для двухканального случая\*\*. В работе<sup>/13/</sup> рассмотрен способ решения задачи рассеяния с большим числом закрытых каналов / ~ 300/ и одним открытым как задачи Штурма-Лиувилля с нулевыми граничными условиями. Идеи работ<sup>/11,13/</sup> развиваются здесь применительно к решению многоканальной задачи рассеяния с произвольным числом открытых каналов.

В разделе 1 излагается метод нахождения состояний непрерывного спектра уравнения Шредингера. Некоторые особенности предлагаемого подхода, его область применимости и возможные способы

\* Примером может служить вычисление уровней энергии мезомолекулы - системы, образованной из двух ядер и  $\mu^-$ -мезона<sup>/5/</sup>.

\*\* Метод нахождения состояний непрерывного спектра радиального уравнения Шредингера как решение задачи на связанные состояния известен давно /см., например,<sup>/12/</sup> /.





реализации рассмотрены в разделе 2 на примере одноканальной задачи с известным аналитическим решением. В разделе 3 проведено обобщение на многоканальный случай. Возможности метода применительно к решению задачи о неупругих столкновениях в системе трех тел, которая отражает основные свойства многоканального рассеяния, демонстрируются в разделе 4 на примере вычисления сечений неупругого рассеяния мезоатомов трития на ядрах. Значение этих сечений необходимо для количественного описания кинетики  $\mu$ -катализа /14/.

### 1. РЕШЕНИЕ ОДНОКАНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Как известно, для ограниченных потенциалов  $U(R)$ , удовлетворяющих условию корректной постановки задачи на собственные значения ( $\lim_{R \rightarrow 0, \infty} U(R)R^2 = 0$ ), уравнение Шредингера

$$\left[ -\frac{1}{2M} \frac{d^2}{dR^2} + \frac{J(J+1)}{2MR^2} + U(R) \right] y(R) = \epsilon y(R) \quad /1/$$

может содержать дискретный /возможно неограниченный/ набор связанных состояний ( $\epsilon < 0$ ), имеющих асимптотическое поведение,

$$y_{\epsilon J}(R) \xrightarrow{R \rightarrow 0} R^{J+1}, \quad y_{\epsilon J}(R) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} e^{-\sqrt{2M\epsilon} \cdot R}, \quad /1a/$$

а также набор состояний непрерывного спектра ( $\epsilon > 0$ ) с асимптотическим поведением волновых функций

$$y_{\epsilon J}(R) \xrightarrow{R \rightarrow 0} R^{J+1}, \quad y_{\epsilon J}(R) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \sin(kR - \frac{\pi}{2}J + \delta_J(\epsilon)), \quad /1b/$$

где  $k^2 = 2M\epsilon$ ,  $J$  - орбитальный момент,  $\delta_J(\epsilon)$  - фаза рассеяния на потенциале  $U(R)$  \*.

Задачу о нахождении некоторого связанного состояния  $\{y_*(R), \epsilon_*\}$  можно свести к решению нелинейного функционального уравнения

$$\phi(z) \equiv \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left( \frac{d^2}{dR^2} + 2M\epsilon - \frac{J(J+1)}{R^2} - U(R) \right) y(R) \\ y|_{R=0} \\ \left[ f_1 \frac{d}{dR} + f_2 \right] y|_{R=R_m} \\ (y, y) - 1 \end{Bmatrix} = 0 \quad /2/$$

\* Уравнение описывает взаимодействие нейтральных частиц.

относительно пары  $z = \{y, \epsilon\} \in C^2 \times R$ . Здесь  $\phi_3(z) = 0$  - граничное условие в точке  $R = R_m \rightarrow \infty$  задается асимптотическим поведением функции  $y(R)$  /1a/ /например,  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = \sqrt{-2M\epsilon}$ /, а  $\phi_4(z) = 0$  - условие нормировки волновой функции, где скалярное произведение

$$(y, y) \text{ определено следующим образом: } (y, y) = \int_0^{R_m} y^2(R) dR.$$

В такой постановке для численного решения задачи эффективно использовать непрерывный аналог метода Ньютона /15/. Вычисление корня уравнения /2/  $z_* = \{y_*, \epsilon_*\}$  сводится, с помощью введения непрерывного параметра  $0 \leq t < \infty$ , к решению эволюционного функционального уравнения /3/

$$\phi'_z(z(t)) z'(t) = -\phi(z(t)) \quad /3/$$

с начальным условием  $z(0) = z_0$ , где  $\phi'_z$  - производная Фреше /16/

оператора  $\phi$ ,  $z'(t) = \left\{ \frac{dy}{dt}, \frac{d\epsilon}{dt} \right\} = \{V, \mu\}$ , а  $z_0 = \{y_0, \epsilon_0\}$  - начальное приближение к искомому решению /2/.

В работах /2,3/ показано, что при выполнении условия гладкости оператора  $\phi$  в окрестности искомого изолированного решения  $z_*$  выполняется предельное соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|z_* - z(t)\| = 0. \quad /4/$$

Эволюционное уравнение /3/ служило для построения различных итерационных схем нахождения решения уравнения /2/ по известному начальному приближению  $z_0$  /1,10,11,17/.

Сформулируем в данном подходе задачу рассеяния /1, 16/. В классической постановке она состоит в нахождении при заданной энергии столкновения  $\epsilon = \epsilon_*(k^2 = k^2)$  волновой функции  $y$  и соответствующей фазы рассеяния  $\delta(k)$ . Подобно задаче на связанные состояния представим задачу рассеяния как нелинейное функциональное уравнение  $\phi(z) = 0$  относительно  $z = \{y, \epsilon, \delta\}$  таким образом, чтобы ее решение при заданном  $\epsilon = \epsilon_* = \frac{k^2}{2M}$  совпадало с корнем этого уравнения  $z_* = \{y_*, \epsilon_*, \delta_*\}$ .

За основу возьмем уравнение /2/, в котором необходимо согласовать граничное условие  $\phi_3(z) = 0$  с асимптотикой /16/. Зададим его в виде, подобном /2/\*,

\* Граничное условие в форме /5/ не содержит сингулярностей при любых  $k > 0$  и удобно для численной реализации. Здесь для простоты рассмотрен случай  $J = 0$ , однако при  $J > 0$  для повышения точности вычисления  $\delta(k)$  необходимо произвести замену

$$\left\{ \begin{matrix} \sin(kR) \\ \cos(kR) \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} j_J(kR) \\ n_J(kR) \end{matrix} \right\} \quad 3$$



$$\phi_3(z) \equiv [\sin(kR + \delta) \frac{d}{dR} y - k \cos(kR + \delta) y]_{R=R_m} = 0. \quad /5/$$

Поскольку увеличили размерность пространства независимых переменных  $z = \{y, \epsilon\} \rightarrow \{y, \epsilon, \delta\} \in C^2 \times R \times R$ , задачу /2/ следует дополнить еще одним условием  $\phi_5(z) = 0$ , которое должно быть согласовано с остальными уравнениями. Причем для доопределенного таким образом оператора  $\phi$  должны по-прежнему выполняться требования теоремы /4/ о локальной сходимости метода Ньютона.

Здесь  $\phi_5(z)$  выберем в виде\*

$$\phi_5(z) \equiv (y, \frac{d^2}{dR^2} y + (k_*^2 - U(R))y) = 0. \quad /6/$$

Нетрудно видеть, что корень нелинейного функционального уравнения

$$\phi(z) = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{d^2}{dR^2} y + (k^2 - U(R))y \\ y|_{R=0} \\ [f_1 \frac{d}{dR} y + f_2 y]_{R=R_m} \\ (y, y) - 1 \\ (y, \frac{d^2}{dR^2} y + (k_*^2 - U(R))y) \end{Bmatrix} = 0 \quad /7/$$

$z_* = \{y_*, \epsilon_*, \delta_*\}$  является решением задачи рассеяния /1/, /16/ при заданном  $k^2 = k_*^2 = 2M\epsilon_*$ .

Выбор условия  $\phi_5(z) = 0$  в виде /6/, точно так же, как и условия нормировки волновой функции  $\phi_4(z) = 0$ , не является единственным.

Для построения итерационной схемы решения задачи /7/ используем эволюционное уравнение /3/. Применим подход, использовавшийся ранее в задаче на связанные состояния /2/ /1/. Уравнение /3/ / $\phi$  определен формулами /7// будем решать методом Эйлера на сетке  $\{t_n\}$  с узловыми точками  $t_{n+1} = t_n + r_n$ .

\* В работе /18/ подобный функционал использовался наряду с обычным условием нормировки  $\phi_4 = 0$  для получения двухсторонней сходимости ньютоновского итерационного процесса нахождения состояний дискретного спектра уравнения Шредингера.

$$\phi'_{z_n}(z_n) \Delta z_n = -\phi(z_n), \quad /8/$$

$$z_{n+1} = z_n + r_n \Delta z_n = \{y_n + r_n V_n, k_n^2 + r_n \mu_1^n, \delta_n + r_n \mu_2^n\}. \quad /9/$$

Для упрощения решения линейной задачи /8/ представим итерационную поправку  $V_n(R)$  к функции  $y_n(R)$  в виде

$$V_n(R) = -y_n(R) + \mu_1^n v_n(R) + \mu_2^n \tilde{v}_n(R). \quad /10/$$

Тогда для определения функций  $v_n(R)$  и  $\tilde{v}_n(R)$  имеем краевые задачи

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dR^2} v_n + (k_n^2 - U) v_n = -y_n, \\ v_n|_{R=0} = 0, \\ [f_1 \frac{d}{dR} v_n + f_2 v_n]_{R=R_m} = -[ \frac{\partial f_1}{\partial \lambda_n} \frac{d}{dR} y_n + \frac{\partial f_2}{\partial \lambda_n} y_n ]_{R=R_m}, \quad \lambda_n \equiv k_n^2; \end{cases} \quad /11a/$$

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dR^2} \tilde{v}_n + (k_n^2 - U) \tilde{v}_n = 0, \\ \tilde{v}_n|_{R=0} = 0, \\ [f_1 \frac{d}{dR} \tilde{v}_n + f_2 \tilde{v}_n]_{R=R_m} = -[ \frac{\partial f_1}{\partial \delta_n} \frac{d}{dR} y_n + \frac{\partial f_2}{\partial \delta_n} y_n ]_{R=R_m}. \end{cases} \quad /11b/$$

А из последних двух уравнений системы /8/  $\frac{\partial \phi_4}{\partial y_n} V_n = -\phi_4$ ,  $\frac{\partial \phi_5}{\partial y_n} V_n = -\phi_5$

при подстановке в них выражения /10/ для  $V_n$  получаем систему алгебраических уравнений для нахождения итерационных поправок  $\mu_1^n$  и  $\mu_2^n$ :

$$\begin{cases} a_{11}^n \mu_1^n + a_{12}^n \mu_2^n = b_1^n, \\ a_{21}^n \mu_1^n + a_{22}^n \mu_2^n = b_2^n; \end{cases} \quad /12/$$

здесь

$$a_{11}^n = (y_n, v_n), \quad a_{12}^n = (y_n, \tilde{v}_n),$$

$$a_{21}^n = (y_n, \frac{d^2}{dR^2} v_n + (k_*^2 - U) v_n) + (v_n, \frac{d^2}{dR^2} y_n + (k_*^2 - U) y_n),$$



$$a_{22}^n = (y_n, \frac{d^2}{dR^2} \bar{v}_n + (k_*^2 - U) \bar{v}_n) + (\bar{v}_n, \frac{d^2}{dR^2} y_n + (k_*^2 - U) y_n), \quad /12a/$$

$$b_1^n = \frac{1}{2} (1 + (y_n, y_n)), \quad b_2^n = (y_n, \frac{d^2}{dR^2} y_n + (k_*^2 - U) y_n).$$

Формулы /11/, /12/ и /9/ при  $r_n = 1$  представляют решение уравнения /7/ с помощью классического метода Ньютона-Канторовича /3,16/. Однако возможны и другие способы построения итерационных схем решения задачи рассеяния /7/ на основе эволюционного уравнения /3/. Например, изменение шага интегрирования  $r_n = t_{n+1} - t_n$  в ходе итераций может существенно расширить область сходимости метода /10,19/, а замена  $\phi'_z(z_n) \rightarrow \phi'_z(z_0)$  позволяет оптимизировать вычисления в случае решения систем большого числа уравнений /1/.

## 2. ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СХЕМЫ

Возможности предполагаемого подхода продемонстрируем на примере решения уравнения Шредингера с потенциалом Морзе

$$\hat{U}(R) = D \cdot [e^{-2a(R-R_0)} - 2 \cdot e^{-a(R-R_0)}] \quad /13/$$

имеющим аналитическое решение

$$y(k, R) = \frac{e^{-\xi/2}}{2i} \{ e^{i\omega} \xi^{-is} F(-\delta + \frac{1}{2} - is, 1 - 2is, \xi) - e^{-i\omega} \xi^{is} \cdot F(-\delta + \frac{1}{2} + is, 1 + 2is, \xi) \} \underset{R \rightarrow \infty}{\sim} \sin(kR - kR_0 - \frac{k}{a} \ln 2\delta + \omega), \quad /13a/$$

$$\omega = \arg \Gamma(1 + 2is) + \arg \Gamma(-\delta + \frac{1}{2} - is), \quad s = \frac{k}{a}, \quad \delta = \frac{\sqrt{2MD}}{a}.$$

Таблица и рис.1 иллюстрируют сходимость итерационного процесса для случая  $D = 0,104$ ,  $a = 0,67$ ,  $R = 2,09$ ,  $M = 8,876$ , которая контролировалась по величинам невязки  $\Delta_n = \|\phi(z_n)\|$  и итерационных поправок  $\mu_1^n$  и  $\mu_2^n$ . Вычисления завершались при выполнении условия  $\max\{\mu_1^n, \mu_2^n, \Delta_n\} \leq 10^{-6}$ . Случай  $k_* = 0,08$  демонстрирует сходимость метода от различных начальных приближений. Для решения краевых задач /11/ использовались конечно-разностная аппроксимация порядка точности  $O(h^2)$  и алгоритм прогонки. Точность вычисления на заданной сетке узлов /см. таблицу/ составляет величину

Таблица  
Сходимость вычислительной схемы /9/ - /12/

$k_*$	$n$	$\Delta_n$	$\mu_1^n$	$\mu_2^n$	$k_n$	$\delta_n$	$\Delta_n$	$\mu_1^n$	$\mu_2^n$	$k_n$	$\delta_n$
0,08	0	$0,84 \cdot 10^{-2}$	$-0,624 \cdot 10^{-1}$	$0,225 \cdot 10^2$	0,1500	0,0500	$0,65 \cdot 10^2$	$-0,624 \cdot 10^{-1}$	$0,218 \cdot 10^2$	0,1500	-0,0500
	II	$0,39 \cdot 10^{-12}$	$-0,29 \cdot 10^{-11}$	$0,65 \cdot 10^{-11}$	0,0800	-0,5202	$0,27 \cdot 10^{-12}$	$-0,29 \cdot 10^{-11}$	$0,54 \cdot 10^{-8}$	0,0800	-0,5202
0,14	0	$0,21 \cdot 10^{-2}$	$-0,710 \cdot 10^{-2}$	$0,680 \cdot 10^1$	0,1435	0,0000					
	II	$0,50 \cdot 10^{-12}$	$-0,16 \cdot 10^{-9}$	$-0,58 \cdot 10^{-7}$	0,1400	-0,8697					
0,20	0	$0,32 \cdot 10^{-2}$	$-0,140 \cdot 10^{-1}$	$0,911 \cdot 10^1$	0,2025	0,0000					
	9	$0,39 \cdot 10^{-12}$	$0,24 \cdot 10^{-11}$	$-0,52 \cdot 10^{-9}$	0,2000	-1,233					

Примечание. Начальное приближение  $y_0$  к искомой волновой функции у при  $k_* = 0,08$  задавалось формулой

$$y_0 = \begin{cases} 0,0035 \cdot \sin(\pi R / 3,6), & R \leq 7,2; \\ 0,05 \cdot \sin(\pi(R - 7,2) / 50), & R > 7,2. \end{cases}$$

При  $k_* = 0,14$  и  $k_* = 0,2$  в качестве начальных приближений использовались  $y_1$  и  $y_{10}$ , вычисленные для случаев  $k_* = 0,08$  и  $k_* = 0,14$  соответственно. Вычисления проводились на сетке, содержащей 280 узлов с шагом  $0,1/0,1/20/1/100$ .



$\sim 10^{-3}-10^{-2}$  и при необходимости может быть улучшена путем экстраполяции полученных значений  $h \rightarrow 0$ , поскольку, как показывают расчеты на последовательности сгущающихся сеток, ошибка численного решения квадратично зависит от шага разностной сетки.

На рис.1 изображена проекция траектории  $z_n$  на плоскость  $\{k, \delta\}$ , характеризующая сходимость итерационного процесса, на которую можно влиять не только улучшением начального приближения  $z_0$ , но и априорным заданием формы траектории  $z_n$  в ходе итераций, меняя условие  $\phi_5(z) = 0$ . Например, задав его в виде  $\phi_5(z) = k^2 - k_*^2 = 0$ , получаем задачу рассеяния в стандартной постановке: при фиксированном  $k^2 = k_*^2 (\epsilon = \epsilon_*)$  требуется найти  $u_*$  и  $\delta_*$ . Заменяя условие  $\phi_5(z) = 0$ , мы тем самым изменили свойства оператора  $\phi$ , который теперь определяется формулами /2/, где

$$\phi_1(z) = \frac{d^2}{dR^2} y + (k_*^2 - U)y, \text{ а } f_1 = \sin(k_* R + \delta) \text{ и } f_2 = -k_* \cos(k_* R + \delta). \text{ Во-}$$

прос о построении итерационной процедуры для решения такой задачи требует специального рассмотрения и здесь не затрагивается.

В работе /11/ предложена формулировка задачи рассеяния как задачи на собственные значения: при заданном  $\delta = \delta_*$  ищется  $k^2$ . Этому случаю отвечает замена /6/ на  $\phi_5(z) = \delta_* - \delta = 0$ : движение точек  $z_n$  возможно лишь по прямой  $\delta = \delta_*$  /см. рис.1/. При этом задача /7/ переходит в /2/, где  $f_1 = \sin(kR_m + \delta)$ ,  $f_2 = -k \cos(kR_m + \delta)$ , и ее можно решать с помощью непрерывного аналога метода Ньютона, подобно изложенному в разделе 1. Этот подход реализован в двухканальном случае /11/, исследована его область сходимости и указаны возможности обобщения на многоканальные задачи.

Еще один способ решения задачи рассеяния как задачи на собственные значения рассмотрен в работе /13/. Он состоит в замене потенциала  $U(R)$ ,  $R \in [0, \infty)$  потенциалом с бесконечной стенкой в точке  $R = R_m (y(R_m) = 0)$ , которому, как известно, соответствует дискретный спектр собственных значений  $k_\alpha^2$ , зависящий от выбора  $R_m / a = 1, 2, \dots$ . Отвечающие им собственные функции  $y_\alpha(R)$  содержат информацию о фазах рассеяния  $\delta$  задачи /1/, /16/. Эту итерационную схему можно получить, задав условие  $\phi_5(z) = 0$  в виде

$$\phi_5(z) = \delta + kR_m - \pi a = 0, \text{ где } a = 1, 2, \dots \quad /14/$$

Действительно, в этом случае граничное условие /5/ переходит в  $\phi_5(z) = y(R_m) = 0$ , а задача /7/ заменяется задачей Штурма-Лиувилля /2/, где  $f_1 = 0$ ,  $f_2 = 1$ . Фазу рассеяния, отвечающую найденному решению задачи /2/  $k_n^2 \rightarrow k_\alpha^2$  достаточно вычислить лишь в конце итерационного процесса по формуле  $\delta_\alpha = -k_\alpha R_m + \pi a$ . В силу условия /14/, движение точек  $z'_n$  в ходе итераций возможно лишь по прямой  $\delta_n = -k_m R_m + \pi a$  /см. рис.1/, изменением угла наклона которой, то есть выбором границы интегрирования уравнения Шре-

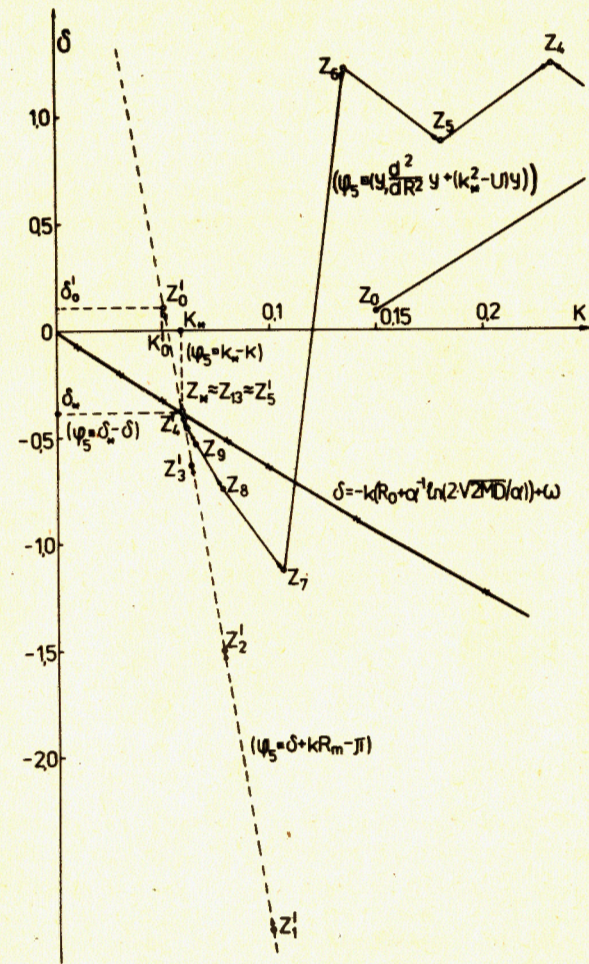


Рис.1. Иллюстрация сходимости итерационного процесса нахождения решения  $z_*$  задачи рассеяния /7/ в зависимости от выбора условия  $\phi_5$ .

дингера  $R_m^*$ , задается требуемое  $k_\alpha$ . В работе /13/ данный подход реализован для многоканальной задачи рассеяния с одним открытым и многими закрытыми каналами / ~300/.

Рассмотренные здесь примеры показывают некоторые способы улучшения сходимости предлагаемого метода и повышения устойчи-

\* Естественно, точка  $R_m$  должна принадлежать области  $R_m \in [R_{as}, \infty)$ , в которой выполняется асимптотическое условие  $y(R) = \sin(kR + \delta)$ .  $R \geq R_{as}$



ности к ошибкам в начальном приближении. Другая возможность улучшения свойств оператора  $\phi$  состоит в выборе нормировочного условия  $\phi_4 = 0$ . Этот вопрос исследовался в работах /11,18/. Предлагаемый подход с условием  $\phi_5(z) = 0$  в форме /6/ характеризуется достаточно широкой областью сходимости и легко обобщается на многоканальный случай.

### 3. РЕШЕНИЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим  $N$ -канальную задачу с  $s$  открытыми каналами, которая формулируется следующим образом. При заданной энергии столкновения  $\epsilon > 0$  требуется найти  $s$  нетривиальных решений системы  $N$  дифференциальных уравнений

$$\phi_1(\epsilon, y_i) \equiv \left[ \frac{d^2}{dR^2} y_i + 2M(\epsilon - E_i - \frac{J(J+1)}{2MR^2}) y_i \right] - \sum_{j \neq i}^N U_{ij} y_j = 0, \quad /15a/$$

регулярных в точке  $R=0$ ,

$$\phi_2(\epsilon, y_i) \equiv y_i |_{R=0} = 0, \quad /15б/$$

и имеющих асимптотическое поведение при  $R \rightarrow \infty$

$$\hat{y}(R) \sim \begin{cases} \hat{j}_J(R) - \hat{n}_J(R) T & \text{в открытых каналах } i \leq s, \\ \exp\{-|k_i| R\} & \text{в закрытых каналах } i > s, \end{cases} \quad /16/$$

а также  $S$ -матрицу рассеяния, которая связана с действительной матрицей  $T$  следующим образом:  $S = (1 + iT)(1 - iT)^{-1}$ , где  $T = \lim_{R \rightarrow \infty} T(\epsilon, R)^*$ .

В  $N$ -канальной задаче /15/, /16/ полный набор решений

$$\hat{y} = \{y_i^{(\nu)}\} = \begin{pmatrix} y_1^{(1)} & \dots & y_1^{(s)} \\ \vdots & & \vdots \\ y_N^{(1)} & \dots & y_N^{(s)} \end{pmatrix}$$

представляет собой прямоугольную матрицу размерности  $N \times s$ , где номер компоненты вектор-столбца /номер канала реакции/ пробегает значения  $i = 1, 2, \dots, N$ , а индекс решения -  $\nu = 1, 2, \dots, s$ ,  $T = \{t_{i\nu}\}$  - действительная симметричная матрица размерности  $s \times s$ .

Здесь введены обозначения:  $M$  - приведенная масса,  $k_i$  - импульс в  $i$ -м канале,  $k_i^2 = 2M_i(\epsilon - E_i) > 0$  в открытых каналах / $i \leq s$ /

\* В таком виде задача представлена в работе /11/.

и  $k_i^2 < 0$  - в закрытых ( $i > s$ ),  $U_{ij}(R)$  - потенциалы с асимптотическим поведением\*:  $R^2 U_{ij}(R) \rightarrow \text{const}$  при  $R \rightarrow 0$ ,  $U_{ij}(R) \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow \infty$ . Диагональные матрицы  $\hat{j}_J, \hat{n}_J$  выражаются через сферические функции Риккати-Бесселя

$$\hat{j}_J(k_i R) = \{j_J(k_i R) \delta_{i\nu}\}, \quad \hat{n}_J(k_i R) = \{n_J(k_i R) \delta_{i\nu}\},$$

$\delta_{i\nu}$  - символ Кронеккера.

Воспользовавшись асимптотическими формулами для этих функций, представим асимптотику решений системы уравнений /15a/ в открытых каналах ( $i \leq s$ ) в виде

$$\hat{y} \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \hat{y}_{as} = \{A_i^{(\nu)} \sin(k_i R - \frac{J}{2}\pi + \delta_i^{(\nu)})\}, \quad /17/$$

где

$$A_i^{(\nu)} = \delta_{i\nu} + (1 - \delta_{i\nu}) \sqrt{\frac{k_\nu}{k_i}} t_{i\nu}^{(\nu)}(\epsilon) \cos \delta^{(\nu)}(\epsilon),$$

$$\delta_i^{(\nu)} = \delta^{(\nu)}(\epsilon) \delta_{i\nu} + \frac{\pi}{2} (1 - \delta_{i\nu}), \quad \delta^{(\nu)}(\epsilon) = \text{arctg } t_{\nu\nu}^{(\nu)}(\epsilon).$$

Представим многоканальную задачу рассеяния /15/, /16/ в виде  $s$  функциональных уравнений  $\phi^{(\nu)}(z) = 0$  типа /7/. Для этого, воспользовавшись асимптотическим равенством при  $R = R_m$

$$\left( \frac{d}{dR} y_i^{(\nu)} \right) / y_i^{(\nu)} \Big|_{R=R_m} = \left( \frac{d}{dR} y_{asi}^{(\nu)} \right) / y_{asi}^{(\nu)} \Big|_{R=R_m},$$

где функции  $\{y_{asi}^{(\nu)}\}$  определены формулами /17/, запишем граничные условия задачи рассеяния в виде

$$\phi_3^{(\nu)}(\epsilon, \delta^{(\nu)}) \equiv \left[ \hat{f}_1^{(\nu)} \frac{d}{dR} \hat{y}^{(\nu)} + \hat{f}_2^{(\nu)} \hat{y}^{(\nu)} \right]_{R=R_m} = 0. \quad /15в/$$

Здесь мы ввели матричные обозначения

\* В следующем параграфе рассмотрен пример, в котором постановка задачи рассеяния ( $U_{ij}(R) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \text{const}, i \neq j$ ) отличается от традиционной, но который, однако, допускает корректную формулировку задачи /13,20/. Учет сильной связи каналов в асимптотической области естественно усложняет задачу построения вычислительной процедуры.



$$\hat{f}_1^{(\nu)}(\xi, \delta^{(\nu)}) = \{f_1^{(\nu)}\}_{ij} = \{\theta(i-s)[\delta_{i\nu} \sin(k_i R - \frac{\pi J}{2} + \delta^{(i)}) + (1 - \delta_{i\nu}) \cos(k_i R - \frac{\pi J}{2})] + (1 - \theta(i-s))\delta_{ij}\}, \quad /18/$$

$$\hat{f}_2^{(\nu)}(\xi, \delta^{(\nu)}) = \{f_2^{(\nu)}\}_{ij} = \{\theta(i-s)[- \delta_{i\nu} \cdot \cos(k_i R - \frac{\pi J}{2} + \delta^{(i)}) + (1 - \delta_{i\nu}) \cdot \sin(k_i R - \frac{\pi J}{2})] k_i + (1 - \theta(i-s))|k_i|\delta_{ij}\},$$

где  $\theta(i-s) = \begin{cases} 1, & i \leq s; \\ 0, & i > s. \end{cases}$

В такой постановке граничное условие  $\phi_3^{(\nu)}(\xi, \delta^{(\nu)}) = 0$  для  $\nu$ -го вектор-столбца решений задачи /15/

$$\vec{y}^{(\nu)} = \begin{pmatrix} y_1^{(\nu)} \\ \vdots \\ y_N^{(\nu)} \end{pmatrix}$$

содержит в явном виде лишь единственный параметр искомой матрицы  $T(\xi) \delta^{(\nu)}(\xi) = \text{arctg} t_{\nu\nu}(\xi)$ . Это позволяет сформулировать многоканальную задачу рассеяния в виде  $s$  функциональных уравнений  $\phi^{(\nu)}(z) = 0$  типа /7/ относительно неизвестных  $z = \{\vec{y}^{(\nu)}, \xi, \delta^{(\nu)}\}$ . Действительно, задав дополнительное условие  $\phi_5^{(\nu)}(z) = 0$  в виде, аналогичном /6/,

$$\phi_5^{(\nu)}(\xi, \vec{y}) \equiv (\vec{y}, \frac{d^2 \vec{y}}{dR^2} + (k_*^2 - \frac{J(J+1)}{R^2} - U) \vec{y}) = 0, \quad /15д/$$

а в качестве условия  $\phi_4^{(\nu)}(z) = 0$  используя условие нормировки

$$\phi_4^{(\nu)}(\xi, \vec{y}) \equiv (\vec{y}, \vec{y}) - 1 = 0, \quad /15г/$$

получаем в нелинейных функциональных уравнений  $\phi^{(\nu)}(z) = 0$ ,  $\nu = 1, 2, \dots, s$ , в которых компоненты  $\phi_\ell^{(\nu)} / \ell = 1, 2, \dots, 5/$  определены формулами /15/\*. Здесь  $\hat{U} = \{U_{ij}(R)\}$  - матрица потенциалов системы уравнений /15а/,  $k_*^2 = \{2M_i(\xi_* - E_i)\delta_{ij}\}$  - фиксированная, не зависящая от  $\nu$  диагональная матрица, а скалярное произведение определяется формулой  $(\vec{y}^{(\nu)}, \vec{y}^{(\nu)}) = \sum_{i=1}^N \int_{R_m} [y_i^{(\nu)}(R)]^2 dR$ .

Нетрудно видеть, что, определив корни уравнений /15/  $z_* = \{\vec{y}_*^{(\nu)}, \xi_*, \delta_*^{(\nu)}\}$  при  $\nu = 1, 2, \dots, s$ , мы тем самым решим многока-

\*Уравнения  $\phi^{(\nu)}(z) = 0$  связаны лишь числовым параметром  $\xi_*$ , что значительно упрощает их решение.

нальную задачу рассеяния для заданной энергии столкновения  $\xi = \xi_*$ , которая фиксируется условиями /15д/.

$T$ -матрица при  $\xi = \xi_*$  определяется из величин  $\vec{y}^{(\nu)} = \vec{y}_*^{(\nu)}$ ,  $\delta^{(\nu)} = \delta_*^{(\nu)}$  следующим образом:

$$T = \{t_{i\nu}\},$$

$$t_{\nu\nu} = \text{arctg} \delta^{(\nu)}, \quad t_{i\nu} = \sqrt{\frac{k_i}{k_\nu}} \cdot \frac{y_i^{(\nu)}(R_m) \cdot \sin(k_\nu R_m - \frac{\pi J}{2} + \delta^{(\nu)})}{y_\nu^{(\nu)}(R_m) \cdot \cos \delta^{(\nu)} \cdot \cos(k_i R_m - \frac{\pi J}{2})}, \quad /19/$$

где  $k_i = \sqrt{2M_i |\xi_* - E_i|}$ .

Здесь мы использовали асимптотические формулы /17/. Для решения уравнений  $\phi^{(\nu)}(z) = 0$  применим итерационную схему, изложенную в разд.1. Для этого в формулах /9/-/12/ достаточно произвести замену  $U(R) \rightarrow \hat{U}(R)$ ,  $f_1 \rightarrow \hat{f}_1^{(\nu)}$ ,  $f_2 \rightarrow \hat{f}_2^{(\nu)}$ ,  $y \rightarrow \vec{y}_n$ ,  $v_n \rightarrow \vec{v}_n$ ,  $\vec{v}_n \rightarrow \vec{v}_n$ , где матрицы  $\hat{U}$ ,  $\hat{f}_1^{(\nu)}$  и  $\hat{f}_2^{(\nu)}$  определены выше;  $\vec{y}_n$ ,  $\vec{v}_n$  и  $\vec{v}_n$  - вектор-функции размерности  $N$ .

Вычислив  $S$ -матрицу  $S = (1 + iT)(1 - iT)^{-1}$ , можем определить физические величины, характеризующие рассматриваемый процесс столкновения

$$\sigma_{i\nu}(k_i) = \frac{4\pi}{k_i^2} (2J+1)(1 - |S_{i\nu}|^2), \quad i, \nu = 1, 2, \dots, s. \quad /20/$$

Здесь  $\sigma_{ii}(k_i)$  - сечения упругого рассеяния в  $i$ -м канале,  $k_i = \sqrt{2M_i |\xi - E_i|}$  - импульс в канале,  $\xi - E_i$  - энергия столкновения в  $i$ -канале\*,  $\sigma_{i\nu}(k_i)$  - сечение реакции перехода из канала  $i$  в канал  $\nu$  при  $i \neq \nu$ .

#### 4. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Возможности метода продемонстрируем на примере задачи о медленных столкновениях в системе трех тел, отражающей основные особенности многоканального рассеяния /21/. Такая задача возникает, например, при количественном описании различных мезоатомных процессов /5, 22/, происходящих в смеси изотопов водорода. В частности, для количественного описания кинетики  $\mu$ -катализа /14/ ядерных реакций синтеза необходимо знать сечения упругого рассеяния  $\sigma_{aa}, \sigma_{bb}$  мезоатомов трития в различных состояниях сверхтонкой структуры  $(\zeta)_n$  на ядрах трития и сечения  $\sigma_{ab}, \sigma_{ba}$  переворота спина мезоатома в таких столкновениях:

\*Начало отсчета выбрано так, что энергия столкновения в первом канале равна  $\xi(E_1 = 0)$ .



$$\begin{array}{ccc} \psi_{\mu}(\uparrow\uparrow) + t & \xrightarrow{\sigma_{bb}} & \psi_{\mu}(\uparrow\uparrow) + t, \\ \sigma_{ab} & \searrow & \nearrow \sigma_{ba} \\ \psi_{\mu}(\uparrow\downarrow) + t & \xrightarrow{\sigma_{aa}} & \psi_{\mu}(\uparrow\downarrow) + t. \end{array}$$

/21/

В адиабатическом представлении задачи трех тел<sup>/5/</sup> эти реакции описываются системой уравнений /15а/, где эффективные потенциалы  $U_{ij}(R) = \begin{pmatrix} U_{iaja} & U_{iajb} \\ U_{ibja} & U_{ibjb} \end{pmatrix}$  определены в /23,13/, а волновые функции относительного движения ядер  $y_{ia}(R)$ ,  $y_{ib}(R)$  соответствуют в асимптотической области  $R \rightarrow \infty$  подсистемам  $\psi_{\mu}(\uparrow\downarrow) + t(a)$  и  $\psi_{\mu}(\uparrow\uparrow) + t(b)$ .

Особенностью данной задачи является наличие сильной связи каналов в пределе  $R \rightarrow \infty$ :  $U_{ij}(R) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \Delta E_{iaja} & 0 \\ 0 & \Delta E_{ibjb} \end{pmatrix}$  что, однако, не исключает возможности корректной постановки задачи рассеяния<sup>/13/</sup>, но приводит к усложнению граничных условий в точке  $R=R_m$ . Здесь рассматривается область малых энергий столкновения  $\epsilon < E_{2a2a}$ , в которой возможны лишь переходы  $t_{\mu 1s}(\uparrow\downarrow) \rightarrow t_{\mu 1s}(\uparrow\uparrow)$ . В этом случае /два открытых канала  $s = 1, 2/$  сохраняется форма /15в/ граничных условий  $\phi_3 = 0$ , а матрицы коэффициентов  $f_1^{(\nu)}$  и  $f_2^{(\nu)}$  принимают вид

$$\text{при } s = 1 \quad \{f_1^{(\nu)}(\epsilon, \delta^{(\nu)})\}_{ij} = \begin{cases} F_{ii}^{(\nu)} \delta_{ij}, & i = 1a, 2a, \dots, N-1 \text{ и } \nu = 1a, \\ \delta_{ij}, & i = 1b, 2b, \dots, N, \end{cases}$$

и  $f_2^{(\nu)}$  принимают вид

$$\{f_2^{(\nu)}(\epsilon, \delta^{(\nu)})\}_{ij} = \begin{cases} -\frac{d}{dR} F_{ii}^{(\nu)} \delta_{ij}, & i = 1a, 2a, \dots, N-1 \quad \nu = 1a, \\ |k_i| \delta_{ij}, & i = 1b, 2b, \dots, N, \end{cases} \quad /22/$$

где

$$F_{ii}^{(\nu)} = \theta(i-s) \left[ \delta_{iv} \sin(k_i R - \frac{\pi}{2} J + \delta^{(i)}) + (1 - \delta_{iv}) \cos(k_i R - \frac{\pi}{2} J) + (1 - \theta(i-s)) \left[ \delta_{iv} \cos(k_i R - \frac{\pi}{2} J + \delta^{(i)}) - (1 - \delta_{iv}) \sin(k_i R - \frac{\pi}{2} J) \right] \right];$$

$$\text{при } s = 2 \quad \{f_1^{(\nu)}(\epsilon, \delta^{(\nu)})\}_{ij} = F_{ii}^{(\nu)} \delta_{ij}; \quad \{f_2^{(\nu)}(\epsilon, \delta^{(\nu)})\}_{ij} = -\frac{d}{dR} F_{ii}^{(\nu)} \delta_{ij},$$

где  $i = 1a, 1b, 2a, \dots, N$  и  $\nu = 1a, 1b$ .

При получении этих формул использованы лишь главные члены асимптотических разложений<sup>/20/</sup> для функций  $y_i^{(\nu)}(R)$ , что следует принимать во внимание при численных расчетах.

Другой важной особенностью задачи является необходимость учета большого числа закрытых каналов /~300/, существенно влияющих на сечения процессов /21/ /13/.

На рис.2 и 3 представлены s-волновые сечения реакций /21/ и элементы T-матрицы, вычисленные для случаев  $N=2$ ,  $N=20$  и  $N=N_{max}=260$  уравнений в системе /15а/, что соответствует учету одной / $\mu=1$ /, трех / $\mu=3$ / оболочек дискретного, трех оболочек дискретного и четырех непрерывного / $\mu=3$ ,  $|1\rangle |2\rangle |3\rangle |4\rangle$ / спектров задачи двух центров<sup>/5/</sup>. Матрица потенциалов в системе уравнений /15а/ заполнена так же, как и в работе /1/.

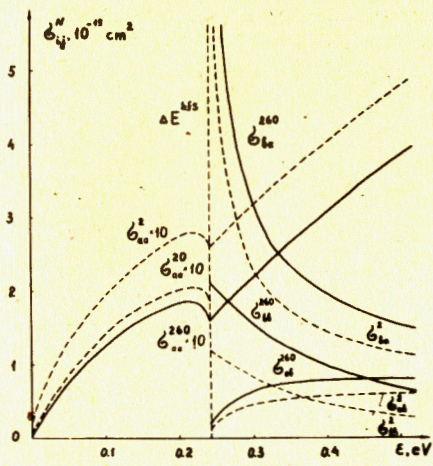


Рис.2. Сечения реакций /21/  $\sigma_{ij}^N$  при  $J=0$ . Расчет приведен для случаев  $N=2$ , 20 и  $N=N_{max}=260$  уравнений в системе /15а/, на разностной сетке  $\{R_i\}$ : 0, 1/0, 1/20/1/, 150.

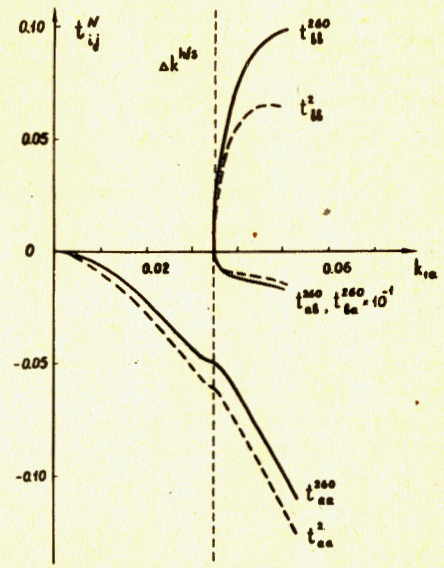


Рис.3. T-матрица рассеяния  $\{t_{ij}^N\}$ .

Для решения задачи /15/ в случае  $N=20$  применялась вычислительная схема /9/-/12/. Поскольку численный метод достаточно устойчив к ошибкам в начальном приближении, оно задавалось в простом виде  $y_{i0} = \delta_{ii} y_0$ , где  $y_0(R)$  те же, что и в одноканальном случае /разд.2/. Решение задачи /15/ при  $N=20$  использовалось в качестве начального приближения для решения задачи при  $N=N_{max}$ . По мере улучшения приближений к искомому решению задачи /21/ при  $N \rightarrow \infty$  модифицировалась вычислительная схема  $\phi_{z_n}^{(\nu)}(z_n) \rightarrow \phi_{z_0}^{(\nu)}(z_0)$  /1/ для сокращения вычислений.



Достигнутая точность ~5% определяется точностью разностной схемы, выбором границы интегрирования и учетом вклада высших состояний адиабатического базиса ( $N > N_{\max}$ ). Для решения краевых задач /11/ использовались алгоритмы, изложенные в /19,1/, с конечно-разностной аппроксимацией  $\|\phi^{(\nu)} - \phi_h^{(\nu)}\| \sim O(h^2)$  дифференциальных операторов  $\phi^{(\nu)}$ , которые допускают уточнение до  $O(h^4)^{1/24}$ . Учет отброшенных высших состояний /экстраполяция к значению  $N \rightarrow \infty$ / может быть проведен аналогично /25/. Результаты расчета для случая  $N = 2$  совпадают с относительной точностью  $10^{-3} - 10^{-4}$  с расчетом по методу фазовых функций /26/ по всей рассматриваемой области энергий, а также с результатами работы /13/ в области ниже порога  $\xi < E_{1b} = \Delta E^{hfs}$  в случае  $N > 2$ .

Отличительной особенностью реакции /21/ является резкая зависимость сечений  $\sigma_{ij}(\xi)$  от энергии столкновения вблизи порогов  $\xi \sim E_{1a} = 0$  и  $\xi \sim E_{1b} = \Delta E^{hfs}$ , а также аномально малая величина сечения  $\sigma_{aa}$  при  $\xi \rightarrow 0$ . Отметим также пороговую особенность в точке  $\xi = \Delta E^{hfs} = 0,241$  эВ, которая сохраняется при расширении системы уравнений  $N \rightarrow \infty$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развит метод решения многоканальной задачи рассеяния с большим числом закрытых каналов / ~300/. Задача рассеяния сформулирована как нелинейное уравнение. Для его решения применен непрерывный аналог метода Ньютона, эффективность которого продемонстрирована в различных задачах, и теоретически исследованы условия его локальной сходимости /3/.

Данный подход позволяет решать задачу о неупругих столкновениях составных частиц при наличии сильной связи различных каналов реакции /которая может носить дальнедействующий характер/. Он дает возможность единым образом описывать в широкой области вещественных значений энергии различные явления /резонансы в сечении, пороговые особенности, эффект Рамзауэра и т.д./ и влияние на них закрытых каналов. Наиболее эффективно использование метода при малых энергиях столкновений, когда в сечения реакции вносят вклад лишь несколько парциальных волн. Проведенные расчеты неупругих столкновений в системе трех заряженных частиц демонстрируют его возможности.

В заключение выражаю благодарность Л.И.Пономареву и И.В.Пузынину за постоянное внимание и многочисленные обсуждения, С.И.Виницкому, Я.Возняку, А.Гуле, М.Касчиеву, Л.И.Меньшикову, Л.Н.Сомову и М.П.Файфману - за полезные обсуждения на различных этапах работы и разностороннюю помощь.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Melezhik V.S. et al. J.Comp.Phys., 1984, 54, p. 221.
2. Гавурин М.К. Изв. вузов. Математика, 1958, 5/6/, с. 18.
3. Жидков Е.П., Макаренко Г.И., Пузынин И.В. Непрерывный аналог метода Ньютона в нелинейных задачах физики, ЭЧАЯ, 1973, т.4, вып. 1, с. 127.
4. Bellman R.E., Kalaba R.E. "Quasilinearization and Nonlinear Boundary-Value Problems". Amer.Elsevier, New York, 1965.
5. Виницкий С.И., Пономарев Л.И. ЭЧАЯ, 1982, т. 13, вып.6, с. 1336.
6. Бэрк П., Ситон М. В сб.: Вычислительные методы в физике атомных и молекулярных столкновений. "Мир", М., 1974.
7. Fano U. Phys.Rev., 1981, A24, p. 2402.
8. Norkross D.W., Seaton M.J. J.Phys.B, 1973, 6, p. 614.
9. "Proceedings of NRCC Workshop a Algorithms and Computer Codes for Atomic and Molecular Quantum Scattering". ed. L.Thomas, vol. 1, LBL-9501, 1979.
10. Ponomarev L.I., Puzynin I.V., Puzynina T.P. J.Comp.Phys., 1973, 13, p.1.
11. Ponomarev L.I. et al. Annals of Phys, 0 1978, 110, No 2, p.274.
12. Shore B.W. J.Phys.B., 1974, 7, p. 2502.
13. Мележик В.С., Пономарев Л.И., Файфман М.П, ЖЭТФ, 1983, 85, с. 434.
14. Ponomarev L.I. Muon Catalyzed fusion Proceedings of the Third International Conference on Emerging Nuclear Energy Systems, June 1983, Helsinki, Finland. Atomkernenergie, 1983, vol. 43(3), p. 175.
15. Пузынин И.В. Автореферат докторской диссертации, 11-12016, Дубна, 1978.
16. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. "Наука", М., 1977.
17. Виницкий С.И. и др. ЖЭТФ, 1980, 79, с. 698.
18. Виницкий С.И., Пузынин И.В. ОИЯИ, P11-10802, Дубна, 1977.
19. Виницкий С.И. и др. ОИЯИ, P11-12787, P11-12788, Дубна, 1979.
20. Ponomarev L.I., Somov L.N., Vukajlovic F.R. J.Phys.B., 1980, 14, p. 591.
21. Мотт Н.Ф., Месси Г.Ю. Теория атомных столкновений. "Мир", М., 1969; Тейлор Д.Р. Теория рассеяния. "Мир", М., 1976.
22. Gerstein S.S., Ponomarev L.I. Mesomolecular Processes Induced by  $\mu^-$  and  $\pi^-$  Mesons. In: Muon Physics, Eds. V.Hughes and C.S.Wu. Academic Press, New York, London, 1975, vol. III.
23. Ponomarev L.I., Puzynina T.P., Truskova N.F. J.Phys.B, 1977, 10, p. 1335.
24. Мележик В.С., Сомов Л.Н. ОИЯИ, P11-81-856, Дубна, 1981.



- Виницкий С.И., Пузынин И.В., Пузынина Т.П. ОИЯИ, Р11-82-428, Дубна, 1982.
25. Виницкий С.И., Мележик В.С., Пономарев Л.И. ЖЭТФ, 1982, 82, с. 670.
26. Файфман М.П. ЯФ, 1977, 26, с. 434.

## НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 сентября 1984 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований



В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

- Physics of elementary particles and atomic nuclei.
- Theoretical physics.
- Experimental techniques and methods.
- Accelerators.
- Cryogenics.
- Computing mathematics and methods.
- Solid state physics. Liquids.
- Theory of condensed matter.
- Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

*JINR Rapid Communications* will be issued regularly.



Мележик В.С.

P4-84-643

Непрерывный аналог метода Ньютона в многоканальной задаче рассеяния

Предложен и реализован численный метод решения многоканальной задачи рассеяния с большим числом закрытых каналов ( $\sim 300$ ). Задача рассеяния сведена к нелинейному функциональному уравнению, которое решается с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. Возможности предлагаемого подхода демонстрируются на примере решения одноканальной задачи, имеющей аналитическое решение, и многоканальной задачи рассеяния, возникающей при рассмотрении неупругих столкновений в системе трех тел. Вычислены сечения рассеяния мезоатомов трития в синглетном и триплетном состояниях сверхтонкой структуры на ядрах трития, а также сечения переворота спина мезоатома в таких столкновениях.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод автора

Melezhik V.S.

P4-84-643

Continuous Analog of Newton Method in the Multichannel Scattering Problem

A method is presented for a numerical solution of the multichannel scattering problem with a large number of closed channels ( $\sim 300$ ). The scattering problem is reduced to a nonlinear functional equation which is subsequently solved using the continuous analog of Newton method. The efficiency of the approach is demonstrated by solving the one-channel scattering problem for which an analytic solution exists and a multichannel problem arising in the consideration of inelastic collisions in a three-body system. In particular, the scattering cross sections of tritium mesic atoms in the singlet and triplet states of the hyperfine structure including the spin-flip cross sections are calculated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984