

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P4-84-475

И.Н.Михайлов, П.Н.Усманов, М.М.Чариев

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ  
ИЗ ОКТУПОЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ  
В ЯДРАХ  $^{158}\text{Dy}$  И  $^{168}\text{Er}$

1984

В настоящее время накоплен достаточно обширный экспериментальный материал, включающий данные по спектрам состояний отрицательной четности и вероятностям электрических переходов для ядер редкоземельной области<sup>/1-11/</sup>. В связи с этим представляет интерес распространить использование модели<sup>/12-14/</sup> для анализа свойств ядер в данной области.

В предполагаемой работе оцениваются отношения приведенных вероятностей  $E1$ -переходов  $R_{IK}$  из коллективных состояний отрицательной четности в состояния основной вращательной полосы в ядрах  $^{158}\text{Dy}$ ,  $^{168}\text{Er}$ . С этой целью определяются инерционные параметры вращающегося остова, с помощью которых описываются спектры октупольно-вибрационных состояний. Далее, используя параметры, полученные при описании спектра, вычисляют  $R_{IK}$ .

## 1. МОДЕЛЬ

Гамильтониан вращающегося ядра выбираем в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{int}} + \hat{H}(\hat{R}^2), \quad /1/$$

где  $H_{\text{int}} = \sum_k \omega_k b_k^+ b_k$  - внутренняя часть гамильтониана,  $b_k^+$  и  $b_k$  - фоновые операторы.  $\hat{H}(\hat{R}^2)$  описывает вращательную энергию ядра и зависит сложным образом от коллективного углового момента

$$\hat{R}^2 = (\hat{I} - \hat{j})^2, \quad /2/$$

где  $I$  - полный и  $j$  - внутренний угловые моменты. Волновые функции полного гамильтониана /1/ имеют вид

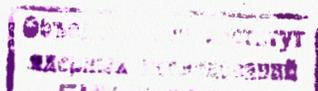
$$\Psi(I, M) = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \sum_{K=0}^3 \tilde{\Psi}_{\nu}^I(K) \{D_{MK}^I(\Omega) + (-1)^{I+K} D_{M-K}^I(\Omega) \hat{R}_y(\pi)\} |b_K^+|0\rangle, \quad /3/$$

где  $\tilde{\Psi}_{\nu}^I(K)$  - амплитуды смешивания состояний,  $D_{MK}^I(\Omega)$  - функции Вигнера,  $\hat{R}_y(\pi)$  - оператор поворота на угол  $\pi$  вокруг оси  $Y$ ;  $\nu$  - номер полосы.

Для  $\hat{H}(\hat{R}^2)$  используем следующее высокоспиновое приближение:

$$\hat{H}(\hat{R}^2) = \hat{H}_{\text{rot}}(I(I+1)) - \omega_{\text{rot}}(I) \cdot \hat{j}_x, \quad /4/$$

где  $\omega_{\text{rot}}(I)$  - частота вращения остова, определенная как



$$\omega_{\text{rot}}(\tilde{I}) = \frac{dE(\tilde{I})}{d\tilde{I}}, \quad /5/$$

где  $\tilde{I} = \sqrt{I(I+1)}$ ,  $E(\tilde{I}) = H_{\text{rot}}(I(I+1))$ .

Для матричных элементов  $(\hat{j}_x)_{K,K'}^\sigma$  между однофононными состояниями имеем

$$(\hat{j}_x)_{K,K'}^\sigma = (\hat{j}_x)_{K',K}^\sigma = -\sqrt{\frac{(3-K)(3+K+1)}{(1+\delta_{K,0})}} \left\{ \frac{1+(-1)^{(I+1)\delta_{K,0}}}{2} \right\} \eta_{K'} \delta_{K,K'-1} /6/$$

где  $\sigma = +1$  - сигнатура состояния. Свойство симметрии волновой функции /7/ приводит к следующему правилу отбора:  $(-1)^{I\sigma} = 1$ . Параметры  $\eta_K$  описывают ослабления кориолисова взаимодействия между однофононными состояниями. Подкоренное выражение в /6/ соответствует чистым колебаниям сферической поверхности фононных состояний с  $\lambda = 3$ .

После описанных приближений гамильтониан /1/ имеет вид

$$\hat{H} = E_{\text{core}}(\tilde{I}) \delta_{K,K'} + H_{KK'}^\sigma, \quad /7/$$

где

$$H_{KK'}^\sigma = \omega_K \delta_{K,K'} - \omega_{\text{rot}}(\tilde{I}) (\hat{j}_x)_{K,K'}^\sigma. \quad /8/$$

Диагонализуя матрицу /8/, вычисляем энергию  $\epsilon_\nu^\sigma$  и волновую функцию  $\Psi_{\nu,K}^\sigma$  состояний отрицательной четности. Полная энергия состояния определяется следующим образом:

$$E_\nu^\sigma(\tilde{I}) = E_{\text{core}}(\tilde{I}) + \epsilon_\nu^\sigma(\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})) = E_{\text{core}}(\tilde{I}) - \omega_{\text{rot}}(\tilde{I}) \langle \Psi_\nu^\sigma | \hat{j}_x | \Psi_\nu^\sigma \rangle + \langle \Psi_\nu^\sigma | \sum_{K=-3}^3 \omega_K |b_K^+ b_K| | \Psi_\nu^\sigma \rangle. \quad /9/$$

Правая часть уравнения /9/ содержит функцию  $E_{\text{core}}(\tilde{I})$  и зависит также от  $\omega_{\text{rot}}(\tilde{I}) = dE_{\text{core}}(\tilde{I})/d\tilde{I}$ . Это уравнение можно рассматривать как дифференциальное уравнение, которое позволяет определить  $E_{\text{core}}(\tilde{I})$ , если известна из эксперимента его левая часть  $E_\nu^\sigma(\tilde{I})$ . Дифференцируя /9/ по  $\tilde{I}$ , получим следующее дифференциальное уравнение относительно угловой частоты вращения остова  $\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})$ .

$$\frac{d\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})}{d\tilde{I}} = \frac{\omega_{\text{rot}}(\tilde{I}) - \omega_{\text{eff}}^\nu(\tilde{I})}{(j)_\nu^\sigma}, \quad /10/$$

где

$$\omega_{\text{eff}}^\nu(\tilde{I}) = \frac{dE_\nu^\sigma(\tilde{I})}{d\tilde{I}} = \frac{1}{2} \{ E_\nu^{\text{ЭК}}(I+1) - E_\nu^{\text{ЭК}}(I-1) \},$$

и выстроенный угловой момент определен как

$$(j_x)_\nu^\sigma = -\frac{d\epsilon_\nu^\sigma(\omega_{\text{rot}}(\tilde{I}))}{d(\omega_{\text{rot}}(\tilde{I}))} = \langle \Psi_\nu^\sigma | \hat{j}_x | \Psi_\nu^\sigma \rangle = -2 \{ \sqrt{8} \eta_0 \tilde{\Psi}_\nu^\sigma(0) \Psi_\nu^\sigma(1) + \sqrt{\frac{5}{2}} \eta_1 \tilde{\Psi}_\nu^\sigma(1) \tilde{\Psi}_\nu^\sigma(2) + \sqrt{\frac{3}{2}} \eta_2 \tilde{\Psi}_\nu^\sigma(2) \tilde{\Psi}_\nu^\sigma(3) \}. \quad /11/$$

Правильный выбор начального условия для  $\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})$  соответствует одновременно решению уравнений /9/ и /10/ с одной и той же функцией  $\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})$  и с функцией  $E_{\text{core}}(\tilde{I})$ , равной

$$E_{\text{core}}(\tilde{I}) = E_0 + \int_{\tilde{I}_0}^{\tilde{I}} \omega_{\text{rot}}(\tilde{I}') d\tilde{I}'. \quad /12/$$

Расчеты проделаны для нескольких начальных значений  $\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})$  при наименьшем из значений  $I/I_0 = 2/$ . Будем искать решение уравнения /10/ с начальным значением  $\omega_{\text{rot}}(I_0)$ , при котором функция

$$J_{\text{core}}(\tilde{I}) = \frac{\tilde{I}}{\omega_{\text{rot}}(\tilde{I})} \text{ линейна по } \omega_{\text{rot}}^2(\tilde{I}).$$

## §2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Расчеты проведены для ядер редкоземельной области  $^{158}\text{Dy}$  и  $^{168}\text{Er}$ . Дифференциальное уравнение /10/ решено для октупольной вращательной полосы с  $K^\pi = 1^-$ . Невозмущенные энергии возбуждения фононных состояний  $\omega_K$  и коэффициенты ослабления кориолисова взаимодействия  $\eta_K$ , являющиеся параметрами модели, подбирались как в /12/ из условия наилучшего согласия состояний отрицательной четности с экспериментом /см. табл.1/. Кроме этих параметров, в табл.1 также приводятся инерционные параметры  $J_0, J_1 (J_{\text{core}}^{\text{I}} = J_0 + J_1 \cdot \omega_{\text{rot}}^2)$ , полученные при решении дифференциального уравнения /10/, а также начальные значения  $\omega_{\text{rot}}(I_0=2)$  для уравнения /10/.

На рис.1 и 2 показаны спектры, вычисленные в рамках описанной модели, и дается сравнение с экспериментальными значениями спектров для  $^{158}\text{Dy}/6-11/$  и  $^{168}\text{Er}/1-5/$  соответственно. Из этих рисунков видно, что модель качественно описывает не только полосу с  $K^\pi = 1^-$  /так как дифференциальное уравнение /10/ решено для этой полосы/, но полосы с  $K^\pi = 0^-, 2^-$  и  $3^-$ .

Заметные отклонения от экспериментальных значений энергии в полосе  $K^\pi = 2^-$  с  $I = 4, 5, 6$  и ядре  $^{168}\text{Er}$  можно объяснить с помощью кориолисовой связи  $K^\pi = 2^-$  со вторыми полосами  $K^\pi = 1^-$  и  $3^-$ , которых мы не учитывали в расчетах /см. рис. 17 в /1/ /.

Таблица I.

ЯДРО	$\omega_k$				$\eta_i$			$\mathcal{J}_i$	
	$0^-$	$1^-$	$2^-$	$3^-$	$\eta_0$	$\eta_1$	$\eta_2$	$\mathcal{J}_0$	$\mathcal{J}_1$
$^{158}\text{Dy}$	1,590	1,440	1,318	2,313	0,49	0,35	1,0	49.	237,5
$^{168}\text{Er}$	1,750	1,358	1,460	1,420	0,75	0,35	0,60	39.	650

$\omega_k$  - невозмущенные энергии фоновых состояний;  
 $\eta_i$  - коэффициенты ослабления кориолисова взаимодействия;  
 $\omega_{rot} (\mathcal{I}_p=0)$  - начальное значение  $\omega_{rot}$  при решении уравнения (10);  
 $\mathcal{J}_0, \mathcal{J}_1$  - инерционные параметры вращающегося остова.

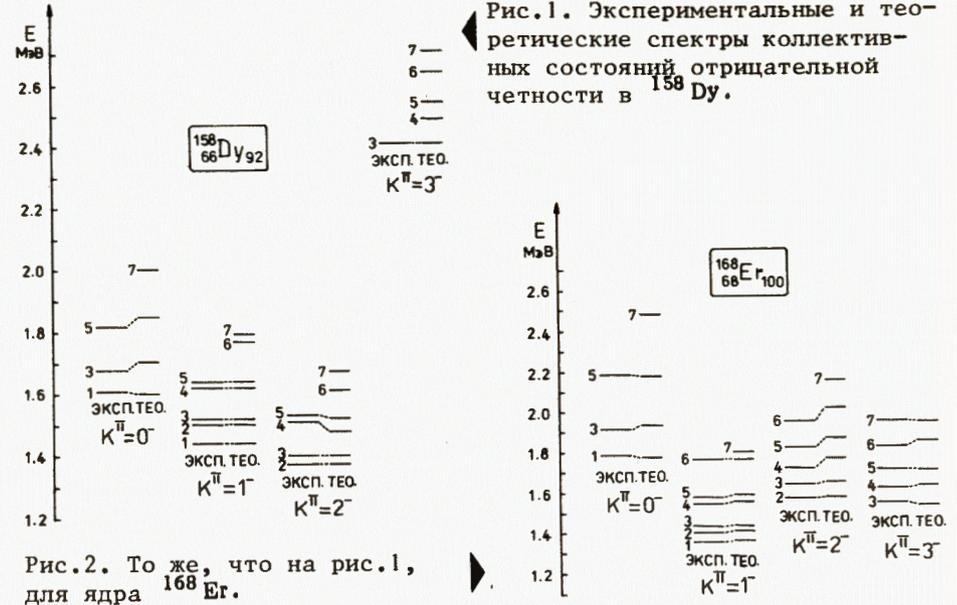


Рис.2. То же, что на рис.1, для ядра  $^{168}\text{Er}$ .

### 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ E1-ПЕРЕХОДЫ ИЗ ОКТУПОЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

Приведенная вероятность E1-перехода из октупольных состояний  $IK^\pi$  в состояния  $I \pm 1gr$  основной вращательной полосы имеет вид /14/:

$$\begin{aligned}
 B(E1, IK^\pi \rightarrow I \pm 1gr) = & (2I+1) [\tilde{\Psi}_0^{IK} \langle I010 | I \pm 10 \rangle (-m_0 \sin \phi_0) + \\
 & + \tilde{\Psi}_1^{IK} \langle I11-1 | I \pm 10 \rangle (-m_0 \sin \phi_1)]^2. \quad /13/
 \end{aligned}$$

Используя явные выражения для коэффициентов Клебша-Гордона /15/, можно написать следующее отношение для /13/:

$$R_{IK}^{Фен} = \frac{B(E1, IK^\pi \rightarrow I+1gr)}{B(E1, IK^\pi \rightarrow I-1gr)} = \frac{|\tilde{\Psi}_0^{IK} \sqrt{I+1} - \tilde{\Psi}_1^{IK} \sqrt{I \cdot Z}|^2}{|\tilde{\Psi}_0^{IK} \sqrt{I} + \tilde{\Psi}_1^{IK} \sqrt{I+1} \cdot Z|^2}, \quad /14/$$

где  $Z = \sin \phi_1 / \sin \phi_0$  и связан с коэффициентами ослабления кориолисова взаимодействия в /6/ соотношениями /14/

$$\eta_0 = \cos \phi_0 \cos \phi_1 + \frac{1}{\sqrt{6}} \sin \phi_0 \sin \phi_1, \quad \eta_1 = \cos \phi_1, \quad \eta_2 = 1. \quad /15/$$

Следовательно, из полученных значений  $\eta_i$  при подгонке энергии состояний отрицательной четности можно вычислить параметры Z, которые оказались в рамках модели равными  $Z^E = 0,9666$  для  $^{158}\text{Dy}$  и  $Z^E = 0,9383$  для  $^{168}\text{Er}$ .

Отношения приведенных вероятностей E1-переходов в <sup>158</sup>Dy Таблица 2

$I_i K_i^\pi$	$I_f K_f^\pi$	$R_{IK}^{эксп.}$	$R_{IK}^{фен.}$	$R_{IK}^{микр.}$
$10^-_I$	$00^+_I$ $20^+_I$	4,587	1,045	27,876
$30^-_I$	$20^+_I$ $40^+_I$	-	0,211	1,324
$11^-_I$	$00^+_I$ $20^+_I$	1,052	1,003	477,366
$31^-_I$	$20^+_I$ $40^+_I$	0,689	3,743	4,249
$32^-_I$	$20^+_I$ $40^+_I$	0,537	1,910	3,405
$52^-_I$	$40^+_I$ $60^+_I$	0,754	2,888	-
$33^-_I$	$20^+_I$ $40^+_I$	1,854	0,515	0,545

Вычисленные значения  $R_{IK}^{фен.}$  с  $Z^E$  из состояний октупольных вибрационных полос приведены в четвертом столбце табл. 2 и 3 для <sup>158</sup>Dy и <sup>168</sup>Er соответственно. В этих таблицах также даются сравнения со значениями  $R_{IK}^{эксп.}$  /3-й столбец/, извлеченными из экспериментальных данных

$$R_{IK}^{эксп.} = \frac{B(E1, IK^\pi \rightarrow I+1g^\pi)^{эксп.}}{B(E1, IK^\pi \rightarrow I-1g^\pi)^{эксп.}}$$

/16/

Отношения приведенных вероятностей E1-переходов в <sup>168</sup>Er Таблица 3

$I_i K_i^\pi$	$I_f K_f^\pi$	$R_{IK}^{эксп.}$	$R_{IK}^{фен.}$	$R_{IK}^{микр.}$
$10^-_I$	$00^+_I$ $20^+_I$	1,759	1,188	0,097
$30^-_I$	$20^+_I$ $40^+_I$	1,716	0,383	0,036
$50^-_I$	$40^+_I$ $60^+_I$	0,805	0,219	0,055
$11^-_I$	$00^+_I$ $20^+_I$	2,867	0,897	20,048
$31^-_I$	$20^+_I$ $40^+_I$	0,249	2,930	$1,4 \cdot 10^{-5}$
$51^-_I$	$40^+_I$ $60^+_I$	1,186	5,212	0,131

и с вычисленными  $R_{IK}^{микр.}$  /5-й столбец/ в рамках микроскопической модели<sup>16/</sup>. Из таблиц видно, что феноменологические значения  $R_{IK}^{фен.}$  существенно ближе к экспериментальным значениям  $R_{IK}^{эксп.}$ , чем микроскопические  $R_{IK}^{микр.}$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение можно отметить, что используемая в данной работе феноменологическая модель, разработанная для ядер актинидной области, дает более хорошее согласие с экспериментом по сравнению с микроскопической моделью. Тем не менее, феноменологическая модель описывает отношение  $R_{IK}$  для редкоземельной области хуже, чем в случае актинидов. Это может быть связано с тем, что в нашей схематической модели учтены только нижние полосы с  $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$ , тогда как в ядрах редкоземельной области

экспериментально наблюдаются несколько полос с  $K^\pi=1^-, 2^-$  и  $3^-$ , расположенных близко друг к другу. При этом возможно кориолисово смешивание, которое может повлиять на результат вычисления  $R_{IK}$ . Поэтому для более точного описания  $R_{IK}$  в ядрах редкоземельной области необходимо учесть все известные из эксперимента полосы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Davidson W.F. et al. J.Phys.G., 1981, 67, p. 455.
2. Davidson W.F. et al. Proc. of Int. Conf. on Nucl.Phys., Florence, 1983.
3. Gunther G.E. et al. Phys.Rev., 1967, 153, p. 1297.
4. Koch H.R. Z.Phys., 1966, 192, p. 142.
5. Бегжанов Р.Б., Беленький В.М. "Гамма-спектроскопия атомных ядер", "Фан", Ташкент, 1980.
6. Anderson D.L. et al. Phys.Rev., 1978, C18, p. 383.
7. Ruth T.J., Brenner P.S. Phys.Rev., 1975, C11, p. 974.
8. Александров А.А. и др. Изв. АН СССР, сер.физ., 1974, т. 38, с. 2487; 1975, т. 39, с. 458.
9. Абдуразаков А.А. и др. Изв. АН СССР, сер.физ., 1968, т. 32, с. 749.
10. Tuli J.K. Nucl.Data. Sheets, 1974, 12, p. 245.
11. Ronning R.M. et al. Phys.Rev., 1982, C26, p. 97.
12. Михайлов И.Н. и др. ЯФ, 1983, т.38, вып. 2/8/, с. 297; JINR, E4-82-488, Dubna, 1982.
13. Michailov I.N. et al. Lecture of the 1982 International Summer School of Nuclear Physics, Poiana Brasov, Romania, World Scientific, 1982, p. 263.
14. Михайлов И.Н. и др. В сб.: "Свойства деформированных ядер". Лекция X Всесоюзной школы по ядерной физике. "Фан", Ташкент, 1983, с. 283.
15. Варшалович Д.А. и др. Квантовая теория углового момента, "Наука", М., 1975.
16. Квасил Я. и др. ОИЯИ, P4-83-730, 1983; Изв. АН СССР, сер.физ., 1984, т. 48, №5, с. 844.

Рукопись поступила в издательский отдел  
17 августа 1984 года.

Михайлов И.Н., Усманов П.Н., Чариев М.М. P4-84-475  
Электрические переходы из октупольных состояний в ядрах  $^{158}\text{Dy}$  и  $^{168}\text{Er}$

Для изучения характеристик низколежащих состояний отрицательной четности в ядрах  $^{158}\text{Dy}$  и  $^{168}\text{Er}$  используется феноменологическая модель. Описываются спектры октупольных полос и отношения приведенных вероятностей  $E1$ -переходов. Вычисленные энергии уровней, отношения величин  $B(E1)$  сравниваются с экспериментальными данными и вычисленными значениями по микроскопической модели. Результаты нашей модели показывают, что простая феноменологическая модель описывает экспериментальные данные более удовлетворительно, чем микроскопическая модель. С этой моделью, первоначально использованной для актинидов, можно получить хорошие результаты и для ядер редкоземельной области.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Mikhailov I.N., Usmanov Ph.N., Chariev M.M. P4-84-475  
Electrical Transitions from Octupole States in  $^{158}\text{Dy}$  and  $^{168}\text{Er}$  Nuclei

The phenomenological model is used for the study of the characteristics of low-lying states of negative parity in  $^{158}\text{Dy}$  and  $^{168}\text{Er}$ . The spectra of octupole bands and reduced probabilities of  $E1$ -transitions are discussed. Calculated level energies and  $B(E1)$  values are compared with experimental ones and also with the results of microscopic model. Results of our model show that the simple phenomenological model describes the experimental data better than the microscopic model. With this phenomenological model firstly introduced for actinides, it is possible to obtain good results for rare earth region as well.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984