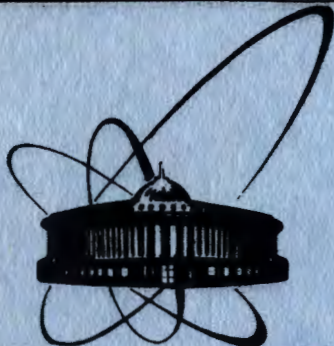


84-45

28/IV-84



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

2120/84

P4-84-45

В.Г.Зинов, Л.Н.Сомов, В.В.Фильченков

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО РЕГИСТРИРУЕМЫЕ  
СОБЫТИЯ  
ПРОЦЕССА МНОЖЕСТВЕННОГО  
МЮОННОГО КАТАЛИЗА

Направлено в журнал  
"Атомная энергия"

1984

При экспериментальном исследовании процесса множественного мюонного катализа реакций синтеза ядер изотопов водорода возникает задача анализа интегральных выходов и временных распределений последовательно регистрируемых событий указанных реакций. В /1/, где рассмотрена кинетика процесса мю-катализа в дейтерии, тритии и в смеси  $D_2 + T_2$ , были получены выражения для временных распределений всех циклов катализа, вызываемых одним и тем же мюоном. Между тем при исследовании сложных процессов, таких, как мю-катализ реакции  $d + t$  в смеси  $D_2 + T_2$ , для определения всех искомых параметров недостаточно только регистрировать все события, а следует включать в анализ также временные распределения первых, вторых или одиночных событий. В более простых случаях использование такого рода дополнительной информации позволяет найти параметры исследуемого процесса без использования эффективности регистрации продуктов реакций мю-катализа /2/ /сама эффективность также может быть определена/.

Целью настоящей работы является нахождение выражений для выходов и временных распределений первых, вторых и т.д. событий реакций мю-катализа, регистрируемых с эффективностью  $\epsilon < 1$ . Простейший случай, когда процесс мю-катализа характеризуется всего двумя параметрами: скоростью образования мюонных молекул и вероятностью прилипания мюона к одному из продуктов реакции, был рассмотрен нами в /2/. Здесь мы будем анализировать мю-катализ реакции  $t + t$  в тритии:



где теперь будет учтена скорость  $\lambda_f^{tt}$  реакции  $t + t$  /в /2/ полагалось, что  $\lambda_f^{tt} \gg \lambda_{t\mu}$  /, и мю-катализ реакции



в смеси  $D_2 + T_2$ .

Общая схема процесса множественного мюонного катализа приведена на рис.1. Мюон последовательно вызывает периодически повторяющуюся цепочку процессов /циклов/, оканчивающихся интересующей нас реакцией синтеза, продукты которой регистрируются в эксперименте. В результате реакции /в конце цикла/ образуются продукты синтеза, а сам мюон с вероятностью  $|1 - \omega|$  освобождается и вызывает новый цикл мю-катализа.

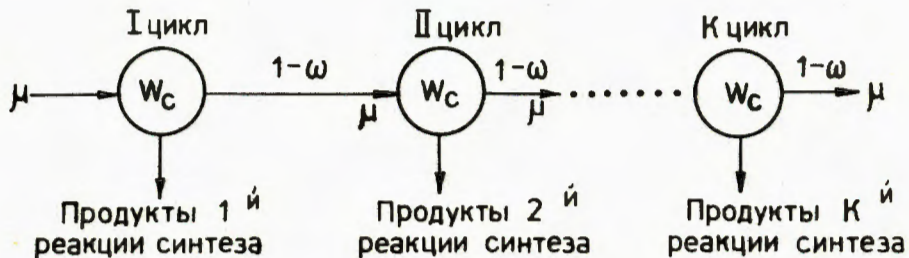


Рис.1. Общая схема процесса множественного мюонного катализа.

Будем обозначать через  $f_k(t)$  временное распределение числа реакций  $k$ -го цикла и через  $F(t)$  - суммарное временное распределение числа реакций всех циклов:

$$F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} (1-\omega) \bar{f}_k(t), \quad /3/$$

где  $\bar{f}_k(t)$  не зависят от  $\omega$ . Интегралы от этих функций:  $n_k = \int_0^{\infty} f_k(t) dt$  - число реакций для цикла  $k$  и  $N = \int_0^{\infty} F(t) dt$  - суммарное число реакций во всех циклах /средняя множественность/. Как обычно /1/, функции  $f_k(t)$  и  $F(t)$  нормированы на начальное число мюонов  $N_{\mu}(t=0) = 1$ .

Вероятность реакции  $W_c$  в цикле, очевидно, одинакова для каждого цикла ( $W_c = n_1$ ), а относительное число мюонов в начале  $k$ -го цикла есть  $N_{\mu}(k) = [W_c(1-\omega)]^{k-1}$ , поэтому выход  $n_k$ , то есть число реакций, отнесенное к числу мюонов в начале первого цикла,

$$n_k = n_1^k (1-\omega)^{k-1}. \quad /4/$$

Полный выход

$$N = \sum_{k=1}^{\infty} n_k = n_1 \sum_{m=0}^{\infty} [n_1(1-\omega)]^m = \frac{n_1}{1 - (1-\omega)n_1}. \quad /5/$$

Если продукты реакции синтеза регистрируются с эффективностью  $\epsilon < 1$ , то временное распределения  $f_k^{\text{эксп}}(t)$  последовательно регистрируемых событий, очевидно, не совпадут с "физическими" распределениями  $f_k(t)$ . Функция  $f_1^{\text{эксп}}(t)$  может быть найдена /2/ в виде разложения

$$f_1^{\text{эксп}}(t) = \epsilon \sum_{k=1}^{\infty} (1-\epsilon) f_k(t), \quad /6/$$

с помощью которого можно определить экспериментальный выход первых зарегистрированных событий:

$$n_1^{\text{эксп}} = \int_0^{\infty} f_1^{\text{эксп}}(t) dt = \epsilon \sum_{k=1}^{\infty} (1-\epsilon)^{k-1} n_k = \frac{\epsilon n_1}{1 - (1-\beta)n_1}, \quad /7/$$

где  $\beta = \epsilon + \omega - \epsilon\omega$ . Так как функция  $f_1^{\text{эксп}}(t)$  совпадает с распределением временных интервалов между регистрируемыми событиями, а для каждой регистрируемой реакции вероятность регенерации мюона есть  $1 - \omega$ , то должны выполняться следующие соотношения

$$f_k^{\text{эксп}}(t) = (1-\omega) \int_0^t f_{k-1}^{\text{эксп}}(x) f_1(t-x) dx. \quad /8/$$

Выход  $k^x$  зарегистрированных событий

$$n_k^{\text{эксп}} = n_1^{\text{эксп}} [n_1^{\text{эксп}} (1-\omega)]^{k-1} = \left[ \frac{\epsilon n_1}{1 - (1-\beta)n_1} \right]^k (1-\omega)^{k-1}, \quad /9/$$

а полный выход

$$N^{\text{эксп}} = \sum_{k=1}^{\infty} n_k^{\text{эксп}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n_1^{\text{эксп}}}{k!} \left[ \frac{\epsilon n_1}{1 - (1-\beta)n_1} \right]^k (1-\omega)^{k-1} /10/$$

В результате рассмотрения выражений /5/, /7/ и /10/ легко убедиться, что выполняется очевидное соотношение:  $N^{\text{эксп}} = \epsilon N$ .

Для нахождения вида функций временных распределений  $f_k^{\text{эксп}}(t)$  следует сначала определить выражение для  $f_1^{\text{эксп}}(t)$ . Для этого может быть использовано разложение /6/ по "физическим" функциям  $f_k(t)$ . Сами же  $f_k(t)$  находятся путем решения дифференциальных уравнений для чисел мю-атомов и мю-молекул последовательно для каждого цикла. Формально, то есть из формул решения указанных уравнений и по сути /имея в виду, что  $f_1(t)$  совпадает с распределением временных интервалов между "соседними" реакциями/ следует

$$f_2(t) = (1-\omega) \int_0^t f_1(x) f_1(t-x) dx,$$

$$f_k(t) = (1-\omega)^{k-1} \int_0^t \int_0^{\xi_1} \dots \int_0^{\xi_{k-2}} f_1(\xi_{k-1}) f_1(\xi_{k-2} - \xi_{k-1}) \dots \quad /11/$$

$$\dots f_1(\xi_1 - \xi_2) f_1(t - \xi_1) d\xi_{k-1} d\xi_{k-2} \dots d\xi_1.$$

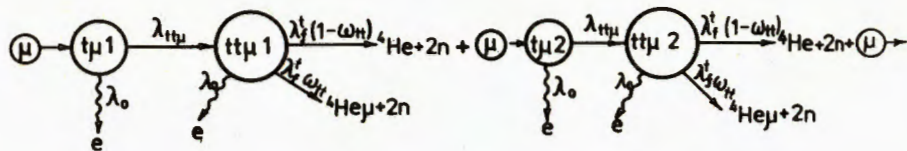


Рис.2. Схема процесса последовательного мюонного катализа реакции синтеза  $t+t$  в тритии.

Найдя решение дифференциального уравнения для  $f_1(t)$ , с помощью /11/ определяем  $f_k(t)$  и, подставляя их в разложение /6/, получаем выражение для  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$ . Функции  $f_k^{\text{ЭКСП}}(t)$  последовательно находятся с помощью соотношений /8/.

Таким образом, выходы и временные распределения последовательно регистрируемых событий могут быть выражены через функцию временного распределения числа реакций в первом цикле. Поскольку соотношения /4/, /6/, /8/ и /11/ носят универсальный характер, проведенное выше рассмотрение может быть отнесено к произвольному процессу мю-катализа. Следует лишь учитывать, что в указанном рассмотрении величины  $\epsilon$  и  $\omega$  относятся к одной и той же "точке" в последовательности вызываемых мюоном процессов:  $\epsilon$  - эффективность регистрации продуктов реакции синтеза, а  $1 - \omega$  - вероятность регенерации мюона именно в этой же реакции. Если возможны другие реакции синтеза, не регистрируемые в эксперименте, то регенерация в них мюона должна учитываться "внутри цикла".

Перейдем к рассмотрению конкретных процессов. Схема мю-катализа реакции /1/ в тритии приведена на рис.2. На рис.2 и в дальнейшем изложении использованы следующие обозначения:  $\lambda_0 = 4,55 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$  - скорость распада свободного мюона,  $\lambda_{t\mu} = \lambda_{t\mu}^0 \phi$ ,  $\lambda_{tt}^0$  - скорость образования  $tt\mu$ -молекул в жидком тритии,  $\phi$  - относительная плотность трития,  $\lambda_f^{tt}$  - скорость ядерной реакции  $t+t$ ,  $\omega_{tt}$  - вероятность прилипания мюона к ядру гелия-4 в реакции /1/.

Схеме на рис.2 соответствует следующая система дифференциальных уравнений для  $t\mu$ -атомов и  $tt\mu$ -молекул

$$\begin{aligned} \frac{dN_{t\mu 1}}{dt} &= -(\lambda_0 + \lambda_{t\mu}) N_{t\mu 1}, & N_{t\mu 1}(t=0) &= 1; \\ \frac{dN_{tt\mu 1}}{dt} &= \lambda_{t\mu} N_{t\mu 1} - (\lambda_0 + \lambda_f^{tt}) N_{tt\mu 1}; \\ \frac{dN_{t\mu 2}}{dt} &= -(\lambda_0 + \lambda_{t\mu}) N_{t\mu 2} + \lambda_f^{tt} (1 - \omega_{tt}) N_{tt\mu 1}; \\ \frac{dN_{tt\mu k}}{dt} &= -(\lambda_0 + \lambda_{t\mu}) N_{tt\mu k} + \lambda_f^{tt} (1 - \omega_{tt}) N_{tt\mu (k-1)}. \end{aligned} \quad /12/$$

Решив эту систему, находим функции  $N_{tt\mu k}(t)$  и  $f_k(t) = \lambda_f^{tt} N_{tt\mu k}(t)$ :

$$\begin{aligned} f_k(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} 2^n \prod_{k=0,2}^{2n} (k+1) x^n \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{R^n}{2^n} \times \\ &\times \left[ \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^{i+1} 2^i \prod_{k=0,2}^{2i-1} (k+1) x^i \right]^n \times \exp(-\delta_1 t) + \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} 2^n \prod_{k=0,2}^{2n} (k+1) x^n \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{R^{2n}}{2^n} \times \\ &\times \left[ \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^{i+1} 2^i \prod_{k=0,2}^{2i-1} (k+1) x^i \right]^n \times \exp(-\delta_2 t), \end{aligned}$$

$$R = \lambda_f^{tt} - \lambda_{t\mu}, \quad x = \frac{4(1 - \omega_{tt}) \lambda_f^{tt} \lambda_{t\mu}}{R^2}, \quad \delta_1 = \lambda_0 + \lambda, \quad \delta_2 = \lambda_0 + \lambda,$$

где в сумме берутся члены, пропорциональные  $x^k$ . После свертки ряда /6/ получаем

$$f_1^{\text{ЭКСП}}(t) = A \exp(-\gamma_1 t) + B \exp(-\gamma_2 t). \quad /13/$$

Используя это выражение, с помощью соотношений /8/ можно найти  $f_k^{\text{ЭКСП}}(t)$ . Выпишем выражения для  $f_2^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $f_3^{\text{ЭКСП}}(t)$

$$\begin{aligned} f_2^{\text{ЭКСП}}(t) &= (A^2 e^{-\gamma_1 t} + B^2 e^{-\gamma_2 t}) t + \frac{2AB}{\gamma_2 - \gamma_1} (e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t}), \\ f_3^{\text{ЭКСП}}(t) &= (A^3 e^{-\gamma_1 t} + B^3 e^{-\gamma_2 t}) \frac{t^2}{2} + \frac{3AB}{\gamma_2 - \gamma_1} (A e^{-\gamma_1 t} - B e^{-\gamma_2 t}) t + \\ &+ \frac{3AB(B-A)}{(\gamma_2 - \gamma_1)^2} (e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t}), \quad f_k^{\text{ЭКСП}}(t) = (1 - \omega)^{k-1} f_k^{\text{ЭКСП}}(t). \end{aligned} \quad /14/$$

В выражениях /13/-/14/

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} &= 1/2 \{ 2\lambda_0 + \lambda_f^{tt} + \lambda_{t\mu} \mp [(\lambda_f^{tt} + \lambda_{t\mu})^2 - 4\lambda_f^{tt} \lambda_{t\mu} \beta]^{1/2} \}, \\ A = -B &= \epsilon \lambda_f^{tt} \lambda_{t\mu} / [(\lambda_f^{tt} + \lambda_{t\mu})^2 - 4\lambda_f^{tt} \lambda_{t\mu} \beta]^{1/2}. \end{aligned} \quad /15a/ \quad /15b/$$

Интегральный выход первых зарегистрированных событий

$$n_1^{\text{ЭКСП}} = \int_0^{\infty} f_1^{\text{ЭКСП}}(t) dt = \frac{\epsilon \lambda_f^{tt} \lambda_{t\mu}}{\lambda_0 (\lambda_0 + \lambda_f^{tt} + \lambda_{t\mu}) + \beta \lambda_f^{tt} \lambda_{t\mu}}. \quad /16/$$

Физический выход числа реакций в первом цикле равен, очевидно,  $\pi_1 = \lambda_{dt}^{II} \lambda_{t\mu} / (\lambda_0 + \lambda_{dt}^{II}) (\lambda_0 + \lambda_{t\mu})$ . Подставив это выражение в формулу /7/, снова получаем /16/. Выход  $k^2$  зарегистрированных событий может быть найден с помощью соотношения /9/.

Как и в случае, рассмотренном нами в работе /2/, искомые параметры  $\lambda_{dt}^{II}$ ,  $\lambda_{t\mu}$  и  $\omega_{II}$  могут быть найдены без использования эффективности регистрации:

1. Определив выходы первых и вторых зарегистрированных событий, из соотношения  $\pi_2^{эксп} / (\pi_1^{эксп})^2 = (1 - \omega_{II})$  находим величину  $\omega_{II}$ .

2. Измерив временное распределение первых зарегистрированных событий реакции /1/ для двух различных значений плотности трития, находим для показателей экспонент в /13/  $(\gamma_1 + \gamma_2)_I = 2\lambda_0 + \lambda_{dt}^{II} + \lambda_{t\mu}^0 \phi_I$ ,  $(\gamma_1 + \gamma_2)_{II} = 2\lambda_0 + \lambda_{dt}^{II} + \lambda_{t\mu}^0 \phi_{II}$ , откуда определяем  $\lambda_{dt}^{II}$  и  $\lambda_{t\mu}$ .

Как видно из предыдущего рассмотрения, процедура нахождения функции  $f_1^{эксп}(t)$ , в которой она ищется в виде разложения /6/, связана с обширными вычислениями даже для такого относительно простого процесса, каким является мю-катализ реакции /1/ в тритии. Существует другой путь для определения функции  $f_1^{эксп}(t)$ . Сравним разложение /6/ для  $f_1^{эксп}(t)$  с разложением /3/ для суммарного временного распределения  $F(t)$  числа реакций во всех циклах. Можно видеть, что  $f_1^{эксп}(t)$  и  $F(t)$  выражаются одной и той же функцией  $Y(x; t)$ , где  $x$  - параметр:

$$F(t) = Y(x = \omega; t), \quad /17a/$$

$$f_1^{эксп}(t) = \epsilon Y(x = \beta; t). \quad /17b/$$

Легко убедиться, что выполняются следующие очевидные "граничные условия": значение  $x = 1$  соответствует для функции  $F(t)$  отсутствию регенерации мюонов ( $\omega = 1$ ), а для функции  $f_1^{эксп}(t)$  значениям  $\epsilon, \omega = 1$ , поэтому  $f_1^{эксп}(t)|_{\epsilon=1} = F(t)|_{\omega=1} = f_1(t)$ . При  $\epsilon, \omega \ll 1$  величина  $\beta \ll 1$ , и имеет место соотношение  $f_1^{эксп}(t)|_{\epsilon, \omega \ll 1} \approx \epsilon F(t)$ .

Следовательно, для нахождения функции  $f_1^{эксп}(t)$  можно найти  $F(t)$ , сделать в ней замену  $\omega \rightarrow \beta = \epsilon + \omega - \epsilon\omega$  и затем умножить на  $\epsilon$ . Сама же функция  $F(t)$  определяется из решения простой системы дифференциальных уравнений /1/. Для процесса /1/ эта система имеет вид

$$dN_{\mu} / dt = -(\lambda_0 + \lambda_{t\mu}) N_{\mu} + \lambda_{dt}^{II} (1 - \omega_{II}) N_{t\mu}, \quad /18/$$

$$dN_{t\mu} / dt = \lambda_{t\mu} N_{\mu} - (\lambda_0 + \lambda_{dt}^{II}) N_{t\mu}.$$

Искомое решение  $F(t) = \lambda_{dt}^{II} N_{t\mu}(t)$ , как можно убедиться, имеет вид /13/ с выражениями для величин  $A, B$  и  $\gamma$ , совпадающими с /15/ при замене в последних  $\beta \rightarrow \omega_{II}$ .

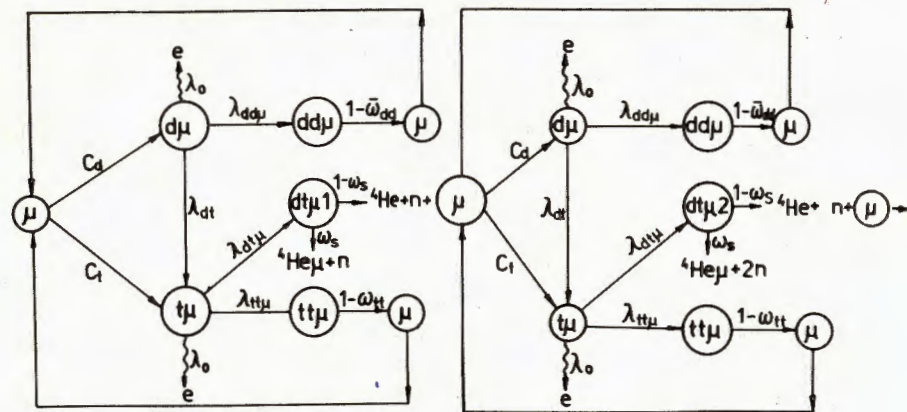


Рис.3. Схема процесса последовательного мюонного катализа реакции синтеза  $d+t$  в смеси  $D_2 + T_2$ .

Указанная процедура нахождения функции  $f_1^{эксп}(t)$  может быть использована для любого процесса мю-катализа /следует лишь помнить о том, что величины  $\epsilon$  и  $\omega$  должны относиться к одной и той же реакции/. Мы воспользуемся этой процедурой при рассмотрении процесса мю-катализа реакции /2/.

Схема этого процесса приведена на рис.3. Как видно из этого рисунка, процесс усложняется из-за ветвления  $t\mu$ -атомы образуются как за счет перехвата  $d\mu + t \rightarrow t\mu + d$ , так и в результате прямой посадки мюона на тритий /и за счет образования молекул  $dd\mu$  и  $t\mu$ , в каждой из которых происходит реакция синтеза с возможной регенерацией мюона. На рис.3 и в дальнейшем изложении используются следующие обозначения:  $c_d$  и  $c_t$  - относительные концентрации дейтерия и трития в смеси  $D_2 + T_2$  ( $c_d + c_t = 1$ );  $\lambda_{dt} = \lambda_{dt}^0 \phi c_t$  - скорость перехвата мюонов с дейтерия на тритий;  $\lambda_{d\mu} = \lambda_{d\mu}^0 \phi c_d$ ,  $\lambda_{dd\mu} = \lambda_{dd\mu}^0 \phi c_d$ ,  $\lambda_{t\mu} = \lambda_{t\mu}^0 \phi c_t$  - скорости образования  $dt\mu$ -,  $dd\mu$ - и  $t\mu$ -молекул;  $\omega_s$  и  $\omega_{II}$  - коэффициенты прилипания мюона к гелию-4 в реакциях  $d+t$  и  $t+t$ ;  $\bar{\omega}_{dd}$  - усредненный по двум каналам реакции синтеза  $d+d$  коэффициент прилипания мюона к заряженным продуктам этих реакций. Для того, чтобы сохранить используемый нами формализм - разложение по параметрам  $\epsilon$  и  $\omega$ , где  $\omega = \omega_s$  - в данном случае следует считать окончанием цикла образование  $dt\mu$ -молекулы и происходящую в ней реакцию синтеза /2/. Как и в /1/, будем полагать, в соответствии с теорией, что скорости ядерных реакций  $d+t$ ,  $d+d$  и  $t+t$  намного больше, чем скорости образования молекул  $dt\mu$ ,  $dd\mu$  и  $t\mu$ . Тогда вероятность реакции  $d+t$  в каждом цикле ( $W_e = \pi_1$ ) может быть найдена с помощью системы уравнений

$$dN_{d\mu}/dt = -(\lambda_0 + \lambda_{dt} + \lambda_{dd\mu}) N_{d\mu} + \lambda_{dd\mu} c_d (1 - \bar{\omega}_{dd}) N_{d\mu} + \lambda_{t\mu} c_d (1 - \omega_{tt}) N_{\mu} ,$$

$$dN_{\mu}/dt = [\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd\mu} (1 - \bar{\omega}_{dd})] N_{d\mu} + [c_t \lambda_{t\mu} (1 - \omega_{tt}) - (\lambda_0 + \lambda_{d\mu} + \lambda_{t\mu})] N_{\mu} , \quad /19/$$

$$f_1(t) = \lambda_{d\mu} N_{\mu}(t) ,$$

где учтена регенерация мюона в реакциях  $d+d$  и  $t+t$ . Решение этой системы приводит к результату

$$n_1 = \int_0^{\infty} f_1(t) dt = \frac{\lambda_{d\mu} (\lambda_{dt} + c_t \lambda_0 + c_t \lambda_{dd\mu})}{\lambda_0 \lambda_0 + c_d \lambda_{d\mu} + \lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd\mu} + c_d \lambda_{dd\mu} \bar{\omega}_{dd} + c_d \lambda_{t\mu} + c_t \lambda_{t\mu} \omega_{tt}} + \lambda_{t\mu} (\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd\mu} \bar{\omega}_{dd}) + \lambda_{dd\mu} (c_d \lambda_{d\mu} + c_t \lambda_{t\mu} \omega_{tt})$$

Экспериментальный выход для  $k^x$  событий находится с помощью /10/, где  $\beta = \epsilon + \omega_s - \epsilon \omega_s$ .

Для получения временного распределения всех реакций  $F(t)$ , следует учесть регенерацию мюонов в реакции  $d+t$ , что соответствует добавлению в системе /19/ слагаемого  $\lambda_{d\mu} (1 - \omega_s) c_d N_{\mu}$  в уравнение для  $dN_{d\mu}/dt$  и слагаемого  $\lambda_{d\mu} (1 - \omega_s) c_t N_{\mu}$  в уравнение для  $dN_{\mu}/dt$ .

Найдя решение для  $F(t)$  /впервые оно было получено в<sup>11/</sup> и сделав замену  $\omega_s \rightarrow \beta = \epsilon + \omega_s - \epsilon \omega_s$ , получаем выражение вида /13/,  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t) = A \exp(-\gamma_1 t) + B \exp(-\gamma_2 t)$ , где теперь

$$\gamma_{1,2} = 1/2 [2\lambda_0 + a \mp (a^2 - 4b)^{1/2}] ,$$

$$a = c_d \lambda_{d\mu} + \lambda_{dt} + c_t \lambda_{d\mu} \beta + c_t \lambda_{dd\mu} + c_d \lambda_{dd\mu} \bar{\omega}_{dd} + c_d \lambda_{t\mu} + c_t \lambda_{t\mu} \omega_{tt} ,$$

$$b = \lambda_{d\mu} (\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd\mu}) \beta + c_d \lambda_{dd\mu} \bar{\omega}_{dd} (\lambda_{d\mu} + \lambda_{t\mu}) + \lambda_{t\mu} \omega_{tt} (\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd\mu}) , \quad /20/$$

$$A = \frac{\epsilon \lambda_{d\mu} [\lambda_{dt} + c_t \lambda_0 + c_t \lambda_{dd\mu} - c_t \gamma_1]}{\gamma_2 - \gamma_1} , \quad B = \epsilon c_t \lambda_{d\mu} - A .$$

Выражения для  $f_2^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $f_3^{\text{ЭКСП}}(t)$  могут быть найдены из /8/. Формулы для  $f_2^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $f_3^{\text{ЭКСП}}(t)$  снова имеют общий вид /14/ со значениями величин  $A$ ,  $B$  и  $\gamma$  согласно /20/.

При  $c_d \approx c_t$  и умеренных плотностях дейтерия и трития /  $\phi \gg 0,1$  /  $\lambda_{dt}, \lambda_{d\mu} \gg \lambda_0, \lambda_{dd\mu}, \lambda_{t\mu}$ , поэтому  $a \approx c_d \lambda_{d\mu} + \lambda_{dt}$ ,  $b \approx \lambda_{dt} \lambda_{d\mu} \beta$ ,  $\gamma_{1,2} \approx 1/2 \{2\lambda_0 + c_d \lambda_{d\mu} + \lambda_{dt} \mp [(c_d \lambda_{d\mu} + \lambda_{dt})^2 - 4\lambda_{dt} \lambda_{d\mu} (\epsilon + \omega_s - \epsilon \omega_s)]^{1/2}\}$ , и для  $\epsilon \ll 1$

$$\gamma_1 \approx \lambda_0 + \frac{\lambda_{dt} \lambda_{d\mu}}{c_d \lambda_{d\mu} + \lambda_{dt}} (\epsilon + \omega_s) , \quad \gamma_2 \approx \lambda_0 + \lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu} .$$

$$A = \frac{\epsilon \lambda_{dt} \lambda_{d\mu}}{\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}} , \quad B = \frac{\epsilon c_d \lambda_{d\mu} (c_t \lambda_{d\mu} - \lambda_{dt})}{\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}} .$$

При  $t > t_0$ , где  $t_0^{-1} = \lambda_{d\mu}, \lambda_{dt}$  /при  $\phi \approx 1$  и  $c_d \approx c_t$ ,  $t_0 \approx 10^{-8}$  с/, имеем

$$f_1^{\text{ЭКСП}}(t) \approx \frac{\epsilon \lambda_{d\mu} \lambda_{dt}}{\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}} \exp[-\lambda_0 + \beta \frac{\lambda_{dt} \lambda_{d\mu}}{\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}}] t . \quad /21/$$

Это выражение, наряду с формулой для полного выхода всех событий, было использовано в анализе данных работы<sup>3/</sup>, для определения величин  $\omega_s$  и "скорости цикла"  $\lambda_c = \lambda_{dt} \lambda_{d\mu} / [\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}]$ . Величины  $\lambda_{dt}$  и  $\lambda_{d\mu}$  находились при сравнении значений  $\lambda_c$  для различных  $c_d$  и  $c_t$ .

При выводе выражения /21/ авторы<sup>3/</sup> с самого начала пренебрегли образованием  $dd\mu$ - и  $tt\mu$ -молекул, так как в условиях<sup>3/</sup>  $\lambda_{dd\mu}, \lambda_{t\mu} \approx 10^{-2} \lambda_{dt}$ ,  $\lambda_{d\mu}$ . При рассмотрении полных выражений /20/ следует, что обусловленная этим приближением погрешность в найденных значениях  $\lambda_{dt}$  и  $\lambda_{d\mu}$  невелика /  $\approx 1\%$  /. Что же касается систематической погрешности в измеренном значении  $\omega_s$ , то она, во-первых, положительная /т.е. значение  $\omega_s$  завышается/ и, во-вторых, составляет 10-15%, так как отбрасываемые члены  $\lambda_{dt} \lambda_{t\mu} \omega_{tt}$ ,  $\lambda_{d\mu} c_d \lambda_{dd\mu} \bar{\omega}_{dd}$  лишь на порядок величины меньше основного слагаемого  $\lambda_{dt} \lambda_{d\mu} \omega_s$ .

Для мю-катализа реакции  $d+t$  его параметры в принципе также могут быть найдены без использования эффективности регистрации, однако реально это будет связано с большими трудностями из-за малости величины  $\omega_s$ . В самом деле, для того, чтобы найти  $\omega_s$  из соотношения /9/ с точностью  $\leq 5\%$ , требуется измерить выходы первых и вторых событий с точностью  $\approx 10^{-4}$ .

Выражения для выходов и временных распределений продуктов реакций мю-катализа с учетом примеси вещества с порядковым номером  $z > 1$ , которая может содержаться в тритии или смеси приведены в приложении.

Заметим, что процесс мю-катализа реакции синтеза  $p+d$  в смеси  $H_2 + D_2$  и  $p+t$  в смеси  $H_2 + T_2$  описывается совершенно аналогично рассмотренному нами случаю мю-катализа реакций  $d+t$  в смеси  $D_2 + T_2$ . Можно воспользоваться выражениями для выходов и временных распределений, заменив в них величину  $\lambda_{dt}$  на скорость перехвата  $\lambda_{pd}$  или  $\lambda_{pt}$ , скорости образования мезомолекул  $\lambda_{dd\mu}$ ,  $\lambda_{t\mu}$  и  $\lambda_{d\mu}$  соответственно на  $\lambda_{pp\mu}$ ,  $\lambda_{dd\mu}$  и  $\lambda_{pd\mu}$  / для мю-катализа реакции  $p+d$  / или на  $\lambda_{pp\mu}$ ,  $\lambda_{t\mu}$  и  $\lambda_{p\mu}$  / для реакции

$p+t$  / и заменить соответствующие коэффициенты прилипания мюона. Искомые величины  $\lambda_{p\mu}$  и  $\omega_{p\mu}$  или  $\lambda_{p\psi}$  и  $\omega_{p\psi}$  также могут быть найдены без использования эффективности регистрации продуктов соответствующих реакций.

Авторы благодарны Л.И.Пономареву за полезные обсуждения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь мы учтем влияние примеси вещества с  $z > 1$ , которая может содержаться в тритии или смеси  $D_2 + T_2$ . Наличие ядер примеси приводит к следующим дополнительным каналам выбывания мюона из процесса последовательного мю-катализа: 1/ за счет процессов перехвата  $t\mu + z \rightarrow z\mu + t$  со скоростью  $\lambda_{tz} = \lambda_{tz}^0 c_z \phi / c_z$  - относительная концентрация ядер примеси / или  $d\mu + z \rightarrow z\mu + d$  - со скоростью  $\lambda_{dz}$ ; 2/ из-за возможной прямой посадки мюона на ядра присеси в начале каждого цикла. Мы будем обозначать относительные вероятности посадки на ядра трития, дейтерия и примеси через  $a_t$ ,  $a_d$  и  $a_z$ :

$$a_t = \frac{\lambda_a^t}{\lambda_a^t + \lambda_a^d + \lambda_a^z}, \quad a_d = \frac{\lambda_a^d}{\lambda_a^t + \lambda_a^d + \lambda_a^z}, \quad a_z = \frac{\lambda_a^z}{\lambda_a^t + \lambda_a^d + \lambda_a^z}$$

где  $\lambda_a^t = (\lambda_a^t)^0 \phi c_t$ ,  $\lambda_a^d = (\lambda_a^d)^0 \phi c_d$  и  $\lambda_a^z = (\lambda_a^z)^0 \phi c_z$  - скорости посадки на соответствующие ядра  $[(\lambda_a^t)^0, (\lambda_a^d)^0]$  и  $(\lambda_a^z)^0$  - скорости посадки для плотности жидкого водорода/.

Для мю-катализа реакции  $t+t$  в тритии экспериментальный выход  $k^x$  зарегистрированных событий находится с помощью общего выражения типа /9/:

$$n_k^{\text{эксп}} = \left[ \frac{\epsilon n_1'}{1 - (1 - \beta)n_1'} \right]^k (1 - \omega)^{k-1} \quad /П.1/$$

где  $n_1'$  - "физический" выход число реакций в первом цикле полученный с учетом влияния примесей:

$$n_1' = \frac{a_t \lambda_f^{tt} \lambda_{t\psi}}{(\lambda_0 + \lambda_f^{tt}) (\lambda_0 + \lambda_{t\psi} + \lambda_{tz})}$$

$$\omega = \omega_{tt}, \quad \beta = \epsilon + \omega_{tt} - \epsilon \omega_{tt} \quad /П.2/$$

Временное распределение первых зарегистрированных событий реакции /1/  $f_1^{\text{эксп}}(t) = \epsilon A [\exp(-\gamma_1 t) - \exp(-\gamma_2 t)]$ , где

$$\gamma_{1,2} = 1/2 \{ 2\lambda_0 + \lambda_f^{tt} + \lambda_{t\psi} + \lambda_{tz} \mp [(\lambda_{t\psi} + \lambda_{tz} - \lambda_f^{tt})^2 + 4a_t \lambda_f^{tt} \lambda_{t\psi} (1 - \beta)]^{1/2} \},$$

$$A = a_t \lambda_f^{tt} \lambda_{t\psi} / [(\lambda_{t\psi} + \lambda_{tz} - \lambda_f^{tt})^2 + 4a_t \lambda_f^{tt} \lambda_{t\psi} (1 - \beta)]^{1/2},$$

а величина  $\beta$  определяется согласно /П.2/.

Для мю-катализа реакции  $d+t$  в смеси  $D_2 + T_2$  экспериментальный выход  $k^x$  событий снова находится согласно /П.1/, где теперь

$$\omega = \omega_s, \quad \beta = \epsilon + \omega_s - \epsilon \omega_s \quad /П.3/$$

и относительное число реакций в первом цикле

$$n_1' = a \lambda_{d\psi} / (bc - ad),$$

$$a = (a_d + a_t) \lambda_{dt} + a_t (\lambda_0 + \lambda_{d\psi} + \lambda_{dz}), \quad b = \lambda_0 + \lambda_{d\psi} + \lambda_{t\psi} + \lambda_{tz},$$

$$c = \lambda_0 + \lambda_{dt} + (a_d + a_t) \lambda_{d\psi} + a_d \lambda_{d\psi} \bar{\omega}_d + \lambda_{dz}, \quad d = \lambda_{t\psi} (1 - \omega_{tt}).$$

Для определения вида функции  $f_1^{\text{эксп}}(t)$  следует решить систему уравнений вида /19/, в которую добавлены члены, учитывающие перехват мюонов на ядра примеси и регенерацию мюонов в реакции  $d+t$ . Решив эту систему, находим  $F(t) = \lambda_{d\psi} N_{\psi}(t)$ , делаем в этой функции замену  $\omega_s \rightarrow \beta = \epsilon + \omega_s - \epsilon \omega_s$  и умножаем на  $\epsilon$ . Функция  $f_1^{\text{эксп}}(t)$  имеет общий вид:  $f_1^{\text{эксп}}(t) = \epsilon [A \exp(-\gamma_1 t) + B \exp(-\gamma_2 t)]$ . Приведем выражения для показателей экспонент этой функции лишь для случая, когда можно пренебречь образованием  $dd\mu$  и  $tt\mu$  -молекул /  $c_t \rightarrow c_d, \phi \approx 0, 1/$ :

$$\gamma_{1,2} = 1/2 (2\lambda_0 + y \mp \sqrt{y^2 - 4z}),$$

$$y = \lambda_{dt} + \lambda_{d\psi} (1 - a_t) + \lambda_{d\psi} a_t \beta + \lambda_{tz} + \lambda_{dz},$$

$$z = \lambda_{d\psi} [\lambda_{dt} (1 - a_z) + a_t \lambda_{dz}] \beta + \lambda_{dt} (\lambda_{d\psi} a_z + \lambda_{tz}) + \lambda_{dz} [\lambda_{d\psi} (1 - a_t) + \lambda_{tz}]$$

или, что одно и то же:  $\gamma_{1,2} = 1/2 (2\lambda_0 \mp \sqrt{p^2 + 4q})$ , где  $p = \lambda_{d\psi} (1 - a_t) + \lambda_{d\psi} a_t \beta + \lambda_{tz} - \lambda_{dt} - \lambda_{dz}$ ,  $q = a_d \lambda_{dt} \lambda_{d\psi} (1 - \beta)$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Герштейн С.С. и др. ЖЭТФ, 1980, 78, с.2099.
2. Зинов В.Г., Сомов Л.Н., Фильченков В.В. ОИЯИ, Р15-82-478, Дубна, 1982.
3. Jones S.E. et al. Phys.Rev.Lett., 1983, 51, p.1757-1760.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 января 1984 года

## НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризаационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Зинов В.Г., Сомов Л.Н., Фильченков В.В.  
Последовательно регистрируемые события  
процесса множественного мюонного катализа

P4-84-45

Рассмотрена кинетика процесса множественного мюонного катализа реакций синтеза ядер изотопов водорода. Получены выражения для интегральных выходов и временных распределений последовательных событий реакций мю-катализа, регистрируемых с эффективностью  $\epsilon \ll 1$ . Рассмотрены общие методы нахождения указанных выражений, приводятся конкретные результаты для процессов мю-катализа реакций синтеза  $t+t$  в тритии и  $d+t$  в смеси  $D_2 + T_2$ . Эти результаты могут быть применены для расчетов реакций синтеза  $p+d \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$  в смеси  $H_2 + D_2$  и  $p+t \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$  в смеси  $H_2 + T_2$ . Показано, что параметры процесса мю-катализа и эффективность регистрации реакции синтеза могут быть независимо найдены в результате анализа экспериментальных данных.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Zinov V.G., Somov L.N., Filchenkov V.V.  
The Successively Detected Events of the Multiple Muon Catalysis  
Process of the Nuclear Synthesis Reaction

P4-84-45

The kinetics of multiple muon catalysis process is considered. Expressions for the yields and time distributions of successive events of mu-catalysis reactions detected with  $\epsilon \ll 1$  efficiency have been obtained. The general methods of delivering these expressions are considered and concrete results for the  $t+t$  reaction in tritium and  $d+t$  reaction in  $D_2 + T_2$  mixture are given. These results can be also applied to the synthesis reactions  $p+d \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$  in  $H_2 + D_2$  mixture and  $p+t \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$  in  $H_2 + T_2$  mixture. It is shown that the mu-catalysis process parameters and the detection efficiency can be independently determined for the experimental data analysis.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984