18/VI 84

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P4-84-215

Р.В.Джолос, С.П.Иванова

УЧЕТ ЭФФЕКТА НЕОРТОГОНАЛЬНОСТИ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ОПИСАНИИ ПРОЦЕССОВ СТОЛКНОВЕНИЯ ЯДЕР

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1984

1. ВВЕДЕНИЕ

Продолжающиеся интенсивные экспериментальные исследования глубоконеупругих столкновений тяжелых ионов указывают на зависимость результатов от индивидуальных особенностей структуры сталкивающихся ядер и продуктов реакции. Это ведет к недостаточности обычно используемого феноменологического подхода и необходимости разработки микроскопической теории процесса столкновения.

Применение аппарата микроскопической теории к рассмотрению задач о глубоконеупругих столкновениях тяжелых ионов связано с необходимостью преодоления ряда математических проблем. Одна из них - учет неортогональности волновых функций одночастичных состояний двух сталкивающихся ядер. Решению этой задачи посвящена данная работа.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Многофермионная система может быть описана с помощью гамильтониана, выраженного через операторы тока $\hat{\vec{j}}(x)$ и плотности $\hat\rho(x)$,

$$H = \frac{m}{2} \int d^3x\, \hat{\vec{j}}(x)\, \hat\rho^{-1}(x)\, \hat{\vec{j}}(x) + \frac{\hbar^2}{\xi m} \int d^3x\, (\vec\nabla \hat\rho(x))^2 \hat\rho^{-1}(x) + \int d^3x\, d^3y\, \hat\rho(x)\, v(x-y)\, \hat\rho(y), \qquad /1/$$

где ξ - константа, $v(x-y)$ -двухчастичное взаимодействие нуклонов. Операторы тока и плотности удовлетворяют следующему уравнению движения:

$$\operatorname{div}\hat{\vec{j}}(x) = -\frac{i}{\hbar} m [\hat H, \hat\rho(x)]. \qquad /2/$$

Наша задача состоит в том, чтобы, основываясь на гамильтониане /1/, построить коллективный гамильтониан, зависящий явно от вектора относительного расстояния $\vec R$, канонически сопряженного ему импульса и внутренних переменных. Будем искать этот гамильтониан в виде

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \sum_{k,\ell} \frac{\partial}{\partial R_k} \mu^{-1}_{k\ell} \frac{\partial}{\partial R_\ell} + U(R) + \sum_s V_s(R)(b^+_s + \sigma_s b_{\bar s}) + \sum_s (\vec G_s(R) \vec\nabla_R + \vec\nabla_R \cdot \vec G_s(R))(b^+_s - \sigma_s b_{\bar s}) + \sum_s \omega_s b^+_s b_s + \ldots \qquad /3/$$

Здесь $\bar s$ - состояние, сопряженное по времени s, σ_s - фазовый множитель, b^+_s, b_s - фононные операторы, описывающие внутренние возбуждения системы. В дальнейшем ограничимся в описании внутренних возбуждений гармоническим приближением, поэтому в /3/ сохраним только слагаемые, содержащие операторы b^+_s, b_s в степени не выше второй. Такое приближение оправдано, поскольку в рассматриваемых реакциях возбуждается огромное число различных частично-дырочных состояний и каждое конкретное состояние входит в полную волновую функцию с малым весом.

Чтобы решить поставленную задачу, нужно найти для операторов тока и плотности выражения через операторы $\vec R$, ∇_R, b^+_s, b_s.

Формально оператор плотности следующим образом выражается через одночастичные волновые функции сталкивающихся ядер $\psi_{1\mu}$, $\psi_{2\mu}$ и операторы рождения и уничтожения нуклонов в соответствующих состояниях $a^+_{1\mu}$, $a^+_{2\mu}$ и $a_{1\mu}$, $a_{2\mu}$:

$$\hat\rho(x) = \psi^+(x)\,\psi(x) = \Big(\sum_\mu \psi^*_{1\mu}(x)\, a^+_{1\mu} + \sum_\mu \psi^*_{2\mu}(x)\, a^+_{2\mu}\Big) \times \Big(\sum_\nu \psi_{1\nu}(x)\, a_{1\nu} + \sum_\nu \psi_{2\nu}(x)\, a_{2\nu}\Big). \qquad /4/$$

Переходя в /4/ к операторам рождения и уничтожения частиц и дырок, а затем вводя с помощью амплитуд RPA фононные операторы, мы могли бы получить искомое выражение для $\hat\rho$ через фононные операторы. Но из-за неортогональности одночастичных волновых функций различных ядер $\psi_{1\mu}(x)$ и $\psi_{2\nu}(x)$, которая может становиться заметной при значениях R, отвечающих перекрыванию плотностей ядер, операторы $a^+_{1\mu}, a_{2\nu}$ удовлетворяют сложным антикоммутационным соотношениям. Это затрудняет введение фононных операторов b^+_s и b_s, удовлетворяющих коммутационным соотношениям $[b_s, b^+_{s'}] = \delta_{ss'}$, $[b_s, b_{s'}] = 0$.

Другими словами, объединенный одночастичный базис $\psi_{1\mu}$, $\psi_{2\nu}$ не является ортогональным вследствие того, что мы не можем пренебрегать интегралами перекрытия: $\int d^3x\, \psi^*_{1\mu}(x)\, \psi_{2\nu}(x)$. А неортогональность базиса усложняет технически решение задачи.

Учет эффекта неортогональности базисных одночастичных функций является не простой проблемой. Один из способов ее решения был предложен в [1], где наряду с функциями $\psi_{1\mu}, \psi_{2\nu}$ вводились функции $\tilde\psi_{1\mu}, \tilde\psi_{2\nu}$, являющиеся такими линейными комбинациями функций $\psi^*_{1\mu}, \psi^*_{2\nu}$, что

$$\int d^3x\, \tilde\psi_{1\mu}(x)\, \psi_{2\nu}(x) = \int d^3x\, \tilde\psi_{2\mu}(x)\, \psi_{1\nu}(x) = 0.$$

Введение наряду с функциями $\psi_{j\mu}$ $(j = 1, 2)$ ортогональных им функций $\tilde{\psi}_{j\nu}$ в принципе решает проблему, но для нас этот путь не приемлем по следующим двум причинам. Во-первых, базисные функции $\tilde{\psi}_{j\mu}$ не описывают состояния, локализованные при больших R в каждом из ядер, что не позволяет извлекать из полученных результатов информацию о распределении между ядрами нуклонов, энергии возбуждения и углового момента. Во-вторых, так как базисные функции $\tilde{\psi}_{j\mu}$ и $\psi_{j\nu}$ не являются эрмитовски сопряженными, то полученный после их введения гамильтониан формально не будет эрмитов. А это усложняет применение полученного гамильтониана для практических расчетов. Мы выбрали иной путь, где как обычно в качестве базисных используются функции $\psi^*_{j\mu}$ и $\psi_{j\mu}$.

3. УЧЕТ ЭФФЕКТОВ НЕОРТОГОНАЛЬНОСТИ ОДНОЧАСТИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ

Из физических соображений в качестве базисных удобно использовать волновые функции одночастичных состояний сталкивающихся ядер. Поэтому разложение волнового вектора мы запишем следующим образом:

$$\psi^+(\mathbf{x}) = \sum_{j=1,2}\sum_{\mu}\psi^*_{j\mu}(\mathbf{x})\,a^+_{j\mu}\,. \qquad /5/$$

Вследствие неортогональности одночастичных функций разных ядер $\psi_{1\mu}$ и $\psi_{2\mu}$, операторы рождения и уничтожения нуклонов $a^+_{j\mu}$, $a_{j\mu}$ удовлетворяют сложным антикоммутационным соотношениям $[a_{j\mu}, a^+_{i\nu}] = \chi_{j\mu,i\nu}$, где

$$\chi_{j\mu,i\nu} = \left(\frac{1}{1+K}\right)_{j\mu,i\nu}. \qquad /6/$$

Матрица K задается соотношениями

$$K_{j\mu,j\nu} = 0;\quad K_{j\mu,i\nu} = \int d^3x\,\psi^*_{j\mu}(\mathbf{x})\,\psi_{i\nu}(\mathbf{x}),\quad j \neq i.$$

Следующий шаг - это переход к операторам рождения /уничтожения/ частиц и дырок, который совершается обычным образом:

$$a^+_{j\mu}\,(a_{j\mu}) \longrightarrow \begin{cases} \alpha^+_{j\mu}\,(\alpha_{j\mu}), & E_{j\mu} > E_F; \\ \sigma_\mu\,\beta_{j\bar{\mu}}\,(\sigma_\mu\,\beta^+_{j\bar{\mu}}), & E_{j\mu} < E_F; \text{ где } E_F \text{ - энергия Ферми.} \end{cases} \qquad /7/$$

Существенными для формулировки приближения хаотических фаз и, следовательно, введения фононных операторов являются коммутационные соотношения $[\beta_{j\nu}\,\alpha_{i\mu},\ \alpha^+_{i'\mu'}\,\beta^+_{j'\nu'}]$, которые в RPA приближенно заменяются средними по вакууму частиц и дырок.

В нашем случае, вследствие неортогональности $\psi_{1\mu}, \psi_{2\nu}$,

$$[\beta_{j\nu}\,\alpha_{i\mu},\ \alpha^+_{i'\mu'}\,\beta^+_{j'\nu'}] \simeq \sigma_\nu\,\sigma_{\nu'}\,\chi_{i\mu,i'\mu'}\,\chi_{j\bar{\nu},j'\bar{\nu}'}\,. \qquad /8/$$

Фононные операторы b^+_s, b_s, удовлетворяющие бозонным коммутационным соотношениям $[b_s, b^+_{s'}] = \delta_{ss'}$, $[b_s, b_{s'}] = 0$, введем, как и в RPA, с помощью соотношений

$$\alpha^+_{j\mu}\,\beta^+_{i\nu} = \sum_s\left(\psi^{s*}_{j\mu,i\nu}\,b^+_s - \phi^{s*}_{j\mu,i\nu}\,\sigma_s\,b_{\bar{s}}\right),$$

$$\beta_{i\nu}\,\alpha_{j\mu} = \sum_s\left(\psi^{s}_{j\mu,i\nu}\,b_s - \phi^{s}_{j\mu,i\nu}\,\sigma_s\,b^+_{\bar{s}}\right). \qquad /9/$$

Однако, вследствие /8/, в отличие от RPA, фононные амплитуды удовлетворяют более сложным соотношениям нормировки

$$\sum_s\left(\psi^s_{j\mu,i\nu}\,\psi^{s*}_{j'\mu',i'\nu'} - \phi^s_{j\mu,i\nu}\,\phi^{s*}_{j'\mu',i'\nu'}\right) = \chi_{j\mu,j'\mu'}\,\sigma_\nu\,\sigma_{\nu'}\,\chi_{i\bar{\nu},i'\bar{\nu}'}\,,$$

$$\sum_s\left(\psi^s_{j\mu,i\nu}\,\sigma_s\,\phi^{\bar{s}}_{j'\mu',i'\nu'} - \psi^s_{j'\mu',i'\nu'}\,\sigma_s\,\phi^{\bar{s}}_{j\mu,i\nu}\right) = 0. \qquad /10/$$

Таким образом, учет эффекта неортогональности одночастичных функций разных ядер свелся к расчету фононных амплитуд ψ и ϕ. В то же время в фононных амплитудах содержатся и динамические эффекты, связанные с учетом остаточных сил. Было бы удобно разделить эти два эффекта, выделив в фононных амплитудах часть, целиком ответственную за учет эффекта неортогональности и не содержащую динамических эффектов. С этой целью представим амплитуды ψ и ϕ следующим образом:

$$\psi^s_{j\mu,i\nu} = \sum_{j_1\mu_1 i_1\nu_1}\psi^{0s}_{j_1\mu_1,i_1\nu_1}\,a^{j\mu,i\nu}_{j_1\mu_1,i_1\nu_1}\,,$$

$$\phi^s_{j\mu,i\nu} = \sum_{j_1\mu_1 i_1\nu_1}\phi^{0s}_{j_1\mu_1,i_1\nu_1}\,a^{j\mu,i\nu}_{j_1\mu_1,i_1\nu_1}\,,$$

где ψ^{0s}, ϕ^{0s} матрицы, удовлетворяющие следующим соотношениям ортогональности

$$\sum_s\left(\psi^{0s}_{j\mu,i\nu}\,\psi^{0s*}_{j'\mu',i'\nu'} - \phi^{0s}_{j\mu,i\nu}\,\phi^{0s*}_{j'\mu',i'\nu'}\right) = \delta_{jj'}\,\delta_{\mu\mu'}\,\delta_{ii'}\,\delta_{\nu\nu'}\,,$$

$$\sum_s\left(\psi^{0s}_{j\mu,i\nu}\,\sigma_s\,\phi^{0\bar{s}}_{j'\mu',i'\nu'} - \psi^{0s}_{j'\mu',i'\nu'}\,\sigma_s\,\phi^{0\bar{s}}_{j\mu,i\nu}\right) = 0,$$

т.е. являющиеся обычными амплитудами RPA. Подставляя /10/ в /9/, получаем следующее уравнение для матрицы $a^{j\mu,i\nu}_{j'\mu',i'\nu'}$:

$$\sum_{j_1\mu_1 i_1\nu_1} a^{j\mu,\, i\nu}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1}\, a^{j'\mu',\, i'\nu' *}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} = \chi_{j\mu,\, j'\mu'}\, \sigma_\nu \sigma_{\nu'}\, \chi_{i\bar{\nu},\, i'\bar{\nu}'} . \qquad /11/$$

Из /11/ видно, что матрица a не содержит никаких динамических эффектов, связанных с учетом остаточных сил, а полностью определяется интегралами перекрытия волновых функций одночастичных состояний различных ядер. Если перейти к предельному случаю $K_{1\mu,\,2\nu} \to 0$, то, как следует из /6/ и [11], $\chi_{j\mu,\, i\nu} \longrightarrow \delta_{ji}\ \delta_{\mu\nu}$ и

$a^{j\mu,\, i\nu}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} \to \delta_{j_1 j}\ \delta_{\mu_1\mu}\, \delta_{i_1 i}\ \delta_{\nu_1\nu}$.

Точное решение уравнения /11/ имеет вид

$$a^{j\mu,\, i\nu}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} = \left(\frac{1}{(1+K)^{1/2}}\right)_{j\mu,\, j_1\mu_1} \sigma_\nu \sigma_{\nu_1} \left(\frac{1}{(1+K)^{1/2}}\right)_{i\bar{\nu},\, i_1\bar{\nu}_1} .$$

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Аналогично работе [2] искомое выражение для оператора плотности получается подстановкой /5/, /7/ и /9/ в /4/. Как и в [2], мы не будем определять из динамических уравнений неоператорную часть плотности ρ_0, описывающую плотность системы в основном состоянии, а параметризуем ее следующим образом:

$$\rho_0(\mathrm{x}) = \rho_1(\bar{\mathrm{x}} - \frac{A_2}{A}\bar{R}) + \rho_2(\bar{\mathrm{x}} + \frac{A_1}{A}\bar{R}) , \qquad /12/$$

где ρ_1, ρ_2 - плотности сталкивающихся ядер. Полный оператор плотности $\hat{\rho}$ имеет вид

$$\hat{\rho}(\mathrm{x}) = \rho_0(\mathrm{x}) + \sum_{i,j=1,2}\ \sum_{\mu>F}\ \sum_{\nu<F} \psi^*_{j\mu}(\mathrm{x})\, \sigma_\nu\, \psi_{i\bar{\nu}}(\mathrm{x}) \sum_s (\psi^{s*}_{j\mu,\, i\nu} - \phi^{s*}_{j\mu,\, i\nu}) \times (b^+_s + \sigma_s b^-_s) . \qquad /13/$$

Здесь $\sum_{\mu>F}$ ($\sum_{\nu<F}$) означает суммирование по состояниям выше /ниже/ поверхности Ферми.

Мы используем в качестве базисных волновые функции одночастичных состояний сталкивающихся ядер, поскольку, как и в [2], разрабатываемый формализм будет применен к описанию начальной стадии столкновения ядер. Отражением того факта, что этот базис не самосогласованный, является появление в коллективном гамильтониане /3/ слагаемого $\sum_s V_s (b^+_s + \sigma_s b^-_s)$.

Выражение для тока получается [2] подстановкой /12/, /13/ и /3/ в /2/. Подстановка полученных для тока и плотности выражений в /1/ и приравнивание полученного результата /3/ позволяет определить все неизвестные пока функции, входящие в /3/.

Приведем выражения для функций $\mu^{-1}_{k\ell}$, $\vec{G}_s$, V_s.

$$\mu^{-1}_{k\ell} = \delta_{k\ell}\frac{1}{\mu}; \qquad \mu = m\int d^3x\, \frac{\Pi^2(\mathrm{x})}{\rho_0(\mathrm{x})} ,$$

$$\vec{G}_s = -\frac{m}{2\mu}\,\omega_s \int d^3x\, \frac{\Pi(\mathrm{x})}{\rho_0(\mathrm{x})}\, \vec{k}_s(\mathrm{x}),$$

$$V_s = \int d^3x\, f_s(\mathrm{x})\, \{2\int d^3y\, v(\mathrm{x}-\mathrm{y})\, \rho_0(\mathrm{y}) + \frac{\hbar^2}{\xi m}\left(\frac{(\bar{\nabla}\rho_0(\mathrm{x}))^2}{\rho_0^2(\mathrm{x})} - \frac{2\Delta\rho_0(\mathrm{x})}{\rho_0(\mathrm{x})}\right)\} , \qquad /14/$$

$$\Pi(\mathrm{x}) = \frac{A_1}{A_1+A_2}\,\rho_2\,(\bar{\mathrm{x}} + \frac{A_1}{A_1+A_2}\bar{R}) - \frac{A_2}{A_1+A_2}\,\rho_1\,(\bar{\mathrm{x}} - \frac{A_2}{A_1+A_2}\bar{R}),$$

$$f_s(\mathrm{x}) = \sum_{ij}\ \sum_{\mu>F}\ \sum_{\nu<F} \psi^*_{j\mu}(\mathrm{x})\,\sigma_\nu\,\psi_{i\bar{\nu}}(\mathrm{x}) \times$$

$$\times \sum_{j_1 i_1}\ \sum_{\mu_1\nu_1} a^{j\mu,\, i\nu *}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} (\psi^{0s*}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} - \phi^{0s*}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1}),$$

$$\vec{k}_s = \sum_{ij}\ \sum_{\mu>F}\ \sum_{\nu<F}\ \sum_{j_1\mu_1}\ \sum_{i_1\nu_1} a^{j\mu,\, i\nu *}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} (\psi^{0s*}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1} + \phi^{0s*}_{j_1\mu_1,\, i_1\nu_1})\, \frac{\sigma_\nu}{\omega_s} \times \qquad /15/$$

$$\times [-\frac{\hbar^2}{2m}(\psi^*_{j\mu}\vec{\nabla}\ \psi_{i\bar{\nu}} - \vec{\nabla}\ \psi^*_{j\mu}\cdot\psi_{i\bar{\nu}}] + 2\epsilon_{ij}\,\vec{R}(U_1 + U_2)\,\psi^*_{j\mu}\,\psi_{i\bar{\nu}}] ,$$

$$\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1, \qquad \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0,$$

U_j - одночастичные потенциалы сталкивающихся ядер.

Фононные амплитуды определяются с помощью соотношений

$$\frac{m\omega_s\omega_{s'}}{2\hbar^2}\int d^3x\, \frac{1}{\rho_0(\mathrm{x})}\,\sigma_{s'}\,\vec{k}_s(\mathrm{x})\,\vec{k}_{\bar{s}'}(\mathrm{x}) + \frac{\hbar^2}{\xi m}\int d^3x\, \frac{1}{\rho_0(\mathrm{x})}\,\bar{\nabla}\ f_s(\mathrm{x})\,\sigma_{s'}\ \bar{\nabla} f_{\bar{s}'}(\mathrm{x}) + \qquad /16/$$

$$+\frac{\hbar^2}{\xi m}\int d^3x\, \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} f_s(\mathrm{x})\sigma_{s'} f_{\bar{s}'}(\mathrm{x}) + \int d^3x\, d^3y\, v(\mathrm{x}-\mathrm{y})\, f_s(\mathrm{x})\sigma_{s'} f_{\bar{s}'}(\mathrm{y}) = \frac{1}{2}\,\omega_s\,\delta_{ss'}$$

$$- \frac{m\omega_s\omega_{s'}}{2\hbar^2} \int d^3x \frac{1}{\rho_0(x)} \vec{k}(x)\,\sigma_{s'} \vec{k}_{\bar{s}'}(x) + \frac{\hbar^2}{\xi m} \int d^3x \frac{1}{\rho_0(x)} \vec{\nabla} f_s(x) \cdot$$

$$\cdot \vec{\nabla} f_{\bar{s}'}(x)\,\sigma_{s'} + \frac{\hbar^2}{\xi m} \int d^3x \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} f_s(x) f_{\bar{s}'}(x)\,\sigma_{s'} + \qquad /17/$$

$$+ \int d^3x\; d^3y\, v(x-y)\, f_s(x)\,\sigma_{s'} f_{s'}(y) = 0 .$$

Из /14/-/17/ видно, что одночастичные волновые функции появляются только в комбинации с матрицей $a^{j\mu,\,i\nu}_{j'\mu',\,i'\nu'}$. Это приводит к тому, что все одночастичные матричные элементы преобразуются следующим образом:

$$w_{j\mu,\,i\nu} \to \sum_{j_1\mu_1>F} \; \sum_{i_1\nu_1<F} w_{j_1\mu_1\, i_1\nu_1}\, a^{j_1\mu_1,\, i_1\bar{\nu}_1}_{j\mu,\, i\bar{\nu}} \,{}^*\sigma_{\nu_1}\sigma_\nu =$$

$$= \sum_{j_1\mu_1>F} \; \sum_{i_1\nu_1<F} w_{j_1\mu_1\, i_1\nu_1} \left(\frac{1}{\sqrt{1+\hat{K}}}\right)_{j\mu,\,j_1\mu_1} \times \left(\frac{1}{\sqrt{1+\hat{K}}}\right)_{i_1\nu_1,\,i\nu} . \qquad /18/$$

Таким образом, для учета неортогональности одночастичных функций разных ядер необходимо рассчитать преобразованные матричные элементы. Матрицу $(1+\hat{K})^{-1/2}$ можно вычислить, используя разложение

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+\hat{K}}}\right)_{j\mu,\,i\nu} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{2^n \cdot n!} (\hat{K}^n)_{j\mu,\,i\nu} , \qquad /19/$$

где

$$(\hat{K}^2)_{j\mu\, j\mu'} = \int d^3x\; d^3y\, \psi^*_{j\mu}(x) \cdot \sum_\nu \psi_{i\nu}(x)\, \psi^*_{i\nu}(y) \cdot \psi_{j\mu'}(y)$$

В выражения для матриц $\hat{K}^n$ входят произведения сумм $\sum_\nu \psi_{i\nu}(x)\,\psi^*_{i\nu}(y)$. Если суммировать только по заполненным состояниям, то $\sum_{\nu<F} \psi_{i\nu}(x)\,\psi^*_{i\nu}(y) = G(\bar{x}-\bar{y})\,\rho_i\left(\frac{\bar{x}+\bar{y}}{2}\right)$, где функция $G(\bar{x}-\bar{y})$ имеет резкий максимум при $\bar{x}-\bar{y}=0$ и быстро убывает при $|\bar{x}-\bar{y}| \geq r_0$ /r_0 - межнуклонное расстояние/. При увеличении числа состояний ν, по которым производится суммирование, максимум функции $G(\bar{x}-\bar{y})$ становится более резким. И в пределе суммирования по полному набору состояний $\sum_\nu \psi_{i\nu}(x)\,\psi^*_{i\nu}(y) \to \delta(\bar{x}-y)\frac{\rho_i(x)}{\rho_{00}}$, где ρ_{00} - значение плотности в центре ядер.

Используя этот результат, получаем

$$(\hat{K}^{2n})_{j\mu,\,j\mu'} = \int d^3x\, \psi^*_{j\mu}(x) \frac{\rho_i^n(x)\,\rho_j^{n-1}(x)}{\rho_{00}^{2n-1}} \psi_{j\mu'}(x),$$

$$(\hat{K}^{2n+1})_{j\mu,\,i\nu} = \int d^3x\, \psi^*_{j\mu}(x) \left(\frac{\rho_i(x)\,\rho_j(x)}{\rho_{00}^2}\right)^n \psi_{i\nu}(x), \quad i \neq j .$$

Рассмотрим сначала матричные элементы, связывающие состояния, близкие к поверхности Ферми. Воспользуемся тем, что в области перекрывания ядер, радиальные части волновых функций ведут себя сходным образом и могут быть аппроксимированы квадратным корнем из плотности:

$$(\hat{K}^{2n})_{j,j} \simeq \frac{\rho_{00}}{A_j} \int d^3x \left(\frac{\rho_i(x)\,\rho_j(x)}{\rho_{00}^2}\right)^n ,$$

$$(\hat{K}^{2n+1})_{j,i} \simeq \frac{\rho_{00}}{\sqrt{A_i A_j}} \int d^3x \left(\frac{\rho_i(x)\,\rho_j(x)}{\rho_{00}^2}\right)^{n+1/2}, \quad i \neq j . \qquad /20/$$

По мере удаления состояний от поверхности Ферми матричные элементы убывают. Мы учтем это убывание с помощью фактора $\exp(-\frac{1}{\Delta}|E_{j\mu} - E_{i\nu}|)$. Ввиду малости взаимного проникновения ядер при расчете интегралов в /20/ можно использовать приближение $\rho_i(x)\,\rho_j(x) \simeq \rho^2_{эфф}\, e^{-x^2/d^2}$, где $\rho_{эфф}$ /плотность в центре области перекрывания ядер/ и d определяются расстоянием между ядрами. В результате получаем

$$(\hat{K}^{2n})_{j\mu,\,j\mu'} \simeq e^{-\frac{1}{\Delta}|E_{j\mu} - E_{j\mu'}|} \cdot \frac{(4\pi)^{3/2}\rho_{00} d^3}{A_j\,(2n)^{3/2}} \left(\frac{\rho_{эфф}}{\rho_{00}}\right)^{2n},$$

$$(\hat{K}^{2n+1})_{j\mu,i\nu} \approx e^{-\frac{1}{\Delta}|E_{j\mu}-E_{i\nu}|}\cdot\frac{(4\pi)^{3/2}\,\rho_{00}\,d^{3}}{\sqrt{A_iA_j}\,(2n+1)^{3/2}}\left(\frac{\rho_{эфф}}{\rho_{00}}\right)^{2n+1},\ i\neq j. \qquad /21/$$

При $\dfrac{\rho_{эфф.}}{\rho_{00}} < 0{,}5$

$$(\hat{K}^3)_{j\mu,i\nu}/(\hat{K})_{j\mu,i\nu} < 0{,}05, \qquad (\hat{K}^4)_{j\mu,j\mu'}/(\hat{K}^2)_{j\mu,j\mu'} < 0{,}09.$$

Поэтому в разложении /19/ можно ограничиться первыми тремя членами.

Коэффициент радиального трения, полученный в /2/, пропорционален квадратам недиагональных матричных элементов операторов плотности и тока. Расчет матричных элементов, преобразованных в соответствии с /18/, с учетом результатов /21/, показал, что по порядку величины поправки к квадратам матричных элементов, а следовательно, и к коэффициенту трения пропорциональны $\rho_{эфф.}/\rho_{00}$. При максимально допустимых значениях $\rho_{эфф}/\rho_{00}$ они ведут к уменьшению коэффициента трения в 1,5 раза.

Таким образом, при не слишком сильном перекрывании плотностей ядер, пока величина $\rho_{эфф.}/\rho_{00}$ может быть использована как малый параметр, развитый метод позволяет достаточно простым образом учесть неортогональность одночастичных функций сталкивающихся ядер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dietrich K., Hara K. Nucl.Phys.A, 1973, 211, p. 349.
2. Джолос Р.В., Иванова С.П., Иванов В.В. ОИЯИ, Р4-83-661, Дубна, 1983.

Джолос Р.В., Иванова С.П. Р4-84-215

Учет эффекта неортогональности волновых функций при описании процессов столкновения ядер

Предложен метод учета эффекта неортогональности одночастичных волновых функций сталкивающихся ядер в задачах о глубоконеупругих взаимодействиях тяжелых ионов при энергиях порядка 10 МэВ/нуклон.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов.

Jolos R.V., Ivanova S.P. P4-84-215

The Account of the Wave Function Nonorthogonality Effect in Describing Nuclear Collisions

The method is suggested, which takes into account the nonorthogonality of the single-particle wave functions of the colliding nuclei in processes of the heavy ion deep inelastic collisions at 10 MeV/nucleon.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984