сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-84-15

Е.Банг[1] Ф.А.Гареев, С.А.Гончаров[2] Г.С.Казача

ОПИСАНИЕ РЕАКЦИЙ ПЕРЕЗАРЯДКИ (^{7}Li, ^{7}Be) В РАМКАХ МИКРОСКОПИЧЕСКОГО DWBA

[1] Институт Нильса Бора, Копенгаген, Дания.
[2] НИИЯФ МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва.

1984

I. Введение

Реакции перезарядки получили широкое признание как эффективный инструмент в исследованиях структуры ядра. Большой прогресс достигнут в изучении реакций (p,n) при промежуточных энергиях (см., например, /1/ и ссылки в ней). Эта реакция, как и другие реакции того же типа, обусловлена изовекторной частью нуклон-нуклонных сил. В конечной системе возбуждаются состояния, изоспин которых может принимать значения $T_f = T_0 - 1$, T_0 и $T_0 + 1$. Уникальными для изучения изовекторных переходов являются реакции (n,p) и $(^7Li, {}^7Be)$, в которых изоспин конечного состояния принимает единственное значение $T_f = T_0 + 1$. Отметим также, что в отличие от реакций с нуклонами, в которых передается малый угловой момент $(L = 0,1)$, в реакции $(^7Li, {}^7Be)$ могут интенсивно возбуждаться состояния более высокой мультипольности. Избирательность реакции $(^7Li, {}^7Be)$ по изоспину давно замечена и используется экспериментаторами. В частности, в ИАЭ им. И.В. Курчатова на изохронном циклотроне проводится широкое исследование этой реакции на пучке трехзарядных ионов ^7Li /2,3/. Эти работы и стимулировали наш интерес к данной реакции и наши попытки дать ее теоретическое описание, позволяющее однозначно интерпретировать экспериментальные данные.

Необходимо также отметить работы группы из Флориды (США), в которых не только получены данные по реакции $(^7Li, {}^7Be)$ на ядре-мишени ^{28}Si при энергии 36 МэВ /4/ и на ^{40}Ca при энергии 35 МэВ /5/, но и предпринята попытка описания этих данных в подходе, рассмотренном в работе /6/. Этот подход осуществляется в рамках микроскопического Борновского приближения с искаженными волнами $(DWBA)$ с учетом только центральных нуклон-нуклонных сил. При этом для вычисления ядерных переходных плотностей использовалась осцилляторная оболочечная модель.

В теоретическом описании рассматриваемых реакций можно выделить несколько основных моментов. Во-первых, это вопрос о механизреакции. Предполагается, что основной вклад дает прямой одноступенчатый механизм. Однако, как показали исследования других реакций с легкими ионами, например $(^6Li, ^6He)$ /7/, в некоторых случаях важными могут оказаться и двухступенчатые процессы последовательного срыва-подхвата. Нельзя забывать также и об обменных эффектах. Кроме того, из-за наличия у ядер ^7Li и ^7Be достаточно низких первых возбужденных состояний, возможно, необходимым окажется учет их возбуждения в процессе рассеяния. Все эти вопросы требуют исследования. В настоящей работе мы пока ограничимся рассмотрением прямого одноступенчатого механизма в рамках микроскопического $DWBA$.

Другим важным моментом является выбор адекватных моделей для описания сталкивающихся ядер. В работах /4-6/ использовалась простая одночастичная модель с осцилляторными волновыми функциями как для ядер с A = 7, так и для ядер-мишеней. Однако ядра ^7Li и ^7Be могут рассматриваться и как имеющие существенно кластерную струтуру /8/. Одной из целей нашей работы является исследование эффектов кластерной структуры этих ядер, а также эффектов отдачи по "легкой" частице, которые в известных нам работах не принимались во внимание. В рассматриваемой нами модели ядро $^7Li\,(^7Be)$ состоит из двух кластеров $\alpha + t$ $(\alpha + {}^3He)$, находящихся в P - состоянии относительного движения /9/. При этом, если α - частица берется как инертный бесструктурный остов, то волновые функции кластеров t и ^3He вычисляются в рамках трехчастичной модели /10/. Эффект отдачи в этом подходе учитывается точно.

При описании формализма мы не конкретизировали модели для вычисления переходной плотности ядра-мишени. Выбор соответствующей модели в каждом конкретном примере обсуждается отдельно.

Наконец, что касается выбора эффективных нуклон-нуклонных сил, то, как и в работах /4-5/, мы пока ограничились центральными компонентами, хотя в работе /5/ и предполагается, что учет тензорных компонент в некоторых случаях может улучшить описание. Для радиальной зависимости нуклон-нуклонных сил мы брали как потенциал Гаусса, так и суперпозицию потенциалов Юкавы с членом, имитирующим обменные эффекты /5/.

Настоящая статья представляет собой первую часть работы. В ней мы дадим общие соотношения рассматриваемых реакций в рамках микроскопического $DWBA$ с центральными силами (раздел 2), выведем формулы для фурье-образов переходных плотностей $^7Li - {}^7Be$ в двух моделях: одночастичной и кластерной (раздел 3). Далее, обсудив кратко используемые численные методы, мы представим результаты расчетов формфакторов в этих моделях (с использованием обеих упомянутых радиальных форм эффективных сил) на примерах реак-

ций $^6Li(^7Li, {}^7Be)^6He$ и $^{40}Ca(^7Li, {}^7Be)^{40}K$ (раздел 4).

2. Общие соотношения

Запишем амплитуду реакции в $DWBA$, следуя обычным обозначениям /11/:

$$T_{fi} = \int d\vec{r}\, \chi_f^{(-)*}(\vec{k}_f, \vec{r}) \langle Bb | V | Aa \rangle \chi_i^{(+)}(\vec{k}_i, \vec{r}) \qquad (2.1)$$

В микроскопическом рассмотрении рассеяния ионов взаимодействие налетающего ядра и ядром-мешенью берется в следующем виде:

$$V = \sum_{p,t} V_{pt}$$
$$V_{pt} = g(s_{pt}) \sum_{SM_S TM_T} G_{ST} (-1)^{M_S + M_T} \sigma^S_{-M_S}(p)\, \sigma^S_{M_S}(t)\, \tau^T_{-M_T}(p)\, \tau^T_{M_T}(t). \qquad (2.2)$$

Здесь мы ограничились только центральными компонентами. V_{pt} - двухчастичное взаимодействие p - го нуклона налетающего ядра и t -го нуклона ядра-мишени, $\sigma^0 = \tau^0 = 1$, а σ^1 и τ^1 - спиновые и изоспиновые операторы Паули. $g(s_{pt})$ определяет радиальную формул взаимодействия и зависит только от относительного расстояния s_{pt} между "активными" нуклонами. Мы будем использовать гауссовскую форму

$$g_G(s) = \exp(-\alpha_G^2 s^2) \qquad (\alpha_G^{-1} = 1{,}8\ фм) \qquad (2.3а)$$

и суперпозицию потенциалов Юкавы с добавлением члена, имитирующего обменные эффекты, также как и в работе /5/

$$g_Y(s) = \sum_{i=1}^{3} a_i \frac{\exp(-b_i s)}{b_i s} + c\,\delta(\vec{s}). \qquad (2.3б)$$

Матричный элемент $\langle Bb | V | Aa \rangle$ можно представить в виде разложения по парциальным волнам:

$$\langle Bb | V | Aa \rangle = \sum_{L_2 M_2 J_p m_p J_t m_t} (J_A M_A J_t m_t | J_B M_B)(L_2 M_2 J_p m_p | J_t m_t) \times$$
$$\times (J_b m_b J_p m_p | J_a m_a)\, i^{-L_2}\, Y^*_{L_2 M_2}(\Omega_2)\, \mathcal{F}^{L_2 J_p J_t}(r). \qquad (2.4)$$

Для этого воспользуемся преобразованием Фурье-Бесселя для радиальной части взаимодействия:

$$g(s) = (2\pi)^{-3} \int d\vec{k}\, g(k) e^{i\vec{k}\vec{s}} = (2\pi)^{-3} \int d\vec{k}\, g(k) e^{i\vec{k}(\vec{r} + \vec{r}_p - \vec{r}_t)}$$
$$g(k) = 4\pi \int g(s)\, j_0(ks)\, s^2 ds, \qquad (2.5)$$

а затем вычислим $\mathcal{F}^{L_z J_p J_t}(r)$, поступая аналогично работам /6,I2/. Тогда получим

$$\mathcal{F}^{L_z J_p J_t}(r) = \sum_{T M_T S L_p L_t} G_{ST} (-1)^{J_b - J_a} \hat{J}_a^{-1} \hat{J}_b \hat{J}_p \hat{L}_p \hat{L}_t (L_p 0 L_t 0 | L_z 0) \times$$

$$\times W(J_p L_p J_t L_t; S L_z)\, I_{ST}(r), \tag{2.6}$$

где

$$\hat{x} = (2x+1)^{1/2}.$$

$$I_{ST}(r) = \frac{1}{4}\pi^{-5/2} \int_0^\infty dk\, k^2 j_{L_z}(kr) \tilde{F}_{ab}^{L_p S J_p, T}(k) \tilde{F}_{AB}^{L_t S J_t, T}(k)\, g(k), \tag{2.7}$$

$$\tilde{F}_{ab}^{L_p S J_p, T}(k) = 4\pi \int_0^\infty dr_p\, r_p^2 j_{L_p}(k r_p) F_{ab}^{L_p S J_p, T}(r_p), \tag{2.8}$$

$$\tilde{F}_{AB}^{L_t S J_t, T}(k) = 4\pi \int_0^\infty dr_t\, r_t^2 j_{L_t}(k r_t) F_{AB}^{L_t S J_t, T}(r_t). \tag{2.9}$$

Соотношения (2.8) и (2.9) определяют фурье-образы переходных плотностей для налетающего ядра ("легкая" система) и ядра-мишени ("тяжелая" система) :

$$F_{ab}^{L_p S J_p, T}(r_p) = (-1)^{M_T} (\hat{J}_b \hat{T}_b)^{-1} (T_a N_a T\, {-M_T} | T_b N_b) \times$$
$$\times \langle J_b T_b ||| \sum_{p'} \frac{\delta(r_p - r_{p'})}{r_{p'}^2} T^{L_p S J_p}(p') \tau^T(p') ||| J_a T_a \rangle, \tag{2.10}$$

$$F_{AB}^{L_t S J_t, T}(r_t) = (\hat{J}_B \hat{T}_B)^{-1} (T_A N_A T M_T | T_B N_B) \times$$
$$\times \langle J_B T_B ||| \sum_{t'} \frac{\delta(r_t - r_{t'})}{r_{t'}^2} T^{L_t S J_t}(t') \tau^T(t') ||| J_A T_A \rangle, \tag{2.11}$$

$$T_M^{LSJ}(i) \equiv i^L [Y_L(\Omega_i) \cdot \sigma^S(i)]_M^J . \tag{2.12}$$

Все определяния и соглашения о фазах для сферических функций, коэффициентов Клебша-Гордона и т.д. берутся по книге /13/. J_p и J_t - моменты , передаваемые в реакции "легкой" и "тяжелой" системам соответственно. L_z - изменение момента относительного движения

сталкивающихся ядер. Из приведеннных выше выражений очевидны правила отбора для участвующих моментов.

3. Реакция $A(^7Li, ^7Be)B$

Основное и первое возбужденное (E_x = 0,478 МэВ) состояния ядра ^7Li имеют $J^\pi T$ = $3/2^- 1/2$ и $1/2^- 1/2$, соответственно, и N_a = I/2. Такими же квантовыми числами характеризуются основное и первое возбужденное (E_x = 0,43I МэВ) состояния ядра ^7Be , кроме N_b = I/2. Из правил отбора следует, что L_p всегда четное, T= I и S = 0,I. Пока мы не конкретизируем модель для описания ядра-мишени. Для ядер ^7Li и ^7Be , согласно нашим целям рассмотрим две модели.

Модель I. Как уже говорилось, эта модель использовалась в работах /4-6/. Первые два состояния ядер с A = 7 описываются в ней оболочечными осцилляторными волновыми функциями в LS - схеме. Радиальные части переданных плотностей тогда имеют вид

$$F_{ab}^{L_p S J_p, 1}(r_p) = (-1)^{M_T} \sqrt{2}\, M_{ab}^{L_p S J_p, 1} u_{1p}^2(r_p),$$
$$u_{1p}^2(r_p) = \frac{8}{3}\pi^{-1/2} \alpha_p^5 r_p^2 \exp(-\alpha_p^2 r_p^2) \tag{3.1}$$

с осцилляторным параметром α_p = 0,578 фм$^{-1}$. Значения $M_{ab}^{L_p S J_p, 1}$ даны в таблице 3 работы /6/. Подставляя (3.I) в (2.8), получим:

$$\tilde{F}_{ab}^{L_p S J_p, 1}(k) = (-1)^{M_T} \sqrt{2}\, M_{ab}^{L_p S J_p, 1} f_{L_p}(k), \tag{3.2}$$

$$f_0(k) = 4\pi (1 - k^2/6\alpha_p^2) \exp(-k^2/4\alpha_p^2), \tag{3.3а}$$

$$f_2(k) = \frac{2\pi}{3} \frac{k^2}{\alpha_p^2} \exp(-k^2/4\alpha_p^2) . \tag{3.3б}$$

Модель II. Предполагается, что ядра ^7Li и ^7Be состоят из двух кластеров: α- частицы и трехнуклонного ядра (^3H или ^3He). Оба кластера находятся только в основном состоянии, при этом α -частица является лишь инертным бесструктурным остовом и в реакции участия не принимает. Волновая функция ядра с A = 7 записывается в виде

$$\Psi_{TN}^{JM_J} = \Psi_\alpha(1) \sum_{l m_l M} (l m_l \tfrac{1}{2} M | J M_J)\, \phi_l(R)\, i^l Y_{l m_l}(\Omega_R)\, \Psi_{TN}^{\frac{1}{2} M}(2,3,4), \tag{3.4}$$

$\Psi_\alpha(1)$ и $\Psi^{\frac{1}{2}M}_{TN}(2,3,4)$ – волновые функции α – частицы и ядра с A = 3, соответственно. $\phi_\ell(R)$ – радиальная часть волновой функции относительного движения кластеров с данным орбитальным угловым моментом ℓ . Используемая система координат показана на рис. I. Имеем следующие соотношения между векторами $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$, $\vec{\tau}_3$, $\vec{\tau}_4$ и $\vec{\varkappa}_4$, $\vec{\eta}_4$, $\vec{R}$:

$$\vec{\tau}_p = a_p\vec{\varkappa}_4 + b_p\vec{\eta}_4 + c_p\vec{R} \qquad (p = 1,2,3,4), \qquad (3.5)$$

где

$$a_1 = a_4 = b_1 = 0\,, \qquad c_2 = c_3 = c_4\,, \qquad a_3 = -\frac{m_2}{m_3}a_2\,,$$

$$a_2 = \frac{m_3}{m_2+m_3}\tilde{\tau}_{23}\,, \quad b_2 = b_3 = -\frac{m_4}{m_2+m_3}b_4\,, \quad b_4 = -\frac{m_2+m_3}{m_2+m_3+m_4}\tilde{\tau}_{423}$$

$$c_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2+m_3+m_4}\,, \qquad c_1 = -\frac{m_2+m_3+m_4}{m_1}c_2\,,$$

$$\tilde{\tau}_{23} = \left[\frac{m_2+m_3}{2m_2m_3}\right]^{1/2}, \qquad \tilde{\tau}_{423} = \left[\frac{m_4+m_2+m_3}{2m_4(m_2+m_3)}\right]^{1/2}.$$

Волновая функция для ядра A = 3 в схеме LS – связи и в системе координат Якоби имеет вид /I4/

$$\Psi^{\frac{1}{2}M}_{\frac{1}{2}N}(2,3,4) = \sum_{\alpha L_\varkappa L_\eta L_\xi M_\xi \Sigma M_\Sigma}(L_\xi M_\xi \Sigma M_\Sigma|\tfrac{1}{2}M)\,\times$$

$$\times\,\phi^{\alpha}_{(L_\varkappa L_\eta)L_\xi}(\varkappa_4,\eta_4)\,\mathcal{Y}^{(L_\varkappa L_\eta)}_{L_\xi M_\xi}(\Omega_\varkappa\Omega_\eta)\,\chi^{\alpha}_{\Sigma M_\Sigma \frac{1}{2}N}\,, \qquad (3.6)$$

где $\mathcal{Y}^{(L_1L_2)}_{LM}(\Omega_1,\Omega_2)$ – биполярная сферическая гармоника /I3/, а α –индекс симметрии спин-изоспиновой волновой функции $\chi^{\alpha}_{\Sigma M_\Sigma\frac{1}{2}N}$:

$$\alpha = \begin{cases} \text{"sym"} & \text{– полностью симметричная} \\ \text{"a"} & \text{– полностью антисимметричная} \\ \text{"+"} & \text{– симметричная по паре (2.3)} \\ \text{"–"} & \text{– антисимметричная по паре (2.3)} \end{cases}.$$

Из работ /I4,I5/ известно, что основной вклад (около 90%) в волновую функцию (3.6) дает компонента с $L_\varkappa = L_\eta = L_\xi = 0$, $\Sigma = \frac{1}{2}$ и $\alpha = \text{"a"}$, тогда, приближенно

$$\Psi^{\frac{1}{2}M}_{\frac{1}{2}N}(2,3,4) \approx sym\left\{\frac{1}{4\pi}\phi_0(\varkappa_4,\eta_4)\right\}\chi^{a}_{\frac{1}{2}M\frac{1}{2}N}\,, \qquad (3.7)$$

$$\chi^{a}_{\frac{1}{2}M\frac{1}{2}N} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\chi_{(1\frac{1}{2})\frac{1}{2}M}(\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4)\,\chi_{(0\frac{1}{2})\frac{1}{2}N}(\tau_2,\tau_3,\tau_4) - \right.$$

$$\left. -\chi_{(0\frac{1}{2})\frac{1}{2}M}(\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4)\,\chi_{(1\frac{1}{2})\frac{1}{2}N}(\tau_2,\tau_3,\tau_4)\right\}, \qquad (3.8)$$

$$\chi_{(S\frac{1}{2})\frac{1}{2}M}(\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4) \equiv \left[\left[\chi_{\frac{1}{2}}(\sigma_2)\times\chi_{\frac{1}{2}}(\sigma_3)\right]^S\times\chi_{\frac{1}{2}}(\sigma_4)\right]^{\frac{1}{2}}_M$$

и аналогично определяется изоспиновая функция.

Подробнее о классификации состояний системы 3-х частиц см. работы /I6,I7/. Для определения пространственной функции системы 3-х тождественных частиц используется вариационный расчет на гауссовском базисе, предложенный в работе /I0/:

$$sym\left\{\frac{1}{4\pi}\phi_0(\varkappa_4,\eta_4)\right\} \equiv \phi(\varkappa_4,\eta_4,\mu_4) = \sum_{n=1}^{N}\tilde{c}_n\,sym\left\{\frac{1}{4\pi}\exp[-\alpha_n\varkappa_4^2-\beta_n\eta_4^2]\right\}$$

$$= \sum_{n}^{N}\tilde{c}_n\frac{1}{4\pi}\sum_{k=2,3,4}\exp[-\alpha_n\varkappa_k^2-\beta_n\eta_k^2], \qquad (3.9)$$

где

$$\mu_4 = (\vec{\varkappa}_4\vec{\eta}_4)/\varkappa_4\eta_4\,.$$

Связь различных пар координат Якоби:

$$\begin{aligned} \vec{\varkappa}_k &= \xi_k\vec{\varkappa}_4 + \theta_k\vec{\eta}_4 \\ \vec{\eta}_k &= -\theta_k\vec{\varkappa}_4 + \xi_k\vec{\eta}_4 \end{aligned} \qquad (k = 2,3)\,, \qquad (3.10)$$

где

$$\xi_2 = (m_2/m_3)^{1/2}\xi_3 = -\left[\frac{m_2m_4}{(m_2+m_3)(m_3+m_4)}\right]^{1/2},$$

$$\theta_2 = -\left[\frac{m_3(m_2+m_4)}{m_2(m_3+m_4)}\right]^{1/2} \quad \theta_3 = \left[\frac{m_3(m_2+m_3+m_4)}{(m_2+m_3)(m_3+m_4)}\right]^{1/2},$$

тогда

$$\phi(\varkappa,\eta,\mu) = \frac{1}{4\pi}\sum_{n=1}^{N}\tilde{c}_n\sum_{k=2,3,4}\exp[-\alpha_{nk}\varkappa^2-\beta_{nk}\eta^2-\gamma_{nk}\varkappa\eta\mu], \qquad (3.11)$$

где $\alpha_{n4} = \alpha_n$, $\beta_{n4} = \beta_n$, $\gamma_{n4} = 0$,

$$\alpha_{nk} = \alpha_n\xi_k^2 + \beta_n\theta_k^2\,, \quad \beta_{nk} = \alpha_n\theta_k^2 + \beta_n\xi_k^2\,, \quad \gamma_{nk} = 2(\alpha_n-\beta_n)\xi_k\theta_k$$
$$(k = 2,3)$$

(Здесь и далее $\varkappa \equiv \varkappa_4$, $\eta \equiv \eta_4$ и $\mu \equiv \mu_4$).

Волновая функция относительного движения кластеров $\phi_\ell(R)$ также находится с помощью разложения по гауссовским функциям /9/

$$\phi_\ell(R) = \sum_{n=1}^{N_\ell} \tilde{c}_n^{\,\ell} R^\ell \exp[-\alpha_n^\ell R^2]. \qquad (3.12)$$

Подводя итог, выпишем полную волновую функцию ядра ^7Li в модели II:

$$|^7Li\rangle \equiv |a\rangle = \Psi_a(1) \sum_{\ell m M} i^\ell \phi_{\ell_a}(R)\, \phi(\varkappa,\eta,\mu)\, \times$$

$$\times (\ell_a m \tfrac{1}{2} M | J_a M_a)\, \mathcal{Y}^{(00)0\ell_a}_{\ell_a m}(\Omega_R, \Omega_\varkappa, \Omega_\eta)\, \chi^a_{\frac{1}{2} M \frac{1}{2} N_a}, \qquad (3.13)$$

аналогично выглядит волновая функция ядра ^7Be. Далее в расчетах предполагалось, что пространственная волновая функция $\phi(\varkappa,\eta;\mu)$ одинакова для ^7Li и ^7Be. В (3.13) функция $\mathcal{Y}^{(L_\varkappa L_\eta)L_{\varkappa\eta}L}_{\ell m}(\Omega_R, \Omega_\varkappa, \Omega_\eta)$ – триполярная сферическая гармоника /13/.

Используя волновую функцию (3.13), получаем фурье-образ переходной плотности "легкой" системы в Модели II:

$$\tilde{F}_{a\ell}^{L_p S J_p, T}(k) = \sqrt{\pi}\, i^{\ell_a - \ell_\ell + L_p} \sqrt{2}\, \hat{J}_a \hat{J}_p \hat{L}_p \hat{\ell}_a (\ell_a 0 L_p 0 | \ell_\ell 0)\, \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} L_p & S & J_p \\ \ell_\ell & \frac{1}{2} & J_\ell \\ \ell_a & \frac{1}{2} & J_a \end{Bmatrix} \sum_{p=2,3,4} I_{STM_T}(p)\, I_R^{L_p}(k,p)\, I_{a\ell}(k,p), \qquad (3.14)$$

где

$$I_{STM_T}(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tfrac{1}{2} N_a T - M_T | \tfrac{1}{2} N_\ell)\, \times$$

$$\times \langle \chi^a_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} ||| \sigma^S(p) \tau^T(p) ||| \chi^a_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \rangle \qquad (3.15)$$

$$I_R^{L_p}(k,p) = (-1)^{C_p L_p} \int_0^\infty dR\, R^2 \phi_{\ell_\ell}(R)\, j_{L_p}(k C_p R)\, \phi_{\ell_a}(R) \qquad (3.16)$$

$$I_{a\ell}(k,p) = \sum_{L=0}^{\infty} (-1)^{(A_p+B_p+1)L} \int_0^\infty d\varkappa\, \varkappa^2 j_L(k a_p \varkappa)\, \times$$

$$\times \int_0^\infty d\eta\, \eta^2 j_L(k b_p \eta) \int_{-1}^{+1} d\mu\, \phi^2(\varkappa,\eta,\mu)\, P_L(\mu). \qquad (3.17)$$

Здесь $A_p = \begin{cases} 1; & \text{если } a_p < 0 \\ 0; & \text{если } a_p > 0 \end{cases}$, аналогично B_p и C_p.

Сделаем несколько замечаний по поводу вычисления интегралов. Поскольку мы рассматриваем только основное и первое возбужденное

состояние ядер с A = 7, то в Модели II имеем: $\ell_a = \ell_\ell = 1$ и, следовательно, $L_p = 0$ или 2. Тогда для (3.16) имеем /18/

$$I_0^R(k,p) = \frac{\sqrt{\pi}}{16} \sum_{n_1,n_2}^{N_\ell} \tilde{c}_{n_1} \tilde{c}_{n_2} \frac{6\alpha_{12}^R - c_p^2 k^2}{(\alpha_{12}^R)^{7/2}} \exp[-c_p^2 k^2 / 4\alpha_{12}^R], \qquad (3.18а)$$

$$I_2^R(k,p) = \frac{\sqrt{\pi}}{16} \sum_{n_1 n_2}^{N_\ell} \tilde{c}_{n_1}^R \tilde{c}_{n_2}^R c_p^2 k^2 (\alpha_{12}^R)^{-7/2} \exp[-c_p^2 k^2 / 4\alpha_{12}^R] \qquad (3.18б)$$

$$(\alpha_{12}^R \equiv \alpha_{n_1}^R + \alpha_{n_2}^R).$$

Подставляя в (3.17) разложение (3.11), получаем /18/

$$I_{a\ell}(k,p) = \pi \sum_{L=0}^{\infty} (-1)^{(A_p+B_p+1)L} \sum_{n_1,n_2}^{N} \tilde{c}_{n_1} \tilde{c}_{n_2}\, \times$$

$$\times \sum_{K_1,K_2=2,3,4} (d_{12})^{-3/2}\, i_L(x k^2) \exp(-y k^2) \qquad (3.19)$$

при условии

$$d_{12} > 0. \qquad (3.20)$$

Здесь

$$x \equiv a_p b_p \gamma_{12} / d_{12},$$

$$y \equiv (a_p^2 \beta_{12} + b_p^2 \alpha_{12}) / 4 d_{12},$$

$$d_{12} \equiv 4\alpha_{12}\beta_{12} - \gamma_{12}$$

$$(\alpha_{12} \equiv \alpha_{n_1 K_1} + \alpha_{n_2 K_2}, \quad \beta_{12} = \beta_{n_1 K_1} + \beta_{n_2 K_2}, \quad \gamma_{12} = \gamma_{n_1 K_1} + \gamma_{n_2 K_2}),$$

$i_L(x)$ – сферическая функция Бесселя мнимого аргумента.

Условие (3.20) в рассмотренных примерах всегда выполняется. При численном вычислении (3.19) мы ограничивались в суммировании по L значениями до $L_{max} = 6$. Увеличение L_{max} не приводило к заметному изменению результатов.

Заметим также, что в Модели II имеем дополнительные правила отбора

$$\Delta(\ell_a L_p \ell_\ell) \quad \text{и} \quad (-1)^{\ell_a + \ell_\ell + L_p} = 1.$$

4. Численные расчеты

Прежде всего для кратности введем следующие обозначения. В зависимости от вида расчета результаты будут помечаться одной из двух букв G или Y (указывают на выбор радиальной формы эффективных сил) и цифрой 1 или 2 (указывает на выбор модели для вычисления переходной плотности "легкой" системы). Например, $Y2$ означает, что использовалась Модель II и эффективное взаимодействие с радиальной зависимостью в виде суммы потенциалов Юкавы (2.3б), а $G2$ – с гауссовской формой эффективных сил (2.3а).

Первые расчеты формфакторов (2.6) проводились на примере реакции $^6Li(^7Li,{}^7Be)^6He$. Одной из причин выбора этой реакции была возможность достаточно простого и уже апробированного нами /12/ вычисления волновых функций ядер ^6Li и ^6He в рамках трехчастичной модели /19,20/. Для этих ядер мы вновь использовали функции из работы /20/ (с включением изоспиновых координат), где радиальные части находились из вариационного расчета на гауссовском базисе:

$$\phi_L^{\ell\lambda}(x,y)=\sum_{i=1}^{N}\tilde{c}_i\, x^\lambda y^\ell \exp[-\alpha_i x^2-\beta_i y^2]\,. \tag{4.1}$$

Координаты Якоби $\vec{x}$ и $\vec{y}$ связаны с $\vec{r}_t$ $(t=1,2,3)$ соотношениями

$$\vec{r}_t=\tilde{a}_t\vec{x}+\tilde{b}_t\vec{y}, \tag{4.2}$$

где

$$\tilde{a}_1=0\ ,\quad \tilde{a}_2=\frac{m_3}{m_2+m_3}\tau_{23}\ ,\quad \tilde{a}_3=-\frac{m_2}{m_3}\tilde{a}_2\ ,$$

$$\tilde{b}_1=-\frac{m_2+m_3}{m_1}\tilde{b}_2\ ,\quad \tilde{b}_2=\tilde{b}_3=\frac{m_1}{m_1+m_2+m_3}\tau_{123}\ ,$$

$$\tau_{23}=\left[\frac{\hbar^2(m_2+m_3)}{2m_2m_3}\right]^{1/2},\quad \tau_{123}=\left[\frac{\hbar^2(m_1+m_2+m_3)}{2m_1(m_2+m_3)}\right]^{1/2}.$$

Подставляя эти волновые функции в (2.11) и (2.9) и воспользовавшись соотношением /13/

$$i^{L_t}j_{L_t}(k,r_t)\,Y_{L_tM_t}(\Omega_t)=\sqrt{4\pi}\sum_{\lambda\ell}i^{\lambda+\ell}j_\lambda(k\tilde{a}_tx)\,j_\ell(k\tilde{b}_ty)\times$$
$$\times(-1)^{\tilde{A}_t\lambda+\tilde{B}_t\ell}\,\hat{\lambda}\hat{\ell}\hat{L}_t^{-1}(\lambda0\ell0|L_t0)\,\mathcal{Y}_{L_tM_t}^{(\lambda\ell)}(\Omega_x,\Omega_y),$$

мы получим фурье-образ переходной плотности ядра-мишени для этой реакции:

$$\tilde{F}_{AB}^{L_tSJ_t,T}(k)=\sqrt{4\pi}\sum_{\substack{\lambda\ell L_AS_A\lambda_A\ell_A\\ L_BS_B\lambda_B\ell_B}}i^{\lambda+\ell}\hat{\lambda}^2\hat{\ell}^2\hat{\lambda}_A\hat{\ell}_A\hat{L}_A\hat{L}_B\hat{J}_A\hat{J}_t\times$$
$$\times(\lambda0\ell0|L_t0)(\lambda0\lambda_A0|\lambda_B0)(\ell0\ell_A0|\ell_B0)\times \tag{4.3}$$
$$\times\begin{Bmatrix}\lambda&\lambda_A&\lambda_B\\ \ell&\ell_A&\ell_B\\ L_t&L_A&L_B\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}J_t&J_B&J_A\\ L_t&L_B&L_A\\ S&S_B&S_A\end{Bmatrix}\sum_{t=2,3}I_{AB}^{\lambda\ell}(k,t)\,I_{STM_T}(t),$$

$$I_{STM_T}(t)=\langle S_B\|\sigma^S(t)\|S_A\rangle\langle T_BN_B|\tau^T_{M_T}(t)|T_AN_A\rangle, \tag{4.4}$$

$$I_{AB}^{\lambda\ell}(k,t)=(-1)^{\tilde{A}_t\lambda+\tilde{B}_t\ell}\int_0^\infty dx\,x^2\int_0^\infty dy\,y^2\,\phi_{L_B}^{\lambda_B\ell_B}(x,y)\,j_\lambda(k\tilde{a}_tx)\,j_\ell(k\tilde{b}_ty)\,\phi_{L_A}^{\lambda_A\ell_A}(x,y), \tag{4.5}$$

$\tilde{A}_t$ и $\tilde{B}_t$ определяются аналогично A_p и B_p в (3.17). Из (4.3) очевидны правила отбора для участвующих моментов.

Далее нам приходится иметь дело с интегралами вида

$$g_L(q)=\int_0^a f(x)\,j_L(qx)\,dx\,.$$

Эти интегралы вычислялись с помощью программы FTRANS , описанной в работе /21/ и основанной на использовании метода Филона, расширенного на сферические функции Бесселя.

По данным работ /19,20/ определяющий вклад в волновые функции основных состояний ядер ^6Li и ^6He дают компоненты

для ^6Li : $\lambda_A=\ell_A=L_A=0$, $S_A=1$

и для ^6He: $\lambda_B=\ell_B=L_B=S_B=0$.

Тогда в случае G1 можно получить аналитическое выражение для формфактора. Действительно, подставляя для этих значений моментов (4.1) и (4.3) а также (2.3а) и (3.2 - 3.3) в (2.6 - 2.7) и беря соответствующие интегралы, получаем

$$I_{ST}(r)=(-1)^{N_B+1}\sqrt{6}\,M_{ab}^{L_pSJ_p,1}\,\delta_{S1}\,\delta_{T1}\,\delta_{L_t0}\,\delta_{J_t1}\,\delta_{M_TN_B}\frac{\pi^2}{4\alpha_c^3}\times$$
$$\times\sum_{i_1i_2}\tilde{c}_{i_1}^A\tilde{c}_{i_2}^B(\alpha_{AB}\beta_{AB})^{-3/2}\sum_{t=2,3}\gamma_{AB}^3\exp(-\gamma_{AB}^2r^2)\times \tag{4.6}$$
$$\times\left[\delta_{L_p0}\delta_{L_20}\left(1-\gamma_{AB}^2/\alpha_p^2+2\gamma_{AB}^4r^2/3\alpha_p^2\right)+\right.$$
$$\left.+\delta_{L_p2}\delta_{L_22}\,2\gamma_{AB}^2r^2/3\alpha_p^2\right],$$

где

$$\gamma_{AB}\equiv\left[\frac{1}{\alpha_c^2}+\frac{1}{\alpha_p^2}+\frac{\tilde{a}_t^2}{\alpha_{AB}}+\frac{\tilde{b}_t^2}{\beta_{AB}}\right]^{-1/2}$$

$(\alpha_{AB}\equiv\alpha_{i_1}^A+\alpha_{i_2}^B\ ,\quad \beta_{AB}\equiv\beta_{i_1}^A+\beta_{i_2}^B\ ).$

Этим обстоятельством мы воспользовались для проверки точности наших вычислений формфакторов. Оказалось, что относительные ошибки на интервале от 0 до 10 фм не превышают 1 % и достигают 6 % при больших значениях r и шаге интегрирования в программе FTRANS Δx = 0,04 фм.

На рис. 2 показаны компоненты формфактора с $L_tJ_pJ_t$ = 011, 211 и 231, вычисленные нами в различных случаях. Видно, что в поверхностной области отличия невелики, хотя и ощутимы. К сожалению, из-за отсутствия в известной нам литературе экспериментальных данных по упругому рассеянию $^7Li + ^6Li$ и рассматриваемой реакции пока нет возможности получить для этой реакции угловые распределения и проанализировать экспериментальные сечения.

В описанном формализме мы привели также расчеты формфакторов и угловых распределений для реакции $^{40}Ca(^7Li, ^7Be)^{40}K$ при энергии 35 МэВ. Эта реакция исследовалась в работе /5/. Теоретический расчет в этой работе соответствует нашему случаю $Y1$. Переходные плотности ядра мишени мы вычисляли в той же модели, что и в работе /5/. Одинаковыми брались и оптические параметры. В случае $Y1$ наши угловые распределения с хорошей точностью воспроизводят результаты работы /5/ В случае $Y2$ форма углового распределения практически не отличается от случая $Y1$, а по абсолютной величине сечения уменьшаются на 20 %.

Хотя проведенные в этой части расчеты и являются скорее апробацией описанного выше формализма, но уже по их результатам можно качественно судить об эффектах рассмотрения ядер с A = 7 в кластерной модели и учете отдачи по "легкой" системе.

Во второй части мы представим результаты расчетов для реакций $(^7Li, ^7Be)$ на ядрах ^{16}O и ^{12}C при энергии 78 МэВ и проанализируем экспериментальные данные, недавно полученные в ИАЭ им. И.В. Курчатова.

Авторы благодарны за полезные обсуждения С.Б. Сакута, С.Н. Ершову и С.С. Камалову. Авторы также признательны В.И. Кукулину, В.М. Краснопольскому и их сотрудникам за предоставление волновых функций и полезные обсуждения.

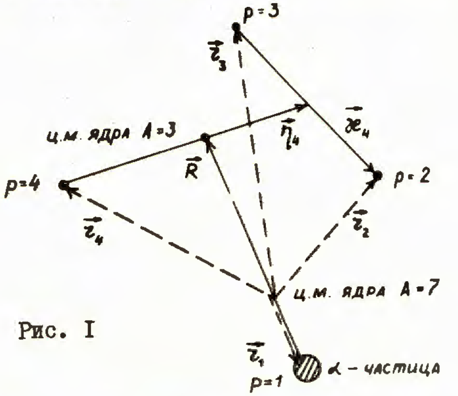

Рис. I

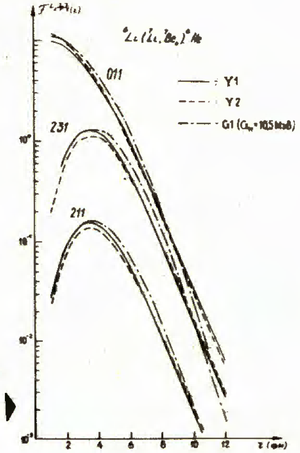

Рис. 2. Компоненты формфакторов с $L_t J_p J_t$ = 0II,2II и 23I для реакции $^6Li(^7Li, ^7Be)^6He$ в различных случаях расчета.

Литература:

I. Gaarde C. et al., Nucl. Phys., 1983, A396, 127.
2. Александров Д.В. и др. Тезисы докладов XXXII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Киев, 1982 г. Наука, Л., 1982 г., с. 358.
3. Борзов И. и др. Тезисы докладов XXXIII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Москва, 1983 г., Наука, Л., 1983, с. 364.
4. Williams-Norton M.E. et al., Nucl. Phys., 1977, A275, 509.
5. Williams-Norton M.E. et al., Nucl. Phys., 1979, A313, 477.
6. Petrovich F., Stanley D., Nucl. Phys., 1977, A275, 487.
7. Kubo K.I. Nucl. Phys., 1975, A246,
8. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра. Пер. с англ. "Мир", М., 1980.
9. Kukulin V.I. et al., Nucl. Phys., 1975, A245, 429;
Добовиченко С.Н. и др. Структура легких ядер. Межвузовский сборник Калинин, 1983, с. 96.
I0. Krasnopol'sky V.M., Kukulin V.I. J. Phys. G.: Nucl. Phys., 1977, 3, 795; Czech. J. Phys., 1977, B27, 290.
II. Satchler G.R. Nucl. Phys., 1964, 55, I.
I2. Гареев Ф.А. и др. Препринт ОИЯИ, Р4-82-437, Дубна, 1982; Ядерная физика, 1983, 38, 73.
I3. Варшалович Д.А. и др. Квантовая теория углового момента. "Наука", Л., 1975.
I4. Laverne A., Gignoux C., Nucl. Phys., 1973, A203, 527.
I5. Brandenburg R.A. et al. Phys. Rev., 1975, C12, 1368.
I6. Derrick G., Blatt J.M. Nucl. Phys. 1958, 8, 310.
I7. Harper E.P. et al. Phys. Rev., 1972, C6, 126.
I8. Градштейн И.С, Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М., 1962.
I9. Bang J.m Gignoux C. Nucl. Phys., 1979, A313, 119.
20. Кукулин В.И. и др. Ядерная физика, 1981, 34, 21.
2I. Sommer B., Zabolotzky J.G. Comp. Phys. Comm., 1979, 16, 383.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 января 1984 года

Банг Е. и др. Р4-84-15

Описание реакций перезарядки (^{7}Li, ^{7}Be) в рамках микроскопического DWBA

Представлен формализм описания реакций перезарядки (^{7}Li, ^{7}Be) в рамках микроскопического борновского приближения с искаженными волнами (DWBA). Рассматриваются только центральные компоненты эффективных нуклон-нуклонных взаимодействий. Переходные плотности для ^{7}Li–^{7}Be вычисляются в двух моделях: одночастичной оболочечной и кластерной. В последней точно учитывается эффект отдачи. Формализм апробируется численными расчетами формфакторов и дифференциальных сечений на примерах реакций (^{7}Li, ^{7}Be) на ядрах мишенях ^{6}Li и ^{40}Ca.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Bang E. et al. P4-84-15

Description of (^{7}Li, ^{7}Be) Charge-Exchange Reactions within the Framework of Microscopic DWBA

The formalism of the (^{7}Li, ^{7}Be) charge-exchange reaction description is based on microscopic distored wave Born approximation is presented. Only the central effective NN-interaction components are considered. The transition densities for Li-Be are calculated in two models: the one-particle shell model and the cluster one. In the latter the recoil effect is taken into account exactly. The formalism is tested with calculations of the form factors and differential cross sections on (^{7}Li, ^{7}Be) reactions in ^{6}Li and ^{40}Ca target-nuclei.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984