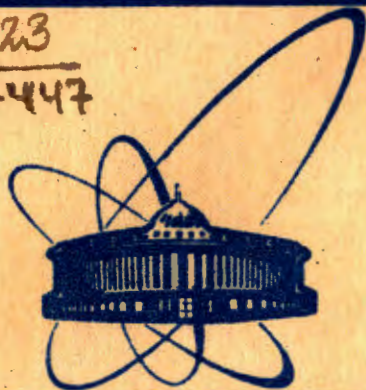


2354/84

C323

Б-447



**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P4-84-100

**В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев, А.Ш.Латипов**

**К ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ  
НА ДВУХ ПОТЕНЦИАЛАХ**

**1984**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время значительно повысился интерес к изучению квантово-механических систем, взаимодействие в которых можно описать с помощью двух потенциалов. Перечислим характерные задачи этого класса. При описании многофотонной ионизации атома<sup>/1/</sup> например, потенциальная энергия представляется в виде суммы кулоновского потенциала и электромагнитного внешнего поля. В качестве другого примера рассмотрим случаи, когда потенциальная энергия является суммой дальнедействующего и короткодействующего потенциалов.

Сюда следует отнести, во-первых, взаимодействие заряженных адронов, т.е. ситуации, когда потенциальная энергия есть сумма кулоновского и ядерного взаимодействий. Если кулоновский потенциал притягивающий, а в ядерном потенциале имеется близкий к нулю уровень, то в системе может возникнуть явление Зельдовича<sup>/2/</sup>, т.е. произойдет перестройка кулоновского спектра. На возможность этого явления в  $NN$  системах указывалось в<sup>/3/</sup>. Аналогичная картина может возникнуть и в мезомолекулярных системах, например, в  $dT_u$ -молекуле. В этой системе дальнедействующим потенциалом является эффективный молекулярный потенциал, действующий между  $d$  и  $T$  и имеющий форму потенциала Морзе. Короткодействующим взаимодействием здесь является сильное  $dT$ -взаимодействие с большой мнимой частью за счет канала  $dT \rightarrow {}^4\text{He}$ . В этом случае явление Зельдовича не наблюдается, однако может возникнуть дополнительный уровень с большой шириной. В<sup>/4/</sup> исследовалась подобная возможность.

Во-вторых, если учесть слабое взаимодействие адронов, то потенциальная энергия есть сумма дальнедействующего сильного потенциала и короткодействующего слабого. В<sup>/5/</sup> при заданном слабом потенциале изучалась зависимость слабых эффектов от поведения сильной волновой функции на малых расстояниях.

В данной заметке на основе вариационного принципа Швингера /ВГШ/ построена приближенная амплитуда рассеяния на двух потенциалах. Начиная с этой работы, предполагается провести систематическое исследование приближений ВГШ к описанию систем с взаимодействием в виде суммы двух потенциалов.



## 2. ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ШВИНГЕРА

Рассмотрим рассеяние частиц на потенциале  $V$ . Функционал Швингера для  $S$ -фазы рассеяния имеет вид /6/

$$\text{tg} \delta = -\frac{1}{k} \frac{\langle \Phi | V | \eta \rangle \langle \eta | V | \Phi \rangle}{\langle \eta | V - V(E - H_0)^{-1} V | \eta \rangle}, \quad /1/$$

где  $\Phi$  - плоская волна,  $E = k^2/2\mu$  - энергия системы,  $H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2}$  -

оператор кинетической энергии,  $|\eta\rangle$  - пробная функция. Выберем пробную функцию в виде:

$$|\eta\rangle = \sum_{i=1}^N C_i |\eta_i\rangle. \quad /2/$$

Подставляя /2/ в /1/, для тангенса фазы получаем:

$$\text{tg} \delta = -\frac{1}{k} \sum_{i,j=1}^N \langle \Phi | V | \eta_i \rangle C_{ij}(E) \langle \eta_j | V | \Phi \rangle, \quad /3/$$

где

$$C_{ij}^{-1}(E) = \langle \eta_i | V - V(E - H_0)^{-1} V | \eta_j \rangle.$$

С другой стороны, выражение /3/ может быть получено при аппроксимации потенциала  $V$  оператором конечного ранга  $V^{(N)}$  [6] с последующим точным решением уравнения Шредингера. При этом  $V$  имеет вид:

$$V^{(N)} = \sum_{i,j=1}^N V | \eta_i \rangle d_{ij}^{-1} \langle \eta_j | V, \quad d_{ij}^{-1} = \langle \eta_i | V | \eta_j \rangle. \quad /4/$$

В указанном смысле ВПШ эквивалентен конечномерной аппроксимации потенциала /4/. Перейдем теперь непосредственно к рассеянию на двух потенциалах:

$$V = V_1 + V_2. \quad /5/$$

Допустим, что задача рассеяния на одном из потенциалов  $V_i$  может быть просто решена. В этом случае, используя технику, сходную с техникой уравнений Фаддеева /7/, можно получить уравнение для амплитуды рассеяния на двух потенциалах. Мы воспользуемся альтернативным способом. С этой целью включим потенциал  $V_1$  в невозмущенный гамильтониан, тогда выражение /3/ переписывается в виде:

$$\text{tg} \delta = -\frac{1}{k} \sum_{i,j=1}^N \langle \chi_1 | V_2 | \eta_i \rangle C_{ij}(E) \langle \eta_j | V_2 | \chi_1 \rangle, \quad /6/$$

$$C_{ij}^{-1}(E) = \langle \eta_i | V_2 - V_2(E - H_0 - V_1)^{-1} V_2 | \eta_j \rangle,$$

2

где  $|\chi_1\rangle$  - регулярное решение в потенциале  $V_1$  с асимптотикой  $\chi_1(r) = \sin(kr + \delta_1)$ ,  $\delta_1$  - фаза рассеяния на потенциале  $V_1$ ,  $\delta = \delta_1 + \bar{\delta}$  - полная фаза. Далее ограничимся в /6/ одной пробой функций  $|\eta_i\rangle$ , которую выберем в виде регулярного решения  $|\chi_2\rangle$  в потенциале  $V_2$ . В этом случае формула /6/ принимает вид:

$$\text{tg} \bar{\delta} = -\frac{1}{k} \frac{\langle \chi_1 | V_2 | \chi_2 \rangle^2}{\langle \chi_2 | V_2 - V_2(E - H_0 - V_1)^{-1} V_2 | \chi_2 \rangle}. \quad /7/$$

Остановимся на одном важном свойстве приближения /7/. Согласно /4/, выражение /7/ можно получить, аппроксимируя потенциал  $V_2$  выражением  $V_2^{(1)}$ :

$$V_2 \approx V_2^{(1)} = \frac{V_2 |\chi_2\rangle \langle \chi_2 | V_2}{\langle \chi_2 | V_2 | \chi_2 \rangle}. \quad /8/$$

Нетрудно видеть, что регулярное решение в потенциале  $V_2^{(1)}$  совпадает с регулярным решением в потенциале  $V_2$ . Потенциал  $V_2^{(1)}$  нелокален и зависит от энергии, однако в рамках задачи рассеяния на одном потенциале он не отличается от потенциала  $V_2$ . Потенциал  $V_2^{(1)}$  приводит к амплитуде, которая на массовой и полумассовой поверхностях совпадает с амплитудой рассеяния на потенциале  $V_2$ , т.е. различие носит чисто немассовый характер, который и проявляется при рассеянии на двух потенциалах. Таким образом, выражение /7/ дает возможность изучения чисто немассовых свойств в задаче двух тел.

## 3. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

В качестве примера использования выражения /7/ выберем потенциалы  $V_i$  в виде прямоугольной ямы:

$$V_i(r) = \begin{cases} -V_{0i} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad i = 1, 2. \quad /9/$$

Тогда

$$\langle r | (E - H_0 - V_1) | r' \rangle = \frac{1}{k} \begin{cases} \chi_1(r) Y_1(r') & r < r' \\ \chi_1(r') Y_1(r) & r > r', \end{cases} \quad /10/$$

$\chi_1(r)$ ,  $Y_1(r)$  - регулярное и нерегулярное решения в потенциале  $V_1$ , соответственно:

$$\chi_1(r) = \begin{cases} A \operatorname{sinc}_1 r & r < r_0 \\ \sin(kr + \delta_1) & r > r_0 \end{cases} \quad /11/$$

$$Y_1(r) = \begin{cases} B_1 \operatorname{sinc}_1 r + B \cos k_1 r & r < r_0 \\ -\cos(kr + \delta_1) & r > r_0 \end{cases}$$

где

$$k_1 = \sqrt{2\mu V_{01} + k^2}, \quad A = (\sin^2 k_1 r_0 + \frac{k_1^2}{k^2} \cos^2 k_1 r_0)^{-1/2},$$

$$B_1 = \frac{(k^2 - k_1^2) \sin 2k_1 r_0}{2k_1 k} A, \quad B_2 = \frac{(k^2 - k_1^2) \cos^2 k_1 r_0 - k^2}{kk_1} A.$$

$\mu$  - приведенная масса сталкивающихся частиц. Поскольку в выражении /7/ функция  $\chi_2$  используется только в области действия потенциала, можно положить

$$\chi_2 = \operatorname{sinc}_2 r, \quad k_2 = \sqrt{2\mu V_{02} + k^2}. \quad /12/$$

Численные расчеты проводились для S-волнового нуклон-нуклонного рассеяния в синглетном и триплетном состояниях. Разбиение потенциалов осуществлялось следующим образом:  $V_{02} + V_{01} = V_0$ , причем величина  $V_{01}$  менялась в пределах  $0 \leq V_{01} \leq V_0$ . Значения параметров  $V_0$  и  $r_0$ , которые воспроизводят NN данные в приближении эффективного радиуса, приведены в таблице.

Таблица

Состояния	$V_0$ /Фм <sup>-2</sup> /	$r_0$ /Фм/
$^1S_0$	0,4149	2,3457
$^3S_1$	0,8509	2,0419

На рис.1-4 приведены значения длин /а/ и фаз рассеяния в триплетном и синглетном состояниях, вычисленные по формуле /7/ в зависимости от  $V_{01}$ . По определению потенциалов  $V_{01}$  и  $V_{02}$ , выражение /7/ приводит к точным значениям фазы на концах интервала изменения величины  $V_{01}$ , т.е. при  $V_{01} = 0$  и  $V_{01} = V_0$ .

Из рисунков видно, что роль немассовых эффектов может быть значительной. Так, эти эффекты в случае синглетного рассеяния могут приводить к изменению длины рассеяния  $a^S$  в 3-4 раза. В случае триплетного рассеяния изменение немассового поведения может

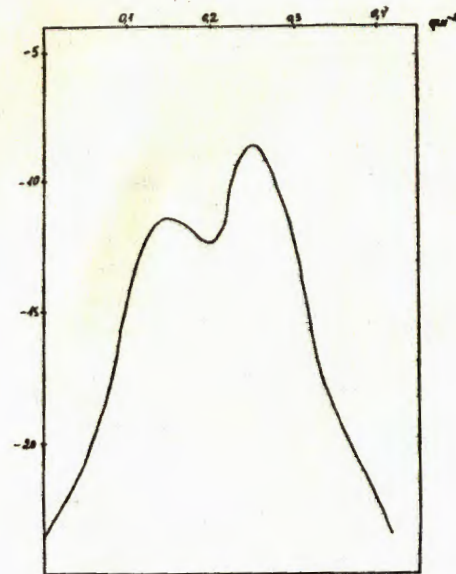


Рис.1. Зависимость длины рассеяния от потенциала  $V_1$  для синглетного состояния.

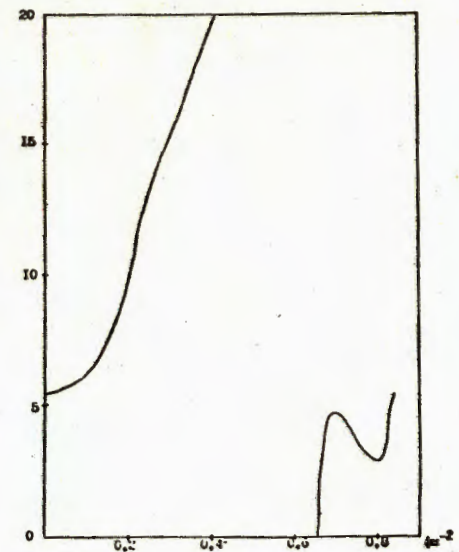


Рис.2. Зависимость длины рассеяния от потенциала  $V_1$  для триплетного состояния.

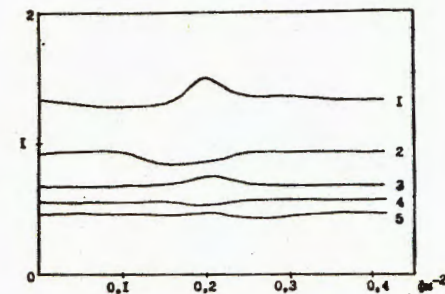


Рис.3. Зависимость фазы рассеяния от потенциала  $V_1$  для синглетного состояния. 1 - кривая при  $E = 10$  МэВ, 2 - при 20 МэВ, 3 - при 30 МэВ, 4 - при 40 МэВ, 5 - при 50 МэВ.

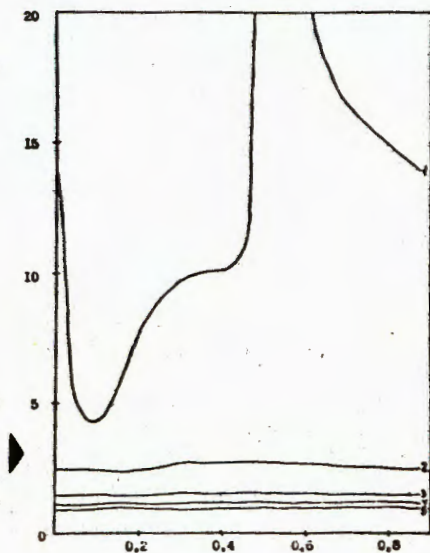


Рис.4. Зависимость фазы рассеяния от потенциала  $V_1$  для триплетного состояния. 1 - кривая при  $E = 10$  МэВ, 2 - при 20 МэВ, 3 - при 30 МэВ, 4 - при 40 МэВ, 5 - при 50 МэВ.

привести к исчезновению связанного состояния - триплетная длина рассеяния терпит разрыв. С ростом энергии роль рассматриваемых немассовых эффектов резко уменьшается. В синглетном рассеянии, например, вклад немассовых эффектов уменьшается от 10% при  $E = 10$  МэВ до 0,5% при  $E = 50$  МэВ.

Для триплетного рассеяния при  $E = 10$  МэВ немассовые эффекты еще очень значительны и уменьшаются от 13% при  $E = 20$  МэВ до 1% при  $E = 50$  МэВ.

Таким образом, в задаче рассеяния на двух потенциалах немассовые эффекты одного потенциала дают основной вклад в низкоэнергетические характеристики, причем наиболее благоприятным обстоятельством для изучения этих эффектов является наличие связанного состояния.

Отметим, наконец, что при энергии  $E \geq 20$  МэВ формула /7/ приводит к практически точному значению фазы рассеяния.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Делоне М.В. УФН, 1975, 115, с. 361.
2. Зельдович Я.Б. ФТТ, 1959, 1, с. 1637; Simonov Yu.A. et al. Phys.Rev., 1982, v. 78.
3. Кудрявцев А.Е. и др. ЖЭТФ, 1978, 75, с. 432. Попов В.С., Кудрявцев А.Е., Мур В.Д. ЖЭТФ, 1979, 77, с. 1727.
4. Беляев В.Б., Зубарев А.Л., Картавцев О.И. ОИЯИ, Р4-80-400, Дубна, 1980. Belyaev V.B. et al. J.Phys.G. Nucl.Phys., 1982, 8, p. 903; Belyaev V.B., Gandy I.E.M., Zubarev A.L. Z.Phys., 1983, A314, p. 107.
5. Зубарев А.Л. и др. Препринт ИЯФ, АН.УзССР, Ташкент, 1982.
6. Зубарев А.Л. "Вариационный принцип Швингера в квантовой механике", Энергоиздат, М., 1981.
7. Ньютон Р. "Теория рассеяния волн и частиц". "Мир", М., 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 февраля 1984 года.

#### НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Беляев В.Б., Зубарев А.Л., Латипов А.Ш.  
К теории рассеяния на двух потенциалах

P4-84-100

С целью исследования немассовых свойств парного потенциала предлагается изучать амплитуду рассеяния на двух потенциалах. Исследовано поведение длин и фаз рассеяния на суммарном потенциале в зависимости от немассовых свойств одного из потенциалов. Оказалось, что наибольшая чувствительность к немассовым свойствам наблюдается при низких энергиях.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод Т.Ю. Думбрайс

Belyaev V.B., Zubarev A.L., Latipov A.Sh.  
To the Theory of Scattering by Two Potentials

P4-84-100

To investigate the off-shell properties of a two-body potential, we proposed to study the scattering amplitude on two potentials. We have analysed the behaviour of scattering lengths and phases on the whole potential as a function of the off-shell properties of one of the potentials. The largest sensitivity to the off-shell properties is observed at low energies.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984