ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8380

Н.И.Пятов

ПРИНЦИП ИНВАРИАНТНОСТИ И ЭФФЕКТИВНЫЕ СИЛЫ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8380

Н.И.Пятов

ПРИНЦИП ИНВАРИАНТНОСТИ И ЭФФЕКТИВНЫЕ СИЛЫ

*Направлено в **Physics Letters***

SUMMARY

The one-particle (quasiparticle) Hamiltonian H^{0} always possesses some kind of broken symmetry thus violating the corresponding conservation laws or selection rules. The restoration of broken symmetry can be achieved by taking into account the particle (quasiparticle) correlations. In the present paper it is proposed the method for constructing the effective separable forces h proceeding from the conservation law for a given additive integral of motion F (eq.(6)). In RPA these forces contain no arbitrary parameters (eq.(8)) thus allowing for an explicit elimination of the Goldstone gapless branch ("spurious" state) of collective excitations (eqs. (9) and (11)). It is found that effective forces h always contain the term (eq.(13)) which cancels in harmonic approximation the "localizing" potential in H^{0}. This potential removes the degeneration of the many-body states with respect to collective coordinate ϕ conjugate to the integral of motion (eq.(4)). The rigidity γ of the "localizing" potential and the mass parameter j_0 are defined as the energy-weighted sum rules for F and ϕ, respectively (eqs. (5) and (12)). The frequency ω_ϕ of harmonic oscillations of the static symmetry-breaking field is connected with those parameters (eq. (15)). The estimates of γ, j_0 and ω_ϕ are given for some cases of broken symmetry.

В ядерных системах имеется ряд аддитивных интегралов движения, таких,как импульс $\vec{P}$, угловой момент $\vec{J}$, число частиц N, изотопический спин $\vec{T}$ (приближенный интеграл движения), сохранение которых тесно связано с инвариантностью ядерного гамильтониана относительно преобразований тех или иных групп симметрий. При использовании приближенных методов решения задач или модельных построениях часто возникает проблема неинвариантных состояний, которые являются собственными для некоторых модельных одночастичных гамильтонианов (или самосогласованных полей) с нарушенной симметрией, хотя исходные гамильтонианы были инвариантными. В частности, неинвариантные состояния появляются при использовании методов Хартри-Фока или Хартри-Фока-Боголюбова. Физически неинвариантные состояния могут быть связаны с фазовыми переходами. Восстановление нарушенной симметрии состояний достигается учетом корреляций частиц (квазичастиц)[1,2] и выделением голдстоуновской безщелевой ветви коллективных возбуждений, которая может соответствовать, например, движению ядра как целого (в случае нарушения трансляционной и ротационной инвариантности).

Если самосогласованное поле аппроксимируется некоторым статическим потенциалом, то остаточные взаимодействия априори неизвестны. В данной работе показано, что, исходя из принципа инвариантности полного гамильтониана,можно построить сепарабельные эффективные взаимодействия, которые восстанавливают нарушенную симметрию одночастичного (квазичастичного) гамильтониана. Конечно, такие взаимодействия в общем случае не совпадают с исходными двухчастичными силами (генерирующими самосогласованное поле), а лишь отражают свойства последних по отношению к рассматриваемому типу симметрии.

Сформулируем задачу следующим образом. Пусть известен некоторый одночастичный (квазичастичный) гамильтониан H° и соответствующий ему базис одночастичных (квазичастичных) состояний

$$H^\circ|\nu\rangle = E_\nu|\nu\rangle . \tag{I}$$

Имеем также аддитивный интеграл движения F, заданный матричными элементами $f_{\nu\nu'}$ в базисе состояний (I)

$$F = \sum_{\nu,\nu'} f_{\nu\nu'}\, a_\nu^+ a_{\nu'} , \tag{2}$$

где $a_\nu^+ (a_\nu)$ – операторы рождения (уничтожения) частиц. Если гамильтониан H° не коммутирует с интегралом движения $([H^\circ, F] \neq 0)$, то основное состояние $|0\rangle$ (детерминант Слейтера или квазичастичный вакуум) неинвариантно относительно унитарного преобразования

$$U(\chi)|0\rangle = e^{i\chi F}|0\rangle \neq |0\rangle , \tag{3}$$

где χ -параметр группы преобразований симметрии. В дальнейшем будем называть состояние $|0\rangle$ неинвариантным вакуумом. Неинвариантный вакуум представляет собой состояние многочастичной системы с фиксированным средним значением макроскопической величины, которую можно описать оператором Φ, сопряженным интегралу движения[x/]

$$[\Phi, F] = i . \tag{4}$$

Например, это может быть состояние с фиксированным положением центра масс $(F \equiv \vec{P})$, фиксированной ориентацией системы с несферическим распределением плотности $(F \equiv \vec{J})$ и т.д. Иными словами, гамильтониан H° содержит в себе (в общем случае неявным образом) потенциал "ориентации", который снимает вырождение состояний по коллективной координате Φ и, в частности, приводит к неинвариантному вакууму. Степень неинвариантности вакуума (а также свойства потенциала "ориентации") можно характеризовать с помощью макроскопического параметра

$$\gamma \equiv \langle 0|[F^+, [H^\circ, F]]|0\rangle \neq 0 , \tag{5}$$

который и используется ниже для построения эффективных сил h, восстанавливающих нарушенную симметрию:

$$[H^\circ + h, F] = 0 . \tag{6}$$

Будем искать h на классе сепарабельных взаимодействий. Простейшую форму h можно получить, если потребовать выполнения (6) в приближении метода случайной фазы (СФ). Ввиду недиагональности оператор F содержит линейные по числу бозонов члены и, следовательно, в приближении метода СФ

$$[F^+, [H^\circ, F]]_{\text{СФ}} \approx const \equiv \gamma , \tag{7}$$

[x/] Разумеется, здесь рассматриваются лишь аддитивные интегралы движения, для которых существуют сопряженные им операторы.

а все недиагональные матричные элементы двойного коммутатора (зависящие от микроскопических характеристик возбужденных состояний) много меньше γ. Легко проверить, что в приближении (7) условие инвариантности (6) выполняется при выборе

$$h_{c\varphi} = -\frac{1}{2\gamma}\,[H^\circ, F]^+[H^\circ, F]\,. \qquad (8)$$

Это взаимодействие не содержит никаких произвольных параметров. Дополнительные члены взаимодействия можно искать в виде квадратичных форм коммутаторов более высокого порядка. В зависимости от вида потенциала, нарушающего симметрию, иногда можно построить замкнутую алгебру коммутаторов и получить эффективные взаимодействия h, точно удовлетворяющие условию (6) (см., например,/3,4/).

Оставляя в стороне вопрос о конкретном виде эффективных сил для различных случаев нарушения симметрии, обсудим спектр коллективных возбуждений и физический смысл параметра γ.

Используя стандартный формализм метода СФ (см., например,/5,6/), приведем гамильтониан $H^\circ + h_{c\varphi}$ к форме нормальных колебаний с явно выделенной "вращательной" частью

$$H^\circ + h_{c\varphi} = const + \frac{(F-\langle 0|F|0\rangle)^+(F-\langle 0|F|0\rangle)}{2\mathcal{J}_0} + \sum_n \omega_n Q_n^+ Q_n\,. \qquad (9)$$

Здесь Q_n^+ - операторы фононных возбуждений, удовлетворяющие условиям

$$[Q_n, Q_{n'}^+] = \delta_{nn'}\,; \quad [Q_n, F] = [Q_n, \Phi] = 0\,. \qquad (10)$$

Частоты нормальных колебаний ω_n определяются решениями уравнения (уравнение дается в схематическом виде, числа заполнения состояний полагаются включенными в $f_{\nu\nu'}$):

$$\omega_n^2 \sum_{\nu\nu'} \frac{(E_\nu + E_{\nu'})\,|f_{\nu\nu'}|^2}{(E_\nu+E_{\nu'})^2 - \omega_n^2} \equiv \omega_n^2 \mathcal{J}(\omega_n) = 0\,. \qquad (11)$$

В этом уравнении явно выделена голдстоуновская ветвь возбуждений $\omega_n = 0$, которой соответствует второе слагаемое в правой части (9). Состояния с $\omega_n \neq 0$ представляют собой однофононные возбуждения, квантовые характеристики которых зависят от типа рассматриваемой симметрии. Массовый параметр $\mathcal{J}_0$ пропорционален статическому пределу функции $\mathcal{J}(\omega_n)$ x/:

$$\mathcal{J}_0 \propto \lim_{\omega_n \to 0} \mathcal{J}(\omega_n) = \sum_{\nu\nu'} |f_{\nu\nu'}|^2/(E_\nu + E_{\nu'})\,. \qquad (12)$$

Для выяснения физического смысла параметра γ разложим взаимодействие $h_{c\varphi}$ в ряд по операторам нормальных колебаний F, Φ, Q_n^+ и выделим в этом разложении член, соответствующий $\omega_n = 0$:

$$h_{c\varphi}|_{\omega_n=0} = -\frac{1}{2}\gamma\,\Phi^+\Phi\,. \qquad (13)$$

В макроскопическом толковании этот член взаимодействия представляет собой внешнее поле, которое в гармоническом приближении компенсирует потенциал "ориентации", содержащийся в H°. Следовательно, величина γ имеет смысл параметра жесткости потенциала "ориентации", позволяющего ввести

x/ Можно дать эквивалентное определение массового параметра $\mathcal{J}_0^{-1} = \langle 0|\Phi^+, [H^\circ, \Phi]]\,|0\rangle$.

"внутреннюю" систему координат. Коллективное движение "ориентированной" системы описывается гамильтонианом[x/]

$$\mathcal{H} = \frac{(F - \langle 0|F|0\rangle)^{+}(F - \langle 0|F|0\rangle)}{2\mathcal{J}_0} + \tfrac{1}{2}\gamma\Phi^{+}\Phi \,. \quad (14)$$

Теперь можно оценить частоту гармонических колебаний самосогласованного поля

$$\omega_\Phi = \sqrt{\gamma/\mathcal{J}_0} \quad (15)$$

или

$$\omega_\Phi = \{\langle 0|[F^{+},[H^{\circ},F]]|0\rangle \cdot \langle 0|[\Phi^{+},[H^{\circ},\Phi]]|0\rangle\}^{1/2}. \quad (16)$$

Приведем оценки ω_Φ для некоторых случаев нарушения симметрии.

I. При аппроксимации парных корреляций парным полем[/9/] гамильтониан независимых квазичастиц обладает нарушенной калибровочной инвариантностью и не сохраняет числа частиц. В этом случае

$$\gamma = 8\Delta^2/G \quad \text{и} \quad \mathcal{J}_0 = \sum_{\nu}\Delta^2/E_\nu^3 \,, \quad (17)$$

где Δ -энергетическая щель, G -параметр парных корреляций, E_ν -квазичастичные энергии. Голдстоуновская ветвь возбуждений представляет собой парные вращения, причем уровни "вращательной" полосы составлены из основных состояний соседних четно-четных ядер[/10/]. Для тяжелых атомных ядер $\Delta/G \sim 5$-6 и $\mathcal{J}_0 \sim 5$ МэВ$^{-1}$, что дает оценку частоты нулевых монопольных колебаний парного поля $\omega_\Phi \sim 3$ МэВ. Эта оценка показывает, что представление

[x/] Этот гамильтониан аналогичен тем, которые обычно используются в методе коллективной переменной /7,8/, однако он согласован с ядерным потенциалом в приближении СФ.

о статическом парном поле ($\Delta = const$) и независимом движении квазичастиц, по-видимому, справедливо только для низколежащих возбуждений.

2. Анизотропный осцилляторный потенциал Нильссона[/11/] с частотами ($\mu = 0, \pm 1$):

$$\omega_\mu^2 = \omega_0^2\left[1 + \tfrac{2}{3}\delta(3\mu^2 - 2)\right], \quad (18)$$

не является трансляционно-инвариантным и не сохраняет полного импульса $\vec{P}$. В этом случае потенциал, локализующий центр масс системы, является анизотропным ($\hbar = 1$):

$$\gamma_\mu = [P_\mu^{*},[H^{\circ},P_\mu]] = \mathcal{M}\,\omega_\mu^2 \,, \quad (19)$$
$$\mathcal{J}_0 = \mathcal{M} = mA \,,$$

где $\mathcal{M}$- масса системы. Следовательно, частоты анизотропных дипольных колебаний центра масс точно совпадают с осцилляторными частотами[/4/] $\omega_\Phi = \omega_\mu$.

3. Потенциал Нильссона не обладает ротационной инвариантностью и не сохраняет углового момента $\vec{J}$ (сохраняется только J_z). В этом случае[/3/] ($\mu = \pm 1$):

$$\gamma = \langle 0|[J_\mu^{+},[H^{\circ},J_\mu]]|0\rangle = \delta m\omega_0^2 Q_{20} \,, \quad (20)$$

где Q_{20} -массовый квадрупольный момент. Массовый параметр $\mathcal{J}_0$ представляет собой момент инерции системы. Угол Φ характеризует положение оси симметрии ядра относительно лабораторной оси Z. Используя значение $Q_{20} = (4/5)AR_0^2\delta$, получим две предельных оценки частоты нулевых квадрупольных колебаний ω_Φ, соответствующих твердотельному и гидродинамическому значениям момента инерции

$$\omega_\phi = \begin{cases} \sqrt{2}\,\delta\,\omega_0\,, & \mathcal{J}_0 = \mathcal{J}_{\text{тв}} \\ \sqrt{2}\,\omega_0\,, & \mathcal{J}_0 = \mathcal{J}_{\text{гидр.}} \end{cases}, \qquad (21)$$

Численные оценки с потенциалом Саксона-Вудса/I2/ дают для тяжелых ядер значение $\gamma \sim 10^3$ МэВ и $\mathcal{J}_0 \sim 25$ МэВ$^{-1}$, откуда следует, что $\omega_\phi \sim 6$ МэВ. Эта оценка свидетельствует о хорошей локализации внутренних осей в тяжелых деформированных ядрах.

В заключение выражаю благодарность Я.А. Смородинскому и И.Н.Михайлову за полезное обсуждение работы.

Литература

1. D.J.Thouless. Nucl.Phys., 22, 78 (1961).
2. D.J.Thouless, J.G.Valatin. Nucl.Phys, 31, 211 (1962).
3. М.И.Базнат, Н.И.Пятов. ОИЯИ Р4-7907, Дубна, 1974.
4. Н.И.Пятов. ОИЯИ Р4-8208, Дубна, 1974.
5. E.R.Marshalek, J.Weneser. Ann.Phys., 53, 569 (1969).
6. Н.И.Пятов, М.И. Черней. ЯФ, 16, 931 (1972).
7. H.J.Lipkin, A.de-Shalit, I.Talmi. Phys.Rev.,103,1773(1956).
8. E.Nadjakov, I.N.Mikhailov. Nucl.Phys.,A107,92 (1968).
9. Н.Н.Боголюбов. ОИЯИ Р-511, Дубна, 1960; ЭЧАЯ, 1, 301(1971).
10. A.Bohr. Nuclear Structure, Dubna Symposium 1968, p.179, IAEA, Vienna, 1968.
11. S.G.Nilsson. Kgl.Dan.Vid.Selsk.Mat.-Fys.Medd., 29, No. 16 (1955).
12. А.А.Кулиев, Н.И.Пятов. ЯФ, 20, 297 (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 ноября 1974 года.