СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8341

В.Н.Ефимов, И.И.Шелонцев, Г.Шульц

НУКЛОН-НУКЛОННЫЕ S-ФАЗЫ РАССЕЯНИЯ В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р4 - 8341

В.Н.Ефимов,[1] И.И.Шелонцев,[2] Г.Шульц[3]

НУКЛОН-НУКЛОННЫЕ S-ФАЗЫ РАССЕЯНИЯ В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

[1] Лаборатория нейтронной физики ОИЯИ.
[2] Лаборатория вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.
[3] ЦИЯИ Россендорф, ГДР.

§1. Введение

Одним из важнейших вопросов ядерной физики является установление вида нуклон-нуклонного потенциала. Наиболее последовательным методом решения этого вопроса было бы получение нуклон-нуклонного потенциала на основе мезонной теории ядерных сил. Однако эту теорию в настоящее время нельзя считать полностью завершенной и внутренне не противоречивой. Поэтому в решении вопроса о виде нуклон-нуклонного потенциала находит широкое применение феноменологический подход, основанный на использовании экспериментальных данных по нуклон-нуклонному взаимодействию, в частности, по упругому рассеянию нуклонов до 400 *МэВ* и по дейтону. Примером таких феноменологических потенциалов служат потенциалы Рейда [1], содержащие наряду с хорошо обоснованным в мезонной теории OPEP -потенциалом с большим радиусом действия ряд компонент, феноменологически описывающих взаимодействие на малых расстояниях.

При построении феноменологических потенциалов одной из простейших возможностей учета короткодействующих сил является введение модели граничных условий. Согласно этой модели [2,3], область взаимодействия делится на внешнюю ($r>c$) и внутреннюю ($r<c$). Во внешней области взаимодействие описывается сравнительно простым потенциалом, а эффект короткодействующих сил, которые в принципе могут иметь весьма сложный характер, учитывается путем введения при $r=c$ граничного условия на логарифмическую производную волновой функ-

ции. Радиус граничных условий c и значение логарифмической производной при $r=c$ являются феноменологическими параметрами модели, которые должны быть определены из экспериментальных данных. Заметим, что потенциал с твердым кором представляет собой частный случай модели граничных условий /логарифмическая производная при $r=c$ равна бесконечности/.

Модель граничных условий с внешним потенциалом, определяемым мезонной теорией, с успехом была использована для интерпретации нуклон-нуклонного взаимодействия [4], а в ряде работ [2,5–7] для этих целей применялась более простая модель без внешнего потенциала.

При описании нуклон-нуклонного взаимодействия моделью граничных условий /с внешним потенциалом или без него/ нельзя определить t -матрицу на основе обычного уравнения Липпманна-Швингера, и возникает вопрос о корректном ее определении. Существуют различные методы обхода этой трудности. Один из них развит в работах [8,9], где показано, что не зависящая от энергии заданная величина логарифмической производной волновой функции на радиусе граничных условий может быть получена с помощью некоторой предельной процедуры, применяемой к статическому локальному потенциалу специального вида, действующему во внутренней области. В предельном случае как массовая, так и внемассовая волновые функции обращаются в нуль во внутренней области. Последнее обстоятельство может быть использовано как исходный пункт для получения внемассовой t -матрицы [10,11]. В этих работах показано, что введение при $r=c$ граничного условия для логарифмической производной внемассовой волновой функции и требование обращения в нуль такой функции во внутренней области $(r<c)$ оказываются вполне достаточными для получения правильной двухчастичной внемассовой t -матрицы в модели граничных условий как с внешним потенциалом, так и без него.

Рассматриваемый метод можно считать в некотором смысле "чистым" методом граничных условий, так как

он основан только на условиях, налагаемых на волновую функцию. Этот метод не требует введения в явном виде какого-либо потенциала во внутренней области и вполне естественно его обобщение на более сложный случай зависящих от энергии параметров модели.

Ниже будет рассмотрен вариант модели граничных условий без внешнего потенциала, но с зависящими от энергии логарифмической производной или радиусом граничных условий. На примере s -компоненты будет показано, что зависимость параметров модели граничных условий от энергии может быть выбрана в точном соответствии с зависимостью от энергии экспериментальных s-фаз нуклон-нуклонного рассеяния, причем будут выполнены требования, вытекающие из общих свойств модели граничных условий [3].

§2. S -компонента внемассовой t -матрицы, совместимая с s-фазами нуклон-нуклонного рассеяния

Рассмотрим модель граничных условий без внешнего потенциала, предполагая взаимодействие центральным, и для простоты ограничимся только s -состоянием двух нуклонов. Для получения внемассовой t -матрицы потребуются некоторые соотношения, вытекающие из уравнения Липпманна-Швингера с обычным потенциалом $V(r)$. Известно, что внемассовую t -матрицу можно определить с помощью следующего соотношения:

$$t(p,k,Z)=-\int_0^\infty r^2 dr\, j_0(pr)V(r)\psi_k(r,Z), \qquad /1/$$

где $\psi_k(r,Z)$ - внемассовая волновая функция, удовлетворяющая интегральному уравнению:

$$\psi_k(r,Z)=j_0(kr)-\int_0^\infty r'^2 dr'\, K_0(r,r',Z)V(r')\psi_k(r',Z), \quad /2/$$

$$K_0(r,r',Z)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty p^2 dp\,\frac{j_0(pr)j_0(pr')}{p^2-Z}, \qquad /3/$$

$j_0(x)$ - сферическая функция Бесселя, $Z = E + i\epsilon$, E - энергия в с.ц.м. /в единицах $m = \hbar = 1$, m - масса нуклона/.

Для потенциалов $V(r)$ с конечным радиусом действия из /1-3/ следует асимптотический вид волновой функции $\psi_k(r,Z)$:

$$\psi_k(r,Z) \underset{r\to\infty}{\approx} j_0(kr) + i\sqrt{Z}\, t(\sqrt{Z},k,Z)\, h_0^{(1)}(r\sqrt{Z}), \qquad /4/$$

где $h_0^{(1)}(x)$ - сферическая функция Ганкеля первого рода. С помощью соотношения /1/ и уравнения /2/ легко показать, что t -матрицу /1/ можно выразить через фурье-компоненту $\phi_k(p,Z)$ внемассовой волновой функции $\psi_k(r,Z)$:

$$t(p,k,Z) = (p^2-Z)\left[\phi_k(p,Z) - \frac{\pi}{2p^2}\delta(p-k)\right]. \qquad /5/$$

Рассматриваемая модель граничных условий сводится к следующим двум предположениям:

1/ для модельной внемассовой функции $\psi_k(r,Z)$ и модельной t -матрицы справедливы соотношения /4/ и /5/, не содержащие в явном виде потенциала;

2/ модельная внемассовая волновая функция удовлетворяет граничным условиям:

$$\psi_k(r,Z) = 0, \quad r < c, \qquad /6/$$

$$c\left[\frac{d}{dr}\, r\,\psi_k(r,Z)\right]_{r=c+\epsilon} = f\,[r\,\psi_k(r,Z)]_{r=c+\epsilon}, \qquad /7/$$

где c - радиус граничных условий, $\epsilon \to 0$, f - некоторый вещественный параметр. Модели твердого кора радиуса c соответствует $f \to \infty$.

В модели граничных условий без внешнего потенциала вид внемассовой волновой функции в области $r > c$ следует из соотношения /4/:

$$\psi_k(r,Z) = j_0(kr) + i\sqrt{Z}\, t(\sqrt{Z},k,Z)\, h_0^{(1)}(r\sqrt{Z}), \; r > c, \qquad /8/$$

что при учете граничного условия /7/ непосредственно приводит к выражению для полумассовой t -матрицы:

$$t(\sqrt{Z},k,Z) = \frac{c e^{-ic\sqrt{Z}}}{f - ic\sqrt{Z}}\,[\cos kc - f j_0(kc)]. \qquad /9/$$

Внемассовая t -матрица определяется согласно /5/ и /8/ с учетом условия /6/:

$$t(p,k,Z) = -(p^2-Z)F_0(p,k) +$$

$$+\, c\,\frac{\cos pc - ic\sqrt{Z}\, j_0(pc)}{f - ic\sqrt{Z}}\,[\cos kc - f j_0(kc)], \qquad /10/$$

где

$$F_0(p,k) = \int_0^c r^2 dr\, j_0(pr) j_0(kr).$$

Путем прямой проверки легко убедиться, что t -матрица /10/ удовлетворяет условию симметрии /12/

$$t(p,k,Z) = t^*(k,p,Z^*) = t(k,p,Z) \qquad /11/$$

и условию унитарности /12/

$$t(p,k,s^2+i0) - t(p,k,s^2-i0) =$$

$$= 2is\, t(p,s,s^2+i0)\, t(s,k,s^2-i0). \qquad /12/$$

Для не зависящих от энергии f и c выполняется также соотношение

$$\frac{d}{dZ} t(p,k,Z) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{q^2 dq}{(q^2-Z)^2}\, t(p,q,Z)\, t(q,k,Z), \qquad /13/$$

вытекающее из тождества Гильберта для статических потенциалов [12]. Заметим также, что t -матрица /10/ имеет полюс при отрицательной энергии $Z=-E_0$, удовлетворяющей соотношению

$$f+c\sqrt{E_0}=0. \qquad /14/$$

Изложенный метод получения t -матрицы /10/ не ограничен условием постоянства c и f, поэтому в граничных условиях /6/ и /7/ их можно считать функциями энергии E. При этом, очевидно, будут выполняться условия /11/ и /12/, тогда как условие /13/ уже не будет иметь места. В случае зависящих от энергии f и c из соотношения /9/ получаем следующее выражение для s-фазы рассеяния δ:

$$\operatorname{tg}\delta(E)=\frac{kc(E)-f(E)\operatorname{tg}kc(E)}{f(E)+kc(E)\operatorname{tg}kc(E)},\ E=k^2. \qquad /15/$$

На основе последнего выражения нами были рассмотрены два случая:

1/ $f=\text{const}$, $c=c(E)$,

2/ $c=\text{const}$, $f=f(E)$.

В этих случаях по экспериментально известным фазам при $E=k^2>0$ определялись функции $c(E)$ или $f(E)$. Соотношение /14/ служило для определения c или f для триплетного состояния при энергии $E=-\epsilon_d$, где ϵ_d - энергия связи дейтона.

Очевидно, что вид функций $c(E)$ или $f(E)$ будет существенным образом зависеть от величин $f=\text{const}$ или $c=\text{const}$. Значения этих констант необходимо выбирать таким образом, чтобы выполнялись основные следствия, вытекающие из общих свойств модели граничных условий, а именно: радиус граничных условий должен быть достаточно малым и среднее значение потенциальной энергии во внутренней области должно быть существенно больше полной энергии [3]. Отсюда следует, что в первом случае ($f=\text{const}$., $c=c(E)$) будет иметь место медленное

убывание параметра c с ростом E. Во втором случае ($c=\text{const}$., $f=f(E)$) ограничение на вид функции $f(E)$ связано с принципом причинности: в процессе рассеяния расходящаяся волна не может появиться на границе взаимодействия раньше сходящейся волны. Следовательно, $f(E)$ должна удовлетворять условию:

$$\frac{\partial f}{\partial E}\le 0. \qquad /16/$$

Значения f и c для двух случаев с учетом приведенных выше соображений указаны в таблице соответственно для триплетного ($S=1$) и синглетного ($S=0$) состояний. Там же указаны экспериментальные значения s -фаз [13]. Для триплетного состояния приведены значения f и c, соответствующие энергии связи дейтона $\epsilon_d = 2{,}226$ *МэВ*.

§3. Заключение

Изложенный выше подход к простой модели граничных условий без внешнего потенциала представляет собой по сути дела один из способов прямой параметризации экспериментально измеряемой амплитуды рассеяния. Значения фаз рассеяния и энергии дейтона позволяют определить в соответствующей области энергии функции $c(E)$ и $f(E)$, а соотношение /10/ для этих энергий дает способ аналитического продолжения амплитуды рассеяния на внемассовую поверхность. Рассмотренная модель основывается на граничных условиях /6/ и /7/, налагаемых на волновую функцию, и в ее рамках нет необходимости введения конкретной формы потенциала взаимодействия.

Естественно, возникает вопрос о справедливости такой модели, существенным моментом которой является условие /6/. Наиболее прямой проверкой модели была бы проверка соотношения /10/, определяющего внемассовую t -матрицу. Источником такой информации может служить расчет параметров системы трех нуклонов и их сопоставление с экспериментальными данными. Однако при этом возникает следующее обстоятельство. Известно, что ядра трехчастичных уравнений Фаддеева содержат парные t -матрицы при энергиях $Z_q=Z-\frac{3}{4}q^2$. Следовательно, при расчете, например, энергии связи трития необходимо будет знать парные t -матрицы при энергии $Z_q = -E_T - \frac{3}{4} q^2$, где E_T - энергия связи трития, тогда как модельная t -матрица /10/ при отрицательных энергиях известна только в одной точке $Z = -\epsilon_d$ для триплетного состояния. Таким образом, возникает необходимость аналитического продолжения функций $c(E)$ и $f(E)$ в область отрицательных энергий. Очевидно, от способа такого продолжения могут зависеть трехнуклонные параметры, что является в настоящее время предметом исследований, проводимых авторами.

Таблица

Значения f и c в /15/, совместимые с экспериментальным нуклон-нуклонными s -фазами и энергией связи дейтона

$E_{c.ц.м.}$ (МэВ)	S = 1			S = 0		
	δ°	f=-0,251 c(E) Фм	c=1,2Фм f(E)	δ°	f=0,047 c(E) Фм	c=1,2Фм f(E)
-2,226	-	1,086	- 0,2779	-	-	-
0 *	-	1,090	-0, 2860	-	1,168	0,0482
5	102,12	1,085	- 0,3025	60,85	1,118	0,0385
10	84,94	1,081	- 0,3224	54,79	1,070	0,0150
15	74,41	1,071	- 0,3480	50,10	1,025	- 0,0181
20	66,73	1,059	- 0,3791	46,29	1,001	- 0,0586
30	55,63	1,033	- 0,4563	40,14	0,955	- 0,1544
40	47,47	1,009	- 0,5489	35,15	0,922	- 0,2646
60	35,18	0,972	- 0,7627	26,94	0,878	- 0,5144
80	25,46	0,947	- 0,9984	20,04	0,850	- 0,7951
100	17,01	0,931	- 1,2447	13,96	0,831	- 1,1061
120	9,36	0,921	- 1,4984	8,45	0,817	- 1,4491
140	2,28	0,914	- 1,7581	3,43	0,805	- 1,8317
160	- 4,35	0,909	- 2,0244	-1,21	0,795	- 2,2602
180	-10,60	0,906	- 2,2988	-5,49	0,786	- 2,7483
200	-16,50	0,903	- 2,5904	-9,48	0,778	- 3,3155
220	-22,09	0,901	- 2,8906	-13,19	0,770	- 3,9750

* *Параметры при* $E=0$ *соответствуют триплетной длине рассеяния* a_t = *5,42 Фм, и синглетной длине рассеяния* a_s = *-23,68 Фм.*

Литература

1. R.V.Reid. Ann.Phys., 50, 411 (1968).
2. H.Feshbach, E.L.Lomon. Phys.Rev., 102, 891 (1956).
3. H.Feshbach, E.L.Lomon. Ann.Phys., 29, 19 (1964).
4. E.L.Lomon, H.Feshbach. Ann.Phys., 48, 94 (1968).
5. G.Breit, W.G.Bouricius. Phys.Rev., 75, 1029 (1949).
6. E.L.Lomon, M.McMillan. Ann.Phys., 23, 439 (1963).
7. M.M.Hoenig, E.L.Lomon. Ann.Phys., 36, 363 (1969).
8. Y.E.Kim, A.Tubis. Phys.Rev., C1, 414 (1970).
9. Y.E.Kim, A.Tubis. Phys.Rev., C2, 2118 (1970).
10. В.Н.Ефимов. ОИЯИ, Р4-6708, Дубна, 1972.
11. В.Н.Ефимов, Г.Шульц. ОИЯИ, Р4-7722, Дубна, 1974. V.N.Efimov, H.Schulz. Nucl.Phys., In print.
12. Л.Д.Фаддеев. Труды математического института АН СССР, 69, 1963.
13. M.H.Mac Gregor, R.A.Arndt, R.M.Wright. Phys.Rev., 182, 1714 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел 24 октября 1974 года.