

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



Д-421

10/11-75

P4 - 8326

496/2-75

Р.В.Джолос, Ф.Дэнау, Д.Янссен

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ  
КОЛЛЕКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ  
ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8326

Р.В.Джолос, Ф.Дэнау, Д.Янссен

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ  
КОЛЛЕКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ  
ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

*Направлено в ЯФ*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретические исследования свойств коллективных состояний сильнодеформированных ядер можно разделить на две группы. К первой группе следует отнести работы /1-3/, основывающиеся на микроскопическом гамильтониане ядра. Результаты этих исследований зависят только от параметров среднего поля и остаточного взаимодействия, которые в основном известны. Однако в таких работах предполагается, что и гамильтониан, и различные одночастичные операторы можно строить в виде рядов по степеням оператора момента вращения, что допустимо только для состояний с небольшими значениями момента.

В работах второй группы либо существенным образом используется феноменологический гамильтониан /4,5/, либо делаются никак не обоснованные микроскопически предположения о симметрии коллективных состояний в сильнодеформированных ядрах /6/. Расчеты ведутся с параметрами, которые подбираются для каждого ядра независимо и связь которых с параметрами микроскопических моделей не ясна. Однако в рамках уже сделанных предположений задача решается точно для любых значений момента вращения.

В работе /7/ был развит микроскопический метод построения коллективного гамильтониана ядра. В этом методе не учитывается связь коллективных квадрупольных ветвей возбуждения с неколлективными, но последующее рассмотрение коллективного движения осуществляется точно, без предположений о слабости связи колебаний с вращением или о малости частоты вращения.

В отличие от /4,5,6/ в таком подходе структура коллективного гамильтониана и его параметры полностью определяются структурой и параметрами микроскопического гамильтониана, а параметры коллективного гамильтониана могут быть выражены через параметры микроскопического гамильтониана. На основе полученного коллективного гамильтониана был выполнен расчет свойств коллективных состояний переходных изотопов Sm, Gd /8/ и Mo /9/ и было получено удовлетворительное согласие с экспериментом. В данной работе мы хотим рассмотреть в рамках этого метода сильнодеформированные ядра. Мы не будем вычислять параметры коллективного гамильтониана с помощью микроскопической модели ядра. Наша цель состоит в том, чтобы выяснить, в какой степени структура и симметрия полученного в /7/ коллективного гамильтониана соответствуют экспериментальной ситуации в сильнодеформированных ядрах.

## 2. КОЛЛЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН

### 2.1. Общий вид коллективного гамильтониана

В работе /7/ было показано, что при достаточно общих предположениях об остаточных силах, действующих между нуклонами в ядре, коллективный гамильтониан и оператор квадрупольного момента имеют следующую структуру:

$$\hat{H} = h_0 + h_1 \hat{N} + h_2 \sum_{\nu} (-1)^{\nu} (b_{2\nu}^+ b_{2-\nu}^+ \sqrt{(N - \hat{N})(N - 1 - \hat{N})} + \text{h.c.}) +$$

$$+ h_3 \sum_{\nu} (-1)^{\nu} (b_{2\nu}^+ [b_2^+ b_2]_{2-\nu} \sqrt{N - \hat{N}} + \text{h.c.}) +$$

$$+ \sum_{L,M} h_{4L} [b_2^+ b_2^+]_{LM} [b_2 b_2]_{LM}, \quad /1/$$

$$\hat{Q}_{2\nu} = w_1 (b_{2\nu}^+ \sqrt{N - \hat{N}} + \sqrt{N - \hat{N}} (-1)^{\nu} b_{2-\nu}) + w_2 [b_2^+ b_2]_{2\nu}, \quad /1a/$$

где  $\hat{N} = \sum_{\nu} b_{2\nu}^+ b_{2\nu}$ ;  $b_{2\nu}^+ (b_{2\nu})$  - операторы рождения /уничтожения/ квадрупольных фононов. Квадратные скобки  $[ ]_{2\nu}$  обозначают векторную связь. Константы  $h_0, h_1, h_2, h_3, h_{4L}, w_1, w_2$  содержат информацию об одночастичных энергиях, остаточных силах и матричных элементах оператора квадрупольного момента. Величина  $N$  характеризует максимально возможное число бозонных возбуждений в системе. Точные выражения для коэффициентов  $h_0, h_1, h_2, h_3, h_{4L}, w_1, w_2$  приведены в /7/.

Гамильтониан /1/ и  $\hat{Q}_{2\nu}$  построены из операторов:

$$b_{2\nu}^+ \sqrt{N - \hat{N}}, \quad \sqrt{N - \hat{N}} b_{2\nu}, \quad b_{2\nu}^+ b_{2\nu}, \quad /2/$$

и представляют собой комбинации линейных и квадратичных по степеням этих операторов членов. В свою очередь, 35 операторов /2/ - это бозонная реализация алгебры SU(6) для симметрического представления, характеризуемого квантовым числом  $N$ . Таким образом, гамильтониан /1/ диагонализирован в пространстве функций, реализующих представление алгебры SU(6) с квантовым числом  $N$ .

### 2.2. Частные решения уравнения Шредингера

Если в /1/  $h_2 = h_3 = 0$ , то гамильтониан коммутирует с  $\hat{N}$ , а его собственные функции характеризуются определенным числом квадрупольных фононов. Спектр собственных значений гамильтониана имеет вид:

$$E(I, n, \nu) = a_1 n + a_2 n^2 + a_3 \nu(\nu - 3) + a_4 I(I + 1),$$

где  $I$  - момент,  $n$  - число фононов,  $\nu$  - сеньорити,

$$a_1 = h_1 - 0,6h_{40} - \frac{4\sqrt{5}}{35}h_{42} - \frac{12}{35}h_{44},$$

$$a_2 = 0,2h_{40} + \frac{2\sqrt{5}}{35}h_{42} + \frac{6}{35}h_{44},$$

$$a_3 = -0,2h_{40} + \frac{2\sqrt{5}}{35}h_{42} - \frac{1}{35}h_{44},$$

$$a_4 = \frac{1}{21}h_{44} - \frac{1}{7\sqrt{5}}h_{42}.$$

Для классификации состояний с числом фононов, большим 5, требуется дополнительное квантовое число. Если  $a_2, a_3$  и  $a_4$  малы по сравнению с  $a_1$ , то мы получаем спектр слабоангармонического пятимерного осциллятора /рис. 1а/.

Если в операторе  $\hat{Q}_{2\nu}$  коэффициент  $w_2 = 0$ , то для вероятностей E2-переходов с точностью до поправок  $-\frac{1}{N}$  мы получаем те же соотношения, что и в модели гармонических квадрупольных колебаний.

Если коэффициенты в /1/ задать следующим образом:

$$h_1 = 6\beta + (4,25 + 2N)a, \quad h_2 = -a, \quad h_3 = \sqrt{7}a,$$

$$h_{40} = 0,25a - 6\beta, \quad h_{42} = \frac{19}{8}a - 3\sqrt{5}\beta, \quad h_{44} = 1,5a + 12\beta,$$

где  $a$  и  $\beta$  - произвольные, то гамильтониан /1/ можно записать следующим образом:

$$\hat{H} = -\frac{a}{8} \sum_{\nu} (-1)^{\nu} \tilde{Q}_{2\nu} \tilde{Q}_{2-\nu} + \beta \sum_{\nu} (-1)^{\nu} I_{\nu} I_{-\nu}. \quad /3/$$

В этом выражении

$$\tilde{Q}_{2\nu} = -\sqrt{8} (b_{2\nu}^+ \sqrt{N - \hat{N}} + \sqrt{N - \hat{N}} (-1)^{\nu} b_{2-\nu} + \frac{\sqrt{7}}{2} [b_2^+ b_2]_{2\nu}),$$

$$I_{\nu} = \sqrt{10} [b_2^+ b_2]_{1\nu}. \quad /4/$$

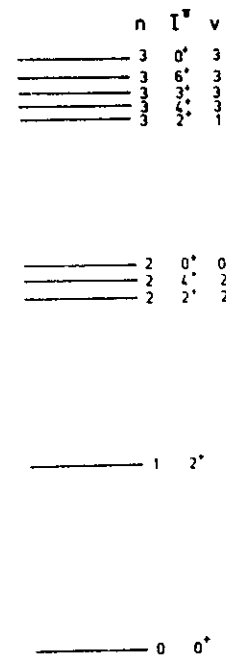


Рис. 1а. Спектр коллективных состояний слабоангармонического пятимерного осциллятора.

Можно показать, что 8 операторов /4/ образуют алгебру  $SU(3)$ , а гамильтониан /3/ является линейной комбинацией оператора Казимира группы  $SU(3)$  и квадрата оператора момента  $\sum_{\nu} (-1)^{\nu} I_{\nu} I_{-\nu}$ . Спектр собственных значений гамильтониана /3/ имеет вид:

$$E(l, \lambda, \mu) = -\frac{a}{2} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + (\beta + \frac{3}{8}a) K(l+1). \quad /5/$$

Здесь  $\lambda$  и  $\mu$  - это целые положительные числа, характеризующие неприводимые представления группы  $SU(3)$ . Следует иметь в виду, что не все неприводимые представления группы  $SU(3)$  реализуются в качестве собственных функций гамильтониана /3/, а лишь те из них, которые принадлежат симметрическим представлениям группы  $SU(6)$ , характеризуемым заданным значением  $N$ . Такие представления группы  $SU(3)$  можно найти с помощью метода, описанного в /10, 11/. В табл. 1 перечислены представления  $(\lambda, \mu)$ , принадлежащие симмет-

Таблица 1  
Представления группы  $SU(3)$ , принадлежащие симметрическим представлениям группы  $SU(6)$  при  $N=15$

$n_6$	0	1	2	3	4
$(\lambda, \mu)^n$	$(30,0)^1$	$(26,2)^1$	$(24,0)^1$	$(22,4)^1$	$(18,6)^1$
				$(20,2)^1$	$(14,8)^1$
					$(16,4)^1$
					$(18,0)^1$
$n_6$	5	6	7		
$(\lambda, \mu)^n$	$(10,10)^1$	$(12,6)^2$	$(14,2)^2$	$(8,8)^1$	$(10,4)^2$
				$(12,0)^2$	$(6,6)^1$
					$(8,2)^2$
$n_6$	8				
$(\lambda, \mu)^n$	$(4,4)^1$	$(6,0)^2$	$(2,2)^1$	$(0,0)^1$	

рическим представлениям  $SU(6)$  при  $N=15$ . Видно, например, что представления с нечетным  $\lambda$  или  $\mu$  отсутствуют.

В этом состоит основное различие между схемой  $SU(3)$ , введенной Эллиотом для описания вращательных возбуждений ядер, и рассмотренным нами частным решением уравнения Шредингера с гамильтонианом /1/. В схеме Эллиота реализуются все представления  $(\lambda, \mu)$  группы  $SU(3)$ , хотя из эксперимента мы знаем, что ряд ротационных полос, имеющих в этой схеме, отсутствует в четно-четных ядрах.

Как видно из /5/, спектр собственных значений гамильтониана /3/ - это совокупность ротационных полос с одинаковыми моментами инерции, построенных на различных внутренних состояниях. Каждая полоса характеризуется квантовыми числами  $(\lambda, \mu, K)$ . Здесь  $K$  - дополнительное квантовое число, совпадающее с минимальным спином полосы и принимающее значения  $\mu, \mu-2, \dots$  /11/. При  $N \geq 10$  нижайшая по энергии полоса имеет квантовые числа  $(\lambda, \mu, K) = (2N, 0, 0)$ . Следующие две полосы выродились и имеют квантовые числа  $(\lambda, \mu, K) = (2N-4, 2, 0)$  и

$(2N-4, 2, 2)$ . Далее следует группа из четырех полос с квантовыми числами  $(\lambda, \mu, K) = (2N-8, 4, 0)$ ,  $(2N-8, 4, 2)$ ,  $(2N-8, 4, 4)$  и  $(2N-6, 0, 0)$  /рис. 16/. Если  $N$ -достаточно большое число, то отношение энергий оснований второй и первой групп полос равно приблизительно 2 и спектр на рис. 16 можно интерпретировать в рамках традиционной картины коллективных возбуждений сильнодеформированных ядер. Нижайшая по энергии полоса построена на основном состоянии. Полоса  $(\lambda=2N-4, \mu=2, K=0)$  построена на  $\beta$ -фоонном, а полоса  $(\lambda=2N-4, \mu=2, K=2)$  - на  $\gamma$ -фоонном состоянии. Энергии фононов приблизительно совпадают и равны:

$$\omega_\beta = \omega_\gamma = 6aN.$$

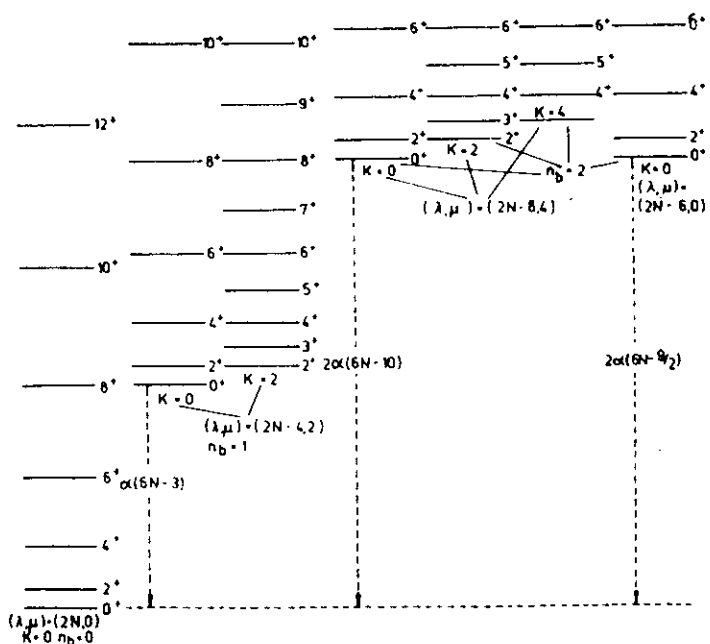


Рис. 16. Классификация коллективных состояний с помощью квантовых чисел группы  $SU(3)$ .

Вторая группа полос построена на двухфононных состояниях. Это или два  $\beta$ -фонона ( $K=0$ ), или два  $\gamma$ -фонона ( $K=0, 4$ ), или один  $\beta$ -фонон и один  $\gamma$ -фонон ( $K=2$ ). В общем случае можно показать, что если  $N \gg n_b$ , где  $n_b$  - суммарное число  $\beta$ - и  $\gamma$ -фононов, то спектр собственных значений гамильтониана /3/ совпадает со спектром

$$E(n_\beta, n_\gamma, I) = 6aN(n_\beta + n_\gamma) + (\beta + \frac{3}{8}a)I(I+1),$$

где  $n_\beta(n_\gamma)$  - число  $\beta(\gamma)$  фононов.

Если предположить, что оператор электрического квадрупольного момента пропорционален  $Q_{21}$ , то вероятности E2-переходов между полосами с разными  $(\lambda, \mu)$  будут равны нулю. Вероятности переходов между полосами с одинаковыми  $(\lambda, \mu)$ , но разными  $K$  остаются неопределенными, поскольку эти полосы вырождены. Для переходов внутри одной полосы получается следующее выражение /11/:

$$B(E2; I \rightarrow I') = 4(4N^2 + 6N + 3) (C_{10\ 20}^{I'0})^2 \times$$

$$\times \ll 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{4N^2 + 6N + 3} [I(I+1) + I'(I'+1)] \gg,$$

где  $C_{10\ 20}^{I'0}$  - коэффициенты Клебша-Гордона.

При  $I^2 \ll (2N)^2$  это выражение дает правила Алага для вероятностей E2-переходов. Поправка к этим правилам по форме совпадает с феноменологической поправкой, используемой при обработке экспериментальных данных.

Таким образом, мы показали, что гамильтониан /1/ содержит как частные случаи решения, соответствующие модели гармонических квадрупольных колебаний и модели аксиально-симметричного ротатора, совершающего малые колебания относительно равновесной формы.

### 2.3. Когерентные состояния

Как известно, когерентные состояния дают наиболее близкое к классическому описание квантовой системы.

Поэтому если средние каких-либо операторов, характеризующих систему, принимают большие значения и появляется возможность описывать систему с помощью параметров, характерных для макросистем /например, деформация ядра/, то в таких случаях когерентные состояния будут давать очень хорошее описание.

В работе /12/ получено обобщение данного Глаубером определения когерентных состояний на случай произвольных компактных и некомпактных групп. Например, для группы  $SU(2)$  когерентное состояние записывается следующим образом /13/:

$$|a\rangle = \frac{|a|^{2j}}{(1+|a|^2)^j} \sum_m \sqrt{\frac{(2j)!}{(j-m)!(j+m)!}} a^m |jm\rangle,$$

где  $j$  - момент,  $m$  - проекция момента,  $|jm\rangle$  - состояние с заданным моментом и проекцией,  $a$  - произвольный параметр. Для группы  $SU(6)$ , если иметь в виду только ее симметрическое представление, получается следующий результат:

$$|a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\rangle = \frac{1}{\prod_\mu (1+|a_\mu|^2)^{N/2}} \exp\left\{ \sum_\mu a_\mu b_{2\mu}^+ \sqrt{N-\hat{N}} \right\} |0\rangle =$$

$$= \frac{1}{\prod_\mu (1+|a_\mu|^2)^{N/2}} \prod_{\mu n} \sqrt{\frac{N!}{n!(N-n)!}} \frac{(b_{2\mu}^+)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle. \quad /6/$$

Если с помощью техники, развитой в /11/, построить бозонную реализацию группы  $SU(3)$ , а такие функции, как показано в разделе 2.2, описывают сильнодеформированные ядра, которые могут вращаться и совершать малые колебания относительно равновесной формы, то для основной ротационной полосы получается следующий результат:

$$|\lambda\mu IMK\rangle = P_{MK}^I \frac{1}{3^{1/N}} \exp\left\{ -\sqrt{2} b_{20}^+ \sqrt{N-\hat{N}} \right\} |0\rangle, \quad /7/$$

где  $P_{MK}^I$  - оператор проектирования на состояние с заданным моментом, его проекциями на лабораторную ось Z-M и внутреннюю ось K. Сравнивая /7/ и /6/, мы

видим, что  $|\lambda\mu 1MK\rangle$  представляет собой проекцию когерентного состояния группы  $SU(6)$  ( $a_1 = a_{-1} = a_2 = a_{-2} = 0$ ,  $a_0 = -\sqrt{2}$ ) на состояние с заданным моментом и его проекциями. Таким образом, внутренние состояния сильно-деформированных ядер являются когерентными состояниями.

### 3. ЭНЕРГИИ КОЛЛЕКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ И ВЕРОЯТНОСТИ E2-ПЕРЕХОДОВ В ИЗОТОПАХ $^{168,170,172}\text{Yb}$ И $^{174,176}\text{Hf}$

С помощью гамильтониана /1/ и оператора квадрупольного момента /1а/ были рассчитаны спектры коллективных возбуждений и вероятности E2-переходов в ядрах  $^{168,170,172}\text{Yb}$  и  $^{174,176}\text{Hf}$ , для которых накоплен большой экспериментальный материал.

#### 3.1. Выбор параметров

Для всех рассматриваемых ядер мы полагали  $N = 15$ , что соответствует учету 30 активных нуклонов. Вместо шести свободных параметров в гамильтониане мы использовали лишь четыре,  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , связанных с параметрами гамильтониана /1/ следующим образом:

$$h_1 = x_1(6x_2 + x_3), \quad h_2 = \frac{x_1 x_4}{\sqrt{5}}, \quad h_3 = -\sqrt{3} x_1(3.73 + x_4),$$

$$h_{40} = -6x_1x_2, \quad h_{42} = -3x_1x_2, \quad h_{44} = 1x_1x_2.$$

Введение большего числа свободных параметров фактически не влияло на результаты. Еще один свободный параметр,  $w_1/w_2$ , входил в расчеты отношений вероятностей E2-переходов. В табл. 2 приведены значения параметров, использованные в расчетах. Видно, что лишь параметр  $x_3$  существенным образом меняется в пределах изотопов одного элемента. Это можно объяснить

Таблица 2  
Параметры коллективного гамильтониана

Ядро	$x_1$ (в МэВ)	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$w_1/w_2$
$^{168}\text{Yb}$	.0327	.393	1.9	-2.05	.825
$^{170}\text{Yb}$	.0316	.442	6.7	-2.6	1.16
$^{172}\text{Yb}$	.0289	.396	14.7	-2.94	-1.16
$^{174}\text{Hf}$	-.1617	-.647	14.18	-1.72	.1935
$^{176}\text{Hf}$	-.102	-.797	21.2	-1.32	0



тем, что, как показано в /7/,  $x_3$  связан с одноквази-частичной частью микроскопического гамильтониана и поэтому может существенным образом изменяться при сдвиге химического потенциала.

### 3.2. Обсуждение результатов

Результаты расчета энергий и вероятностей E2-переходов, полученные при точной диагонализации гамильтониана /1/, приведены на рисунках 2 и 3 и в табл. 3 вместе с экспериментальными данными.

В хорошем согласии с экспериментом находятся энергии состояний основной полосы до значений  $I=10, 12$  и  $\beta$ -и  $\gamma$ -полос - до  $I=6, 7$ . Что касается расхождения между теоретическими и экспериментальными результатами, то следует отметить, что теоретические значения энергий систематически превышают экспериментальные. Кроме того, для уровней  $\beta$ -полосы теоретические результаты находятся в худшем согласии с экспериментальными, чем для других полос. Это можно объяснить влиянием не учтенных нами степеней свободы ядра, связанных с парными корреляциями. Обнаруженная на эксперименте, но не воспроизведенная теоретически нерегулярность в энергиях уровней  $\gamma$ -полосы  $^{176}\text{Hf}$ , видимо, объясняется влиянием находящейся в этой же области энергий ротационной полосы, построенной на  $O^+$  /1293 кэВ/ - состоянии, которое не принадлежит коллективной квадрупольной ветви возбуждений /13/.

На рис. 4 показаны вклады компонент с различными числами квадрупольных бозонов в волновые функции ряда состояний  $^{172}\text{Yb}$ . Из рисунка видно, что соотношения между вкладом различных компонент являются общими для всех уровней одной полосы. Распределение по числам фононов для  $\beta$ -полосы отличается от распределения для основной полосы появлением узла при  $n=8$ . Это легко объяснить, если вспомнить, что  $n$  можно считать приближенно пропорциональным квадрату переменной деформации  $\beta$ . Волновая функция основного состояния сильнодеформированного ядра следующим образом зависит от  $\beta$ : /14/

Таблица 3  
Отношения вероятностей E2-переходов

Ядро	$B(E2; I \rightarrow I') / B(E2; I \rightarrow I')$					
	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$4\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 4\beta$	$4\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 4\beta$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$6\beta \rightarrow 6\beta$ $4\beta \rightarrow 4\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$
$^{168}\text{Yb}$						
эксп.	<30	6.67 : 3.3	5.01, 3.24	0.46, 0.35	10.8 : 2.8	0.54
теор.	18.0	10.0	3.8	0.38	7.0	0.51
$^{170}\text{Yb}$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$4\beta \rightarrow 6\beta$ $2\beta \rightarrow 4\beta$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$			
эксп.	0.514	0.884	0.364			
теор.	0.51	0.87	0.336			
$^{172}\text{Yb}$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$6\beta \rightarrow 8\beta$ $4\beta \rightarrow 6\beta$	$4\beta \rightarrow 6\beta$ $2\beta \rightarrow 4\beta$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 2\beta$
эксп.	0.54	0.78	0.78	0.24	0.28, 0.34	0.10
теор.	0.5	0.89	0.85	0.28	.32	0.063
$^{172}\text{Yb}$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $2\beta \rightarrow 0\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 2\beta$	$4\beta \rightarrow 4\beta$ $4\beta \rightarrow 2\beta$			
эксп.	.72 : .3	2.0, 2.7	1.7			
теор.	.47	2.1	1.9			
$^{174}\text{Hf}$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 2\beta$	$4\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 4\beta$	$4\beta \rightarrow 6\beta$ $4\beta \rightarrow 4\beta$	$6\beta \rightarrow 6\beta$ $4\beta \rightarrow 6\beta$
эксп.	1.14 : 1.5	0.34, 0.47	1.07 : .11 2.9 : .4	1.72, 1.98	3.4 : .9 2.7 : .6	3.13
теор.	0.27	0.41	2.61	1.07	2.79	2.26
$^{174}\text{Hf}$	$4\beta \rightarrow 6\beta$ $4\beta \rightarrow 6\beta$	$0\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$				
эксп.	306 : 232	0.45, .87				
теор.	43	0.68				
$^{176}\text{Hf}$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $2\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $4\beta \rightarrow 4\beta$	$0\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$
эксп.	7.024, 0.37	2.55	0.13	0.26	0.89	0.004
теор.	0.39	2.26	0.11	0.23	1.01	0.03
$^{176}\text{Hf}$	$2\beta \rightarrow 4\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$0\beta \rightarrow 2\beta$ $0\beta \rightarrow 2\beta$	$4\beta \rightarrow 6\beta$ $4\beta \rightarrow 4\beta$	$4\beta \rightarrow 6\beta$ $6\beta \rightarrow 6\beta$	$6\beta \rightarrow 8\beta$ $6\beta \rightarrow 6\beta$	$6\beta \rightarrow 8\beta$ $8\beta \rightarrow 8\beta$
эксп.	0.52	0.013	2.56	0.90	2.86	1.48
теор.	0.51	0.030	2.28	0.41	1.78	0.16

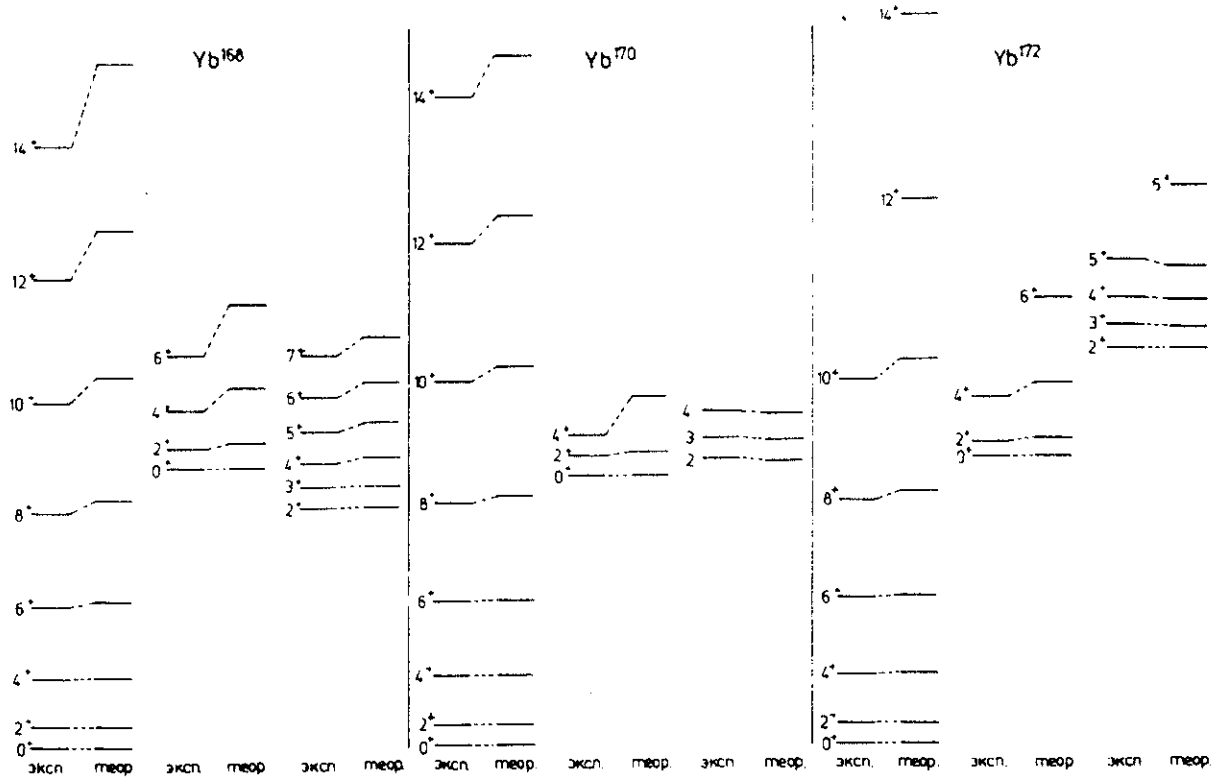


Рис. 2. Спектр коллективных состояний изотопов  $^{168,170,172}\text{Yb}$ .

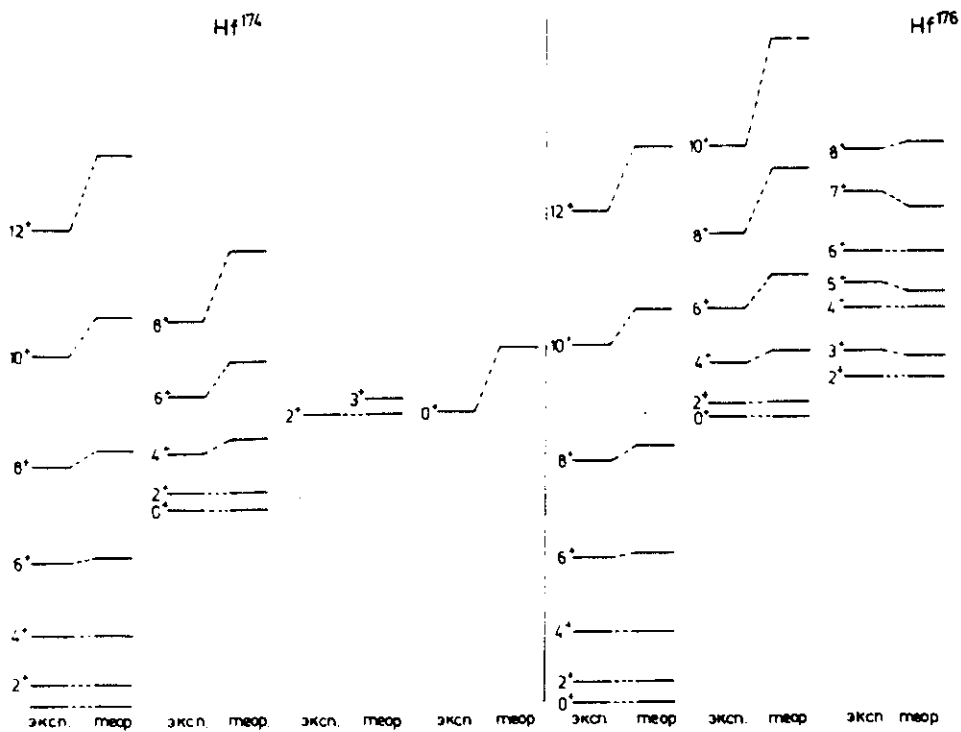


Рис. 3. Спектр коллективных состояний изотопов  $^{174,176}\text{Hf}$ .

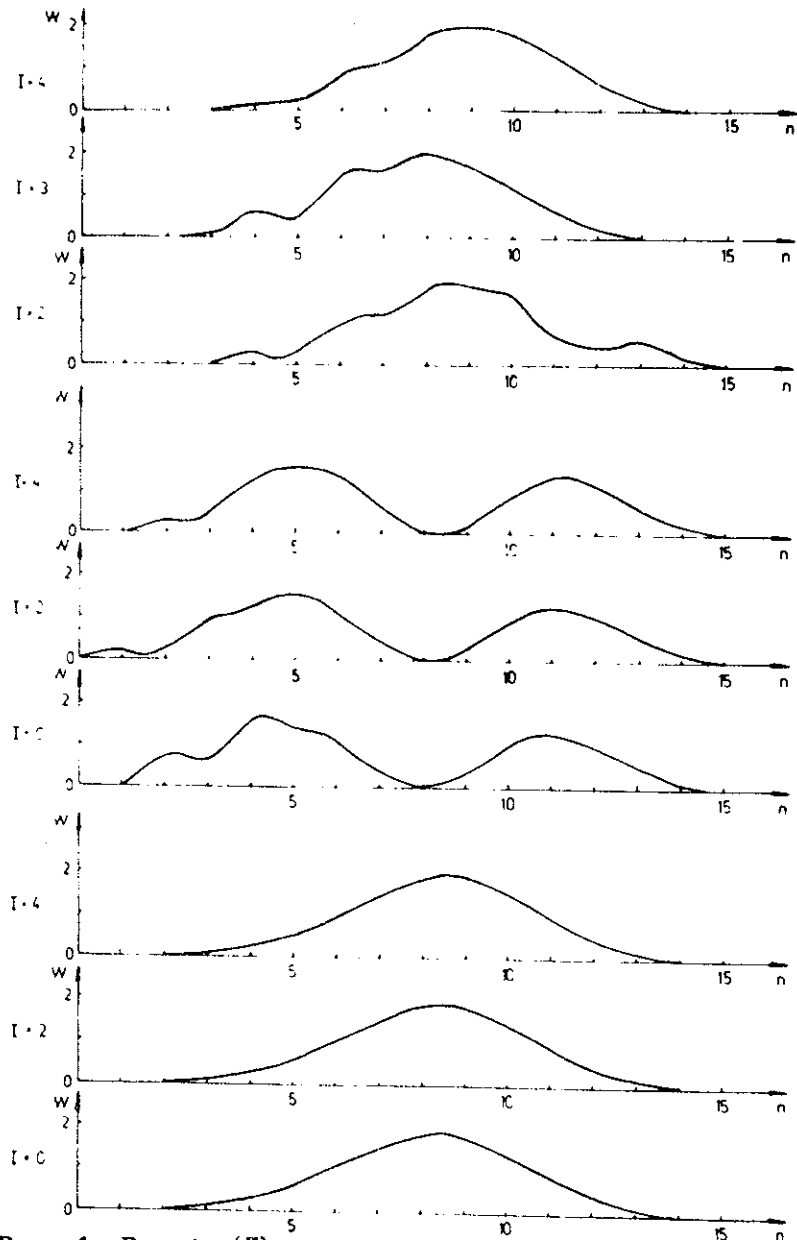


Рис. 4. Вклады (W) компонент с различными числами (n) квадрупольных фононов в волновые функции коллективных состояний <sup>172</sup>Yb.

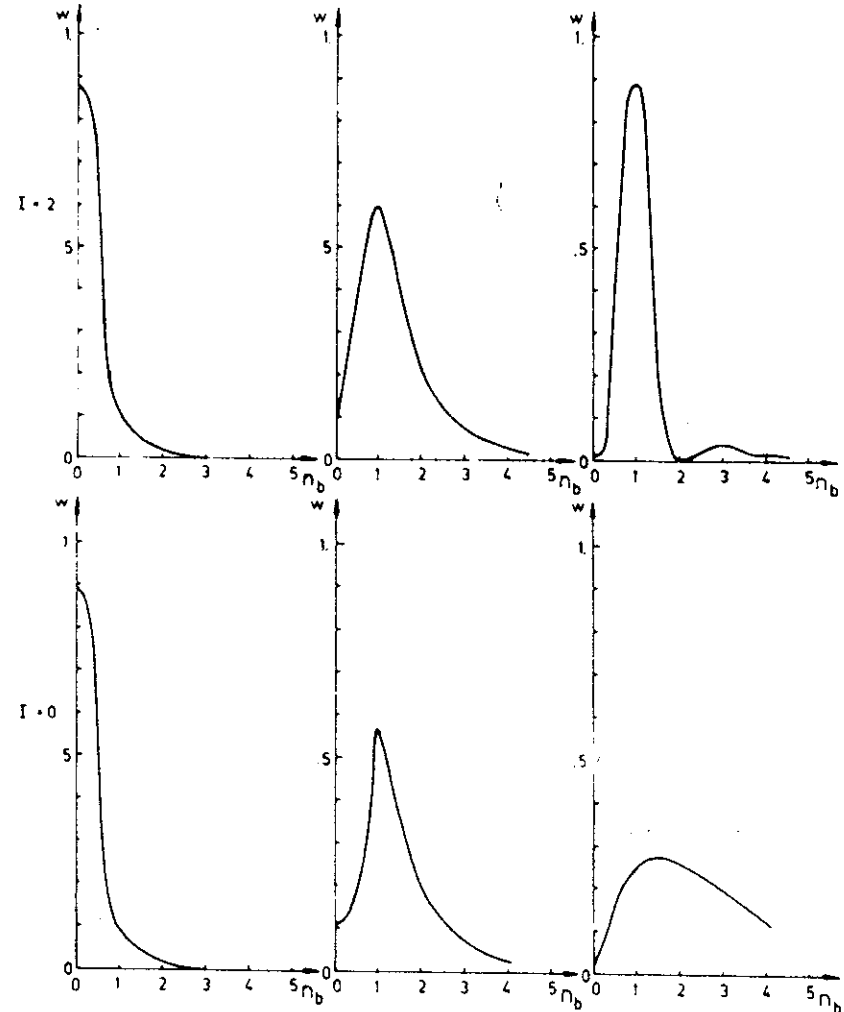


Рис. 5. Вклады (W) компонент с различными числами ( $n_b$ ) внутренних фононов в волновые функции коллективных состояний.

$$\sim \exp \left\{ -\frac{1}{2\beta_{00}^2} (\beta - \beta_0)^2 \right\}.$$

Для  $\beta$ -полосы зависимость от  $\beta$  такая:

$$\sim (\beta - \beta_0) \exp \left\{ -\frac{1}{2\beta_{00}^2} (\beta - \beta_0)^2 \right\},$$

что и объясняет появление узла в распределении по  $n$ .

На рис. 5 показаны вклады компонент с различными числами  $n_b$  внутренних бозонов в волновые функции ряда состояний  $^{172}\text{Y}$  с  $l=0$  и 2. Видно, что нижайшие состояния с  $l=0$  и 2 - практически бесфононные. Следующие состояния на 60%- однофононные, но в них есть заметные двухфононные примеси /20%/. Третье состояние с  $l=2$ , лежащее в основании  $\gamma$ -полосы, - однофононное. Третье состояние с  $l=0$ , которое в идеальном случае было бы двухфононным, имеет сложную структуру.

Что касается вероятностей  $E2$ -переходов, то за исключением переходов между  $\beta$ - и основной полосами в  $^{176}\text{Y}$  при  $l > 4$  согласие с экспериментом /15/ вполне удовлетворительное.

#### Литература

1. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. ЯФ, 11, 741 /1970/; 17, 525 /1973/; В.Г.Зелевинский, М.И.Штокман. Изв. АН СССР, сер. физ., 36, 2577 /1972/.
2. E.R.Marshalek. Phys.Rev., 139B, 1770 (1965);
3. D.Karadjov, I.N.Mikhailov, J.Piperova. Phys.Lett., 46B, 135 (1973).
4. А.П.Будник, А.А.Серегин. ЯФ, 19, 979 /1974/.
5. G.Gneuss, W.Greiner. Nucl.Phys., A171, 449 (1971).
6. I.Weaver, I.G.Biedenharn. Nucl.Phys., A185, 1 (1972).
7. Р.В.Джолос, Ф.Дэнау, Д.Янссен. ТМФ, 20, 112 /1974/.
8. D.Janssen, R.V.Jolos, F.Döna. Nucl.Phys., A209, 170 (1974).
9. Р.В.Джолос, Ф.Дэнау, Д.Янссен. ЯФ, 20, вып. 2 /1974/.
10. Е.В.Гай. ЯФ, 19, 83 /1974/.
11. M.Harvey. Advances in Nuclear Physics, vol. 1. Plenum Press, New York, 1968.
12. А.М.Переломов. Commun.Math.Phys., 26, 222 (1972).
13. T.L.Khoo, J.C.Waddington, Z.Preibisz, M.W.Jones. Nucl.Phys., A202, 289 (1973).
14. А.С.Давыдов. Возбужденные состояния атомных ядер. Атомиздат, 1967.
15. F.S.Stephens, N.M.Lark and R.M.Diamond. Nucl.Phys., 63, 82 (1965); J.Borggreen, N.J.S.Hansen, J.Pedersen et al. Nucl.Phys., 96, 561 (1967); K.Wien. Z.Phys., 216, 1 (1968); R.O.Sayer, P.H.Stelson, F.K.McGowen et al. Phys.Rev., C1, 1525 (1970); H.Ejiri and G.B.Hagemann. Nucl.Phys., A161, 449 (1971); T.Hammer, H.Ejiri and G.B.Hagemann. Nucl.Phys., A202, 321 (1973);

M.T.Gillin and N.F.Peek. Phys.Rev., C4, 1334 (1971);  
Р.Брода, В.Валюсь, И.Звольски и др. Изв. АН СССР,  
сер. физ., 35, 707 /1971/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 октября 1974 года.