3/X-83

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-83-494

В.А.Николаев

О ПОЛЮСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ P-МАТРИЦЫ NN-РАССЕЯНИЯ

1983

1. Вопрос о существовании многокварковых систем в ядрах и их проявлении в ядерных процессах продолжает привлекать внимание теоретиков и экспериментаторов. В [1] было отмечено, что такие состояния могут проявляться как полюса P-матрицы нуклон-нуклонного рассеяния. Проведенный анализ фаз NN-рассеяния [2] показал, что вычисленные по модели мешков MIT и определенные из P-матрицы значения энергий E_λ многокварковых состояний согласуются друг с другом. Было, однако, отмечено [3], что такое согласие носит лишь качественный характер.

Более детальная разработка этого вопроса [4,5] основывается на использовании представления об участии в процессе рассеяния двух каналов - шестикваркового и адронного, при этом их взаимодействие постулируется в виде δ-функции на радиусе взаимодействия каналов. В таком подходе именно наличие δ-образного взаимодействия на поверхности шестикваркового мешка приводит к появлению полюсов P-матрицы в точках E_λ, связанных с энергиями шестикварковых состояний.

В данной работе покажем, что предположение о сингулярном характере взаимодействия нуклонного и кваркового каналов является достаточным, но не необходимым условием появления полюсов P -матрицы. В задачу входит также выяснение различия между собственно P-матричным подходом [6,7] и подходом, принятым в [4,5].

2. Рассмотрим рассеяние двух трехкварковых систем - нуклонов в нерелятивистском приближении. Полную волновую функцию ψ шестикварковой системы можно представить в виде

$$\psi = \psi_1 + \tilde{\psi}, \qquad /1/$$

где ψ_1 - волновая функция шести кварков, удовлетворяющая условию обращения в нуль на заданной сферической границе, а $\tilde{\psi}$ - функция, содержащая двухнуклонную асимптотику. В силу наложенных граничных условий ψ_1 может быть разложена по полной системе шестикварковых состояний ψ_λ, удовлетворяющих тем же граничным условиям, что и ψ_1:

$$\psi_1 = \sum_\lambda c_\lambda \psi_\lambda . \qquad /2/$$

Проектируя уравнение Шредингера

$$(H - E)\psi = (H_0 + \sum_{i>j} V_{ij} - E)\psi = 0 , \qquad /3/$$

где V_{ij} - кварк-кварковые потенциалы, а H_0 - оператор кинетической энергии, на состояния $|\psi_\lambda>$ и состояния $|h>$, описывающие два нуклона, локализованных на расстоянии R, можно получить [5,8] систему уравнений

$$(\psi_\lambda\,|H-E|\,\psi_1)+(\psi_\lambda\,|H-E|\tilde{\psi})=0, \qquad /4/$$

$$(h|H-E|\psi_1)+(h|H-E|\tilde{\psi})=0. \qquad /5/$$

Состояния ψ_λ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$(\psi_\lambda\,|H|\,\psi_{\lambda'})=E_\lambda\delta_{\lambda\lambda'}, \qquad /6/$$

$$(\psi_\lambda\,|\,\psi_{\lambda'})=\delta_{\lambda\lambda'}. \qquad /7/$$

Потенциал взаимодействия кваркового и адронного каналов определяется матричным элементом, входящим в уравнение /4/:

$$(\psi_\lambda\,|H-E|\tilde{\psi})=\int V_{\lambda N}(\vec{R},E)\,\chi_{NN}(\vec{R})\,d\vec{R}. \qquad /8/$$

Здесь χ_{NN} есть волновая функция относительного движения двух нуклонов. О сингулярном характере именно этого потенциала делается предположение в [4,5]. Мы же пока воспользуемся представлением общего вида

$$V_{\lambda N}(R,\vec{E})=y^\circ_\lambda\,g^\circ_\lambda(T_R-E-U^\circ(R))+\sum_{\nu\neq 0}g^\nu_\lambda\,y^\nu_\lambda(R)\,U^\nu(R), \qquad /9/$$

полученным в [5] с помощью разложения ψ_λ по трехкварковым кластерам, где T_R - оператор кинетической энергии, а $y^\nu_\lambda(R)$ - волновая функция относительного движения кластеров. Символ $\nu=0$ соответствует паре нуклонов. Фактор g^ν_λ определяет вес соответствующих кластеров в состоянии $|\psi_\lambda>$. Для наших целей достаточно ограничиться нуклонными состояниями ($\nu=0$). Тогда

$$(\psi_\lambda\,|H-E|\tilde{\psi})=g^\circ_\lambda\int(\mathrm{grad}_n\,y^\circ_\lambda(\vec{R}))\,\chi(\vec{R})\,d\Omega_S+ \\ +(E_\lambda-E)\,g^\circ_\lambda\int y^\circ_\lambda(\vec{R})\,\chi(\vec{R})\,d\vec{R}. \qquad /10/$$

Интегрирование в первом из интегралов правой части ведется по поверхности граничных условий. Теперь уравнения /2/, /4/, /10/ приводят к

$$c_\lambda=g^\circ_\lambda\frac{\int(\mathrm{grad}_n\,y^\circ_\lambda(\vec{R}))\,\chi(\vec{R})\,d\Omega_S}{E-E_\lambda}-g^\circ_\lambda\int y^\circ_\lambda\,\chi\,d\vec{R}. \qquad /11/$$

Символ n в уравнениях /10/, /11/ соответствует нормали к поверхности.

Потребуем, чтобы функция $\tilde{\psi}$ исчерпывала полную функцию во всей области пространства, т.е. $c_\lambda=0$. Тогда уравнение /11/ переходит в формулу Грина, первый матричный элемент в /5/ обращается в нуль, а второй порождает уравнение Шредингера для функции $\chi(R)$, которое во внутренней области имеет вид

$$(T_R-E+U^\circ(\vec{R}))\,\chi(\vec{R})=0. \qquad /12/$$

Потенциал $U^\circ(\vec{R})$ в последнем уравнении равен

$$U^\circ(R)=\int\{\psi_N(123)\,\psi_N(456)\}_{S,T}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=4}^{6}V_{ij}\{\psi_N(123)\,\psi_N(456)\}\prod_{i=1}^{4}d\xi_i, \qquad /13/$$

где 1-6 нумеруют кварки, а ξ_i - их координаты, по которым ведется интегрирование.

Известно, что логарифмическая производная функции, удовлетворяющей уравнению Шредингера задачи рассеяния, удовлетворяет следующему уравнению [7]:

$$\left(\frac{dP^-}{dE}\right)_{R=b}=-\frac{2\mu}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{\phi^2(b)}\int_0^{b^-}\phi^2(R)\,dR. \qquad /14/$$

Здесь $\phi(R)=\chi(R)\cdot R$ и

$$P^-=\left(\frac{\phi'(R)}{\phi(R)}\right)_{\substack{R=b-\epsilon\\ \epsilon\to 0}}. \qquad /15/$$

Полнота состояний ψ_λ во внутренней области, уравнение /11/ при $c_\lambda=0$ и уравнение /14/ приводят, как нетрудно видеть, к уравнению

$$\left(\frac{dP}{dE}\right)_{R=b}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\sum_\lambda\frac{\left(\frac{d\eta^\circ_\lambda(R)}{dR}\right)^2_{R=b}}{(E-E_\lambda)^2}, \qquad /16/$$

где

$$\eta^\circ_\lambda(R)=y^\circ_\lambda(R)\cdot R. \qquad /17/$$

Поскольку в общем случае [9] для логарифмической производной справедливо разложение в абсолютно сходящийся ряд Миттаг-Леффлера с простыми полюсами, то естественно отождествить /16/

с производной от функции

$$P^{-}(E) = P_0 + \frac{\hbar^2}{2\mu}\sum_{\lambda}\frac{\left(\frac{d\eta^{\circ}_{\lambda}(R)}{dR}\right)^2_{R=b}}{(E-E_{\lambda})}. \qquad /18/$$

3. В заключение рассмотрим кратко структуру теории, к которой приводит приближение о сингулярном характере потенциала $V_{\lambda N}$[4]. Если $c_{\lambda} \neq 0$, то из системы уравнений /4/, /5/ для нуклонной волновой функции следует уравнение Шредингера, существенной частью которого является нелокальный зависящий от энергии потенциал:

$$V_{NQN}(\vec{R}, \vec{R}') = 10\sum_{\lambda}\frac{V_{N\lambda}(\vec{R}, E)\,V_{\lambda N}(\vec{R}', E)}{E - E_{\lambda}}. \qquad /19/$$

Сущность сингулярного приближения сводится к равенству, принимаемому для радиальной части $f_{\lambda N}(\vec{R}, E)$ потенциала $V_{\lambda N}(\vec{R}, E)$:

$$f_{\lambda N}(R, E) = -\kappa_{\lambda}\delta(R-b) + \sqrt{10}\, g^{NN}_{\lambda}\eta_{\lambda}(R)(E_{\lambda} - E). \qquad /20/$$

Во внутренней области $R < b$ эта гипотеза приводит к

$$V_{NQN} = \sum_{\lambda}(E - E_{\lambda})\cdot 10(g^{NN}_{\lambda})^2\cdot\eta_{\lambda}(R)\,\eta_{\lambda}(R'). \qquad /21/$$

Если воспользоваться известным выражением[7] для производной по энергии от левой логарифмической производной для случая нелокального потенциала, зависящего от энергии,

$$\left(\frac{dP^{-}}{dE}\right)_{R=b} = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{\phi^2(b)}\Big[\int_0^{b^-}\phi^2(R)\,dR - \int_0^{b^-}\int_0^{b^-}\phi(R')\frac{dV(R, R', E)}{dE}\phi(R)\,dR\,dR'\Big], \qquad /22/$$

то получим

$$\left(\frac{dP^{-}}{dE}\right)_{R=b} = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{\phi^2(b)}\Big[\int_0^{b^-}\phi^2(R)\,dR - (10g^2_{NN})\sum_{\lambda}\Big[\int_0^{b^-}\phi(R)\,\eta^{\lambda}(R)\,dR\Big]^2\Big]. \qquad /23/$$

В[4,5] параметры эффективного потенциала определяются с помощью P -матрицы по фазам NN-рассеяния, при этом P^{-} заменялась константой. Такому подходу соответствует $dP^{-}/dE = 0$ в последнем уравнении. В силу полноты набора $y_{\lambda}(R)$ это означает, в свою очередь, $10g^2_{NN} = 1$. Поскольку P^{-} постоянна, именно наличие δ-функции в /20/ обеспечивает полюсный характер правой логарифмической производной.

Таким образом, мы приходим к следующим выводам.

Подход, предложенный в[4], и собственно P-матричный подход, вообще говоря, не тождественны. В P-матричном подходе функции ψ_{λ} используются только в качестве базиса разложения во внутренней области, но предполагается непрерывность логарифмической производной на границе ($P^{+} = P^{-}$). В подходе[4] предполагается сингулярное взаимодействие кваркового и адронного каналов, что приводит к разрыву логарифмической производной. Предсказания же о наблюдаемых фазах нуклон-нуклонного рассеяния совпадают.

Полюсный характер эмпирической P-матрицы не свидетельствует с необходимостью в пользу полюсного характера нуклон-нуклонного потенциала как функции от энергии.

В заключение автор благодарит В.К.Лукьянова за полезное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jaffe R.L., Low F.F. Phys.Rev., 1979, D19, p.2105.
2. Jaffe R.L., Shatz M.P. Preprint CALT-68-775, 1980.
3. Lomon E.L. Proceedings of the Journees d'Etudes de la Division Physique Theorique, Aussois, March 1980, p.III-I.
4. Simonov Yu.A. Phys.Lett., 1981, B107, p.1.
5. Симонов Ю.А. ЯФ, 1982, т.36, с.722.
6. Feshbach H., Lomon E.L. Phys.Rev., 1956, 102, p.891.
7. Feshbach H., Lomon E.L. Ann.Phys.(N.Y.), 1964, 29, p.19; Feshbach H., Lomon E.L. Ann.Phys.(N.Y.), 1968, 48, p.94.
8. Лукьянов В.К., Резник Б.Л., Титов А.И. ОИЯИ, Р1-12754, Дубна, 1979; Lukyanov V.K., Titov A.I. Proc. Int. Conf. on Extreme States in Nucl.Systems. Dresden, 1980, vol.2, p.60.
9. Лейн А., Томас Р. Теория ядерных реакций при низких энергиях. ИЛ, М., 1960, с.65.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 июля 1983 года.

Николаев В.А. Р4-83-494
О полюсном представлении Р-матрицы NN-рассеяния

Рассматривается рассеяние двух трехкварковых систем - нуклонов в нерелятивистском приближении. Показано, что система уравнений, получаемых методом проектирования уравнения Шредингера на состояния шестикварковой системы и состояния, соответствующие двум нуклонам, локализованным на фиксированном расстоянии, приводит к полюсному представлению левой Р-матрицы. Предположение о сингулярном характере взаимодействия нуклонного и кваркового каналов является достаточным, но не необходимым условием появления полюсов Р-матрицы. Подчеркивается, что в Р-матричном подходе собственные функции шестикварковой системы во внутренней области используются только в качестве базиса разложения. Полюсная аппроксимация эмпирической Р-матрицы не свидетельствует с необходимостью в пользу полюсного характера нуклон-нуклонного потенциала.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Nikolaev V.A. P4-83-494
On a Pole Representation of NN Scattering P-Matrix

The two three-quark-nucleon system scattering is considered in the non-relativistic approximation. It is shown that the system of equations derived by the method of projecting the Schroedinger equation to six-quark system states and to states corresponding to two nucleons localized on a fixed distance, leads to the pole representation of the left P-matrix. It is shown that the assumption of singularity of the interaction of nucleon and quark channels is sufficient but not necessary for P-matrix poles to appear in the problem of nucleon scattering. It is emphasized that in the P-matrix approach eigenfunctions of six-quark system in interior region are used obly as a basis of expansion. A pole approximation of the empirical P-matrix does not testify to the pole nature of the nucleon-nucleon potential as a function of energy.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой