

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

3833/83

24/6-83

P4-83-189

В.К.Игнатович, Р.Михалец

РЕЗОНАНСНОЕ ПОДАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА
АНОМАЛЬНОГО ПРОХОЖДЕНИЯ НЕЙТРОНОВ
ЧЕРЕЗ КРИСТАЛЛЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ ЛАУЭ

Направлено в журнал "Физика твердого тела"

1983

§1. ВВЕДЕНИЕ

Для рентгеновских лучей был предсказан и наблюден^{1-4/} эффект резонансного подавления аномального прохождения через кристалл при дифракции Лауэ. Эффект состоит в том, что при возбуждении в кристалле звуковой волны с волновым вектором, параллельным отражающим плоскостям, аномальное прохождение рентгеновских лучей при выполнении условий дифракции Лауэ прекращается при определенной длине волны звука. Это явление объясняется следующим образом. При дифракции Лауэ в кристалле возникают две пары рентгеновских волн, каждая из которых содержит прямую и дифрагированную волны. В одной /скажем первой/ паре эти волны складываются так, что суммарная волна имеет пучности на кристаллических плоскостях, а в другой паре так, что суммарная волна имеет в этих местах узлы. В результате первая пара сильно поглощается в кристалле, тогда как для второй кристалл почти прозрачен. Эти две пары волн распространяются с различными скоростями вдоль отражающих плоскостей перпендикулярно входной поверхности кристалла. Если нормальная компонента волнового вектора внутри кристалла для первой и второй пары равна $k_{11,2}$ соответственно, то $k_{11} < k_{12}$. Если в кристалле имеется поперечная статическая деформация с волновым вектором q вдоль отражающих плоскостей, то при $q = k_{12} - k_{11}$ возникают резонансные переходы между двумя парами волн, слабо поглощаемая волна может перейти в сильно поглощаемую и эффект аномального прохождения пропадает.

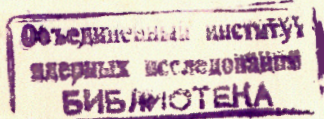
В данной работе указанный эффект рассмотрен применительно к нейтронам. В §2 развит математический аппарат и доказано существование эффекта для нейтронов, а в §3 исследованы условия, при которых этот эффект может экспериментально наблюдаться.

§2. ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДИФРАКЦИИ ЛАУЭ В КРИСТАЛЛЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ИСКАЖЕНИЕМ РЕШЕТКИ

Здесь мы рассмотрим несколько модифицированный аппарат теории динамической дифракции Лауэ, который, как нам представляется, наиболее адекватен поставленной задаче.

Волновая функция нейтрона $\psi(\vec{r}, t)$ является решением уравнения Шредингера, которое можно привести к виду

$$[i\partial/\partial t + \Delta - u(\vec{r}, t)]\psi(\vec{r}, t) = 0, \quad //$$



где u - потенциал, поделенный на величину $\hbar^2/2m$ / m - масса нейтрона/, а t отличается от обычного времени $[t]$ множителем $\hbar/2m$ и имеет размерность см^2 . Допустим, что u от времени не зависит, и будем искать стационарное решение уравнения /1/

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \exp(-iEt), \quad /2/$$

где $E = k^2$, k - волновой вектор нейтрона. Будем считать, что кристалл представляет собой бесконечную пластину толщиной H с нормалью вдоль оси z . Потенциал u при наличии малых деформаций в решетке $\xi(z)$ может быть представлен в виде

$$u(\vec{r}) = \theta(0 < z < H) \frac{u_0}{1 + \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}} \sum_{\vec{r}} \exp[i(\vec{r} + \vec{\xi}(z)) \cdot \vec{r}], \quad /3/$$

где $u_0 = 4\pi N_0 b$, N_0 - число атомов в единице объема, b - длина рассеяния, \vec{r} - вектор обратной решетки, $\theta(0 < z < H)$ - ступенчатая функция, равная единице при тех значениях z , которые удовлетворяют указанному в аргументе условию, и нулю в противном случае.

Ограничимся, как это обычно и делается, двухволновым приближением, разложим потенциал по степеням ξ , сохраним только линейные по ξ члены и пренебрежем $\vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}$ по сравнению с $\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}$, полагая, что ξ медленно меняется вдоль решетки. В результате потенциал приведет к следующему виду:

$$u(\vec{r}) = u_0 \theta(0 < z < H) \{1 + e^{i\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{r}} [1 + i\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}] + e^{-i\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{r}} [1 - i\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}]\}, \quad /4/$$

где оставлен только вектор обратной решетки $\vec{r}_{\parallel} = 2\pi/a$, параллельный входной поверхности, a - расстояние между кристаллическими плоскостями.

Волновая функция $\psi(\vec{r})$ в двухволновом приближении представляется в виде

$$\psi(\vec{r}) = \psi_0(z) e^{i\vec{k}_{0\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}} + \psi_1(z) e^{i(\vec{k}_{0\parallel} + \vec{r}_{\parallel}) \cdot \vec{r}_{\parallel}}. \quad /5/$$

После подстановки /5/ и /4/ в /1/ получим для $\psi_0(z)$ и $\psi_1(z)$ систему уравнений

$$[d^2/dz^2 + k_{0\perp}^2 - u_0] \psi_0(z) - u_0 [1 - i\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}_{\parallel}(z)] \psi_1(z) = 0, \quad /6/$$

$$[d^2/dz^2 + k_{0\perp}^2 - u_0 - (\vec{k}_{0\parallel} + \vec{r}_{\parallel})^2 + k_{0\parallel}^2] \psi_1(z) - u_0 [1 + i\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}_{\parallel}(z)] \psi_0 = 0.$$

Введем следующие обозначения:

$$\Psi(z) = \begin{pmatrix} \psi_0(z) \\ \psi_1(z) \end{pmatrix}, \quad (\vec{k}_{0\parallel} + \vec{r}_{\parallel})^2 - k_{0\parallel}^2 = 2\delta, \quad /7/$$

тогда систему /6/ можно записать в виде одного спинорного уравнения:

$$d^2\Psi(z)/dz^2 = [-(k_{0\perp}^2 - u_0) + \delta(1 - \sigma_3) + u_0\sigma_1 + u_0\vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}_{\parallel} \sigma_2] \Psi(z), \quad /8/$$

где σ_i - матрицы Паули,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad /9/$$

Уравнение /8/ имеет типичный вид уравнения для спина в магнитном поле. Обозначим $k_{\perp}^2 = k_{0\perp}^2 - u_0 - \delta$ и введем вектор \vec{B} , аналогичный вектору магнитного поля $\vec{B} = (u_0, 0, -\delta)$. Пусть смещение $\vec{\xi}(z)$ имеет вид

$$\vec{\xi}(z) = \xi_0 \vec{e} \cos(qz), \quad /10/$$

где ξ_0 - амплитуда смещения, \vec{e} - единичный вектор /будем считать, что он параллелен \vec{r}_{\parallel} /, а q определяет период смещения вдоль отражающих плоскостей. Если ввести вектор $B_1 = (0, u_0\vec{r}_{\parallel} \cdot \xi_0, 0)$, то уравнение /8/ переписется следующим образом:

$$d^2\Psi(z)/dz^2 = [-k_{\perp}^2 + \vec{B} \cdot \vec{\sigma} + B_1 \sigma \cos(qz)] \Psi(z). \quad /11/$$

Рассмотрим сначала случай идеального монокристалла, т.е. положим $B_1 = 0$. В этом случае решение уравнения /11/ находится сразу:

$$a/ \Psi(z) = \exp(i\hat{k}z) \Psi(0), \quad b/ \Psi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v/ \hat{k} = \sqrt{k_{\perp}^2 - \vec{B} \cdot \vec{\sigma}}. \quad /12/$$

Введем два проекционных оператора:

$$a/ p_{\pm} = (1 \pm \vec{B} \cdot \vec{\sigma}/B)/2, \quad b/ B = \sqrt{u_0^2 + \delta^2}, \quad /13/$$

тогда подстановка в /12а/ $\Psi(0) = (p_+ + p_-) \Psi(0) = \Psi_+(0) + \Psi_-(0)$ приводит выражение /12а/ к виду

$$\Psi(z) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \delta/B \\ -u_0/B \end{pmatrix} e^{ik_+z} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \delta/B \\ u_0/B \end{pmatrix} e^{ik_-z}, \quad /14/$$

где верхние компоненты соответствуют амплитуде прямой, а нижние - дифрагированной волнам, а компоненты волнового вектора внутри среды, характеризующие распространение двух пар волн вдоль отражающих плоскостей, равны

$$a/k_{\perp 1} = k_{\uparrow} = \sqrt{k_{0\perp}^2 - u_0 - \delta - \sqrt{u_0^2 + \delta^2}}, \quad /15/$$

$$b/k_{\perp 2} = k_{\downarrow} = \sqrt{k_{0\perp}^2 - u_0 - \delta + \sqrt{u_0^2 + \delta^2}}.$$

В случае $\delta = 0$ имеем $k_{\perp 1} = \sqrt{k_{0\perp}^2 - 2u_0}$, а $k_{\perp 2} = k_{0\perp}$. Если потенциал u_0 содержит мнимую часть, т.е. $u_0 = u_0' - iu_0''$, то $k_{\perp 1}$ будет

комплексной величиной $k_{\perp 1} = k'_{\perp 1} + ik''_{\perp 1}$, причем $k''_{\perp 1} = u_0'' / \sqrt{k_{0\perp}^2 - 2u_0'}$, в то время как $k_{\perp 2}$ будет оставаться вещественным. Отсюда сразу следует, что первая пара волн в выражении /14/ с ростом z будет экспоненциально затухать, тогда как вторая - будет распространяться вдоль z без затухания.

Выражение /12в/ и решение /12а/ можно представить несколько иначе, а именно:

$$a/\hat{k} = k_{\pm} + (\vec{\sigma}\vec{B}/B)k_{\mp}, \quad б/ k_{\pm, -} = (k_{\uparrow} \pm k_{\downarrow})/2. \quad /16/$$

Воспользовавшись известным представлением

$$\exp(i\vec{a}\vec{\sigma}) = \cos a + i(\vec{a}\vec{\sigma}/a)\sin a, \quad /17/$$

запишем выражение /12а/ в виде

$$\Psi(z) = \exp(ik_{\perp}z) [\cos(k_{\perp}z) + i(\vec{\sigma}\vec{B}/B)\sin(k_{\perp}z)] \Psi(0). \quad /18/$$

Заметим, что согласно /16б/ величины k_{\pm} , k_{\mp} имеют одинаковые мнимые части при $\delta = 0$ и аномальное прохождение возникает оттого, что функции $\cos x$ и $\sin x$ складываются из экспонент $\exp(\pm ix)$, одна из которых оказывается экспоненциально растущей и компенсирует затухание, обусловленное множителем $\exp(ik_{\perp}z)$.

Учтем теперь деформацию и сделаем в уравнении /11/ подстановку

$$\Psi(z) = e^{ik_{\perp}z} \bar{\Psi}(z), \quad /19/$$

тогда уравнение приведет к виду

$$d^2\bar{\Psi}(z)/dz^2 + 2ik_{\perp}d\bar{\Psi}(z)/dz = (\vec{B}\vec{\sigma} + \vec{B}_1\vec{\sigma}\cos(qz))\bar{\Psi}(z). \quad /20/$$

Поскольку величины B и B_1 значительно меньше k_{\perp}^2 , то второй производной в /20/ можно пренебречь и мы получаем типичное спинорное уравнение

$$id\Psi(z)/dz = [b\vec{\sigma} + a\sigma_2 \cos(qz)]\bar{\Psi}(z), \quad /21/$$

где введены обозначения $\vec{b} = \vec{B}/2k_{\perp}$, $a = B_1/2k_{\perp}$. Представим $b\vec{\sigma}$ в виде

$$b\vec{\sigma} = \exp(-i\chi\sigma_2) b\sigma_3 \exp(i\chi\sigma_2), \quad /22/$$

где угол χ находится из уравнений

$$a/\cos 2\chi = -\delta/B, \quad б/ \sin 2\chi = u_0/B. \quad /23/$$

Сделаем подстановку /24а/ и перепишем уравнение /21/ в виде /24б/:

$$а/ \bar{\Psi}(z) = \exp(-i\chi\sigma_2)\phi(z), \quad /24/$$

$$б/ id\phi(z)/dz = (b\sigma_3 + a\sigma_2 \cos qz)\phi(z).$$

Мы получим, таким образом, уравнение для спина в постоянном поле b , направленном вдоль оси z , и в линейном радиочастотном поле с магнитным вектором, направленным вдоль оси y . Хорошо известен метод решения такого уравнения. Линейно поляризованное поле разлагается на два циркулярно поляризованных, и оставляется только та компонента, которая вращается в том же направлении, в котором прецессирует спин. В данном случае

$$\sigma_2 \cos(qz) = (\sigma_2 \cos qz - \sigma_1 \sin qz)/2 + (\sigma_2 \cos qz + \sigma_1 \sin qz)/2 \quad /25/$$

и сохраняется только первое слагаемое, которое представляется в виде

$$\exp(-i\sigma_3 qz/2)\sigma_2 \exp(i\sigma_3 qz/2). \quad /26/$$

Сделаем подстановку в уравнении /24б/:

$$\phi(z) = \exp(-i\sigma_3 qz/2)\eta(z). \quad /27/$$

В результате получим уравнение

$$id\eta(z)/dz = [(b - q/2)\sigma_3 + (a/2)\sigma_2]\eta(z), \quad /28/$$

которое имеет решение

$$а/ \eta(z) = \exp(-i\vec{s}\vec{\sigma}z)\eta(0), \quad б/ \vec{s} = (0, a/2, b - q/2). \quad /29/$$

Учитывая /24а/, /27/ и /29а/, получаем окончательное решение /19/ в виде

$$\Psi(z) = e^{ik_1 z} e^{-i\chi\alpha_2} e^{-i\alpha_3 qz/2} e^{-i\vec{\sigma}\vec{z}} e^{i\chi\sigma_2} \Psi(0), \quad /30/$$

или, воспользовавшись представлением /22/, в виде

$$\Psi(z) = e^{ik_1 z} e^{-i\vec{\sigma}\vec{q}z/2b} e^{-i[(b-q/2)\vec{b}\vec{\sigma}/b + \alpha\alpha_2/2]z} \Psi(0). \quad /31/$$

Вспользуемся правилом /17/, тогда

$$\Psi(z) = e^{ik_1 z} (\cos(qz/2) - i(\vec{b}\vec{\sigma}/b) \sin(qz/2)) (\cos sz - i(\vec{g}\vec{\sigma}/s) \sin sz) \Psi(0), \quad /32/$$

где

$$\vec{g} = ((b - q/2)u_0/B, \alpha/2, -(b - q/2)\delta/B), \quad /33/$$

$$g = s = \sqrt{(b - q/2)^2 + (\alpha/2)^2}.$$

Мнимая часть потенциала u_0'' приводит к мнимой части компоненты волнового вектора $k_1'' = u_0''/2k_1$. Величина

$$s = \sqrt{(u_0 - k_1 q)^2 + B_1^2/4} / 2k_1 \quad /34/$$

имеет такую же мнимую часть, если $|u_0' - k_1 q| \gg B_1^2/4$. В случае

же $u_0' \sim k_1 q$ s принимает вид $\sqrt{-(u_0'')^2 + B_1^2/4}$ и оказывается действительной величиной при $B_1^2 > 4(u_0'')^2$, или при $r_{||} \xi_0 > 2u_0''/u_0'$. Амплитуды прямой и дифрагированной волн можно записать в виде

$$a/e^{ik_1 z} [f(s) - f(-s)]/2s, \quad b/f(s) = -(q/2 - s - b - i\alpha u_0/2B) \cos[(q/2 + s)z] - i(\delta/B)(q/2 - s - b) \sin[(q/2 + s)z], \quad /35/$$

$$a/e^{ik_1 z} [\tilde{g}(s) - \tilde{g}(-s)]/2s, \quad b/\tilde{g}(s) = i(\delta\alpha/2B) \cos[(q/2 + s)z] - [i(u_0/B)(s + b - q/2) + \alpha/2] \sin[(q/2 + s)z] \quad /36/$$

соответственно. При действительной величине s обе эти амплитуды затухают экспоненциально $-\exp(-k_1'' z)$, т.е. при наличии резонанса anomalно проходящие волны исчезают.

Мы рассмотрели здесь только случай статических деформаций. При наличии в кристалле стоячей звуковой волны

$$\cos(qz) \cos(\Omega t) \quad /37/$$

можно время t заменить на z/v_1 , где v_1 - нормальная компонента скорости нейтрона, после чего произведение двух косинусов раз-

лагается в сумму $\cos[(q - \Omega/v_1)z] + \cos[(q + \Omega/v_1)z]$ и мы переходим к изученному статическому случаю с заменой q на $q + \Omega/v_1$ или $q - \Omega/v_1$ в зависимости от того, какая из этих величин ближе к резонансу.

Если в кристалле возбуждается стоячая волна, перпендикулярная отражающим плоскостям, например,

$$\cos(qx) \cos(\Omega t), \quad /38/$$

то зависимость от x приводит к изменению вектора обратной решетки $\vec{r}_{||}$, а зависимость от t после аналогичного преобразования $t = z/v_1$ дает статическую деформацию вида /10/.

§3. ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ ЭФФЕКТА

Для наблюдения эффекта необходимо выполнение условия

$$\xi_0 > (a/\pi) \cdot (u_0''/u_0'). \quad /39/$$

Для веществ, имеющих в тепловой точке сечение поглощения ~ 400 барн, $u_0''/u_0' \approx 10^{-2}$, полагая $a \sim 1$ А, находим, что амплитуда колебаний должна быть $> 10^{-8}$ А, или 10^{-11} см. Длина волны резонансного звука по порядку величины равна

$$\lambda_s = (2\pi)^2 / u_0' \lambda_n, \quad /40/$$

где λ_n - длина волны нейтрона. При $\lambda_n \approx 10^{-8}$ см и $u_0' \approx 10^{12}$ см⁻² имеем $\lambda_s \approx 10^{-3}$ см, что отвечает частотам $\nu_s \approx 10$ МГц.

Аномальное прохождение нейтронов через почти идеальные монокристаллы наблюдалось для $\text{InSb}^{5/}$, $\text{CdS}^{6/}$ и $\text{KH}_2\text{PO}_4^{7/}$. Эти монокристаллы, а также гадолиний-галиевый гранат ($\text{Gd}_3\text{Ga}_2\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) можно использовать для наблюдения резонансного подавления эффекта аномального прохождения нейтронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Энтин И.Р. Письма ЖЭТФ, 1977, 26, с. 392; ФТТ, 1978, 20, с. 2130; ЖЭТФ, 1979, 77, с. 214.
2. Entin I.R. Phys.Stat.Sol.(b), 1978, 90, p. 575.
3. Энтин И.Р. и др. ФТТ, 1978, 20, с. 1311.
4. Entin I.R., Assur K.P. Acta Cryst., 1981, A37, p. 769.
5. Sippel D. et al. Phys.Lett., 1964, 8, p. 241.
6. Шильштейн С.Ш. и др. Письма ЖЭТФ, 1970, 12, с. 80.
7. Sippel D., Eichhorn F. Acta Cryst., 1968, A24, p. 237.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
D13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
D1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
D1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Игнатович В.К., Михалец Р. P4-83-189
Резонансное подавление эффекта аномального прохождения нейтронов через кристаллы при дифракции Лауэ

Показано, что аномальное прохождение нейтронов через кристаллы при дифракции Лауэ прекращается, если в кристалле возбуждается звук с длиной волны, равной длине экстинкции, волновым вектором, направленным вдоль отражающих плоскостей, и достаточно большой амплитудой.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Ignatovich V.K., Mihaletes R. P4-83-189
Resonance Damping of the Effect of Anomalous Transmission of Neutrons Through Crystals at Laue Diffraction

It is shown that anomalous transmission of neutrons through crystals at Laue diffraction is damped, when sound waves with definite wavelength are excited in a crystal.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.