объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-83-173

В.Б.Беляев, В.В.Пупышев

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ НА ЯДРАХ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1983

ВВЕДЕНИЕ

Проблема учета непрерывного спектра ядра возникает во многих методах приближенного решения многочастичных задач, например, при суммировании ряда Ватсона, используя когерентное приближение [1], пренебрегают всеми промежуточными состояниями ядра, кроме основного; в методе сильной связи каналов, переформулированном на основе вариационного принципа Швингера [2], и др.

При решении задачи двух тел непрерывный спектр можно учесть, используя функции Штурма-Лиувилля [3,4], построение которых в задачах большого числа частиц представляет самостоятельную сложную проблему.

В настоящей работе исследуется задача упругого рассеяния частиц на связанной подсистеме частиц при энергиях, меньших энергии ближайшего порога перестройки, или развала. В этом случае ядро уравнения для оператора перехода, записанного в специальной форме, действует в пространстве квадратично интегрируемых функций, что позволяет представить многочастичный канальный оператор Грина G_c в виде суммы двух операторов.

Один из этих операторов конечномерен, другой содержится в ядре вспомогательного уравнения, которое при вполне определенных условиях разрешимо итерационным методом.

Такое представление позволяет точно учесть дискретный и часть непрерывного спектра ядра-мишени первым слагаемым; оставшаяся часть непрерывного спектра учитывается вторым слагаемым. В отличие от авторов работы [4], мы представляем в виде суммы не свободный двухчастичный оператор Грина, а многочастичный канальный оператор. Это позволяет получить в разделе 1 достаточно простые уравнения для амплитуды упругого рассеяния, учитывающие непрерывный спектр ядра. В разделе 2 получены достаточные условия для применимости одного из предложенных вариантов представления оператора в виде суммы двух операторов. Метод демонстрируется на примере расчета длин рассеяния в трехчастичной системе. В заключении содержатся краткие выводы.

1. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУД УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ НА ЯДРАХ

Для большей наглядности рассмотрим систему трех тел. Полный гамильтониан системы $H = h_\alpha + \bar{V}_\alpha$, где h_α-канальный гамильтониан, $\bar{V}_\alpha = \sum_{\gamma \neq \alpha} V_\gamma$, V_γ- парный потенциал. Индекс α зависит от пары индексов, нумерующих частицы следующим образом: $\alpha = \alpha(ij) = k$, ijk = 231, 312, 213. Операторы перестройки и упругого рассеяния частицы с номером "k" на связанном состоянии пары частиц с номерами ij, определенные равенствами

$$U^{(+)}_{\alpha\beta}(z) = \bar V_\alpha - \bar V_\alpha G(z)\bar V_\beta , \qquad /1.1/$$

удовлетворяют фаддеевской системе уравнений [5]:

$$U^{(+)}_{\beta\alpha} = \bar V_\beta + \sum_{\gamma\neq\alpha} U^{(+)}_{\beta\gamma} g_0 t_\gamma , \qquad /1.2/$$

где g_0 - свободный оператор Грина трех частиц, t_γ - парная t -матрица, z - энергия всей системы. Из равенства /1.1/ и уравнения для полного оператора Грина

$$G(z) = (H - z)^{-1} = g_\alpha(z) - G(z)\bar V_\alpha g_\alpha(z) = g_\alpha(z) - g_\alpha(z)\bar V_\alpha G(z), \qquad /1.3/$$

где

$$g_\alpha(z) = (h_\alpha - z)^{-1},$$

получаем уравнения для оператора упругого рассеяния:

$$U^{(+)}_{\alpha\alpha} = \bar V_\alpha - U^{(+)}_{\alpha\alpha} g_\alpha \bar V_\alpha = \bar V_\alpha - \bar V_\alpha g_\alpha U^{(+)}_{\alpha\alpha} . \qquad /1.4/$$

Уравнения /1.4/ имеют некомпактные ядра, содержащие δ-функции, поэтому обычно решается фаддеевская система уравнений /1.2/. Однако если E_k кинетическая энергия частицы 1 меньше энергии ближайшего порога перестройки, или развала, связанного состояния пары частиц 2,3, то уравнения /1.3/, /1.4/ можно свести к иным приближенным уравнениям, имеющим компактные ядра [6].

Пусть h_0 - гамильтониан свободного движения частицы относительно центра масс пары частиц 2,3, полный гамильтониан которой h_c имеет одно связанное состояние χ_1 с энергией ϵ_1; $\chi_{\vec p}$ - волновые функции непрерывного спектра. Запишем h_c в виде

$$h_c = h_c^{(1)} + h_c^c , \qquad /1.5/$$

где

$$h_c^{(1)} = \epsilon_1 |\chi_1\rangle\langle\chi_1| ,$$

$$h_c^c = \int d\vec p \, \frac{p^2}{m} |\chi_{\vec p}\rangle\langle\chi_{\vec p}| , \qquad /1.6/$$

m - масса частиц 2 и 3.

Рассмотрим задачу рассеяния на связанном состоянии пары частиц 2,3 при отрицательной энергии $E = z - i\epsilon = E_k + \epsilon_1$ всей трехчастичной системы.

Введем обозначения: $T = U^{(+)}_{11}$, $V = \bar V_1$, $G_0(z) = (h_0 - z)^{-1}$,

$$G_c(z) = g_1(z) = (h_0 + h_c - z)^{-1}.$$

При $\alpha = 1$ оператор T удовлетворяет уравнению /1.4/, он же, как показано в работе [6], удовлетворяет уравнениям

$$T = T^\circ + T^\circ(G_0 - G_c)T = T^\circ + T(G_0 - G_c)T^\circ . \qquad /1.7/$$

Вспомогательный оператор T° удовлетворяет уравнениям

$$T^\circ = V - VG_0T^\circ = V - T^\circ G_0 V . \qquad /1.8/$$

Исследуем уравнение /1.8/. Введем координаты Якоби:

$$\vec r = \vec r_2 - \vec r_3 , \quad \vec\rho = -\vec r_1 + \frac{1}{2}(\vec r_2 + \vec r_3),$$

где $\vec r_i$, i = 1,2,3, - радиус-вектор частицы в произвольной системе координат. Матрица потенциала V в базисе $|\vec k\vec r\rangle$, где $\vec k$ - импульс, сопряженный координате $\vec\rho$, в случае локальных парных потенциалов имеет вид

$$\langle\vec k'\vec r'|V|\vec k\vec r\rangle = \delta(\vec r' - \vec r) \times$$

$$\times \int d\vec\rho \, e^{i(-\vec k' + \vec k)\vec\rho} (V_{12}(\vec\rho + \tfrac{1}{2}\vec r) + V_{13}(\vec\rho - \tfrac{1}{2}\vec r)) = \qquad /1.9/$$

$$= \delta(\vec r' - \vec r)(e^{\frac{i}{2}(\vec k' - \vec k)\vec r} V_{12}(-\vec k' + \vec k) + e^{-\frac{i}{2}(\vec k' - \vec k)\vec r} V_{13}(-\vec k' + \vec k)) .$$

Из уравнения /1.8/ и диагональности по координате $\vec r$ матрицы /1.9/ следует диагональность матрицы оператора T°:

$$\langle\vec k'\vec r'|T^\circ(z)|\vec k\vec r\rangle = \delta(\vec r' - \vec r)\langle\vec k'|T^\circ(\vec r, z)|\vec k\rangle . \qquad /1.10/$$

Это свойство оператора T°, очевидно, сохраняется при аппроксимации короткодействующих парных потенциалов в импульсном пространстве сепарабельными, то есть

$$V_{ii}(-\vec k' + \vec k) = \sum_{m,n=1}^{N} g_{im}(\vec k')A_{imn}g_{in}(\vec k), \quad i = 2,3 , \qquad /1.11/$$

где функции $g_{im}(\vec{k})$ квадратично интегрируемы. В случае сепарабельных потенциалов /1.11/ уравнение /1.8/ сводится к системе линейных алгебраических уравнений и поэтому допускает аналитическое решение.

Амплитуда рассеяния частицы 1 на паре частиц 2,3, относительный радиус-вектор которых $\vec{r}$ не меняется в процессе взаимодействия, пропорциональна матричному элементу /1.10/. Как показано в работе [7], матрица $\langle\vec{k}'|T^\circ(\vec{r},z)|\vec{k}\rangle$ может иметь полюсы первого порядка по координате $\vec{r}$. В сингулярной точке однородное уравнение $T^\circ = -VG_0T^\circ$ имеет нетривиальное, вообще говоря, комплексное даже при эрмитовом потенциале V-решение.

Заметим, что оператору T° можно дать иную интерпретацию. Будем считать r параметром оператора V, тогда, очевидно, T° есть t -матрица системы двух частиц, взаимодействующих посредством потенциала V, с приведенной массой $\mu = \dfrac{m_1 2m}{m_1+2m}$ /m_1 - масса частицы 1/. Полная функция Грина такой системы равна $\tilde{G} = G_0 - G_0T^\circ G_0$, полная энергия равна E и отрицательна по условию. Следовательно, при некотором значении параметра $\vec{r} = \vec{r}_0$ и некотором значении $E = E_0 < 0$ две указанные частицы могут образовывать связанное состояние. В этом случае t -матрица имеет полюс первого порядка в точке $E = E_0$ и существуют ненулевые конечные пределы:

$$\lim_{\epsilon\to 0+0} i\epsilon\tilde{G}(E_0), \quad \lim_{\epsilon\to 0+0} i\epsilon T^\circ(\vec{r}_0, E_0). \qquad /1.12/$$

Покажем, что если при некоторых фиксированных значениях $E = E_0 < 0$ и $\vec{r} = \vec{r}_0 \neq 0$ существует ненулевой предел /1.12/, то $T^\circ(\vec{r}, E_0)$ имеет в точке $\vec{r} = \vec{r}_0$ полюс первого порядка. Действительно, элемент матрицы A системы линейных уравнений, к которой при аппроксимации /1.11/ сводится уравнение /1.8/, равен

$$A_{mn} = \delta_{mn} - \int d\vec{k}\, e^{\pm i\vec{k}\vec{r}} g^*_m(\vec{k})\, g_n(\vec{k})\, G_0(k, z). \qquad /1.13/$$

Интеграл /1.13/ равен сумме вычетов в полюсах подынтегральной функции. Вклад от вычета функции Грина в точке $a + i\epsilon$, $a = \sqrt{2\mu|E_0|}$, равен

$$B(a, \vec{r}) = f(a, \vec{r})\, e^{-(a+i\epsilon)r},$$

другие вычеты, очевидно, не содержат в показателе экспоненты числа $a + i\epsilon$. При $E = E_0$ в пределе $\epsilon \to 0+0$ и $\vec{r}_0 \neq 0$, $a \neq 0$ имеет место равенство

$$(a + i\epsilon)r = a(r + i\epsilon a^{-1}r) = a(r + i\epsilon).$$

Следовательно,

$$\lim_{\epsilon\to 0+0} i\epsilon T^\circ(\vec{r}_0, a + i\epsilon) = \lim_{\epsilon\to 0+0} i\epsilon T^\circ(\vec{r}_0 + i\epsilon, a). \qquad /1.14/$$

Так как по условию предел в правой части равенства /1.14/ отличен от нуля, то в пределе $\epsilon \to 0+0$ имеет место равенство

$$i\epsilon T^\circ(\vec{r}, E_0 + i\epsilon) \approx \frac{i\epsilon}{\vec{r} - \vec{r}_0 - i\epsilon}\, y(\vec{r}_0, E_0)$$

при $\vec{r} \approx \vec{r}_0$.

Для устранения полюсной сингулярности матричные элементы оператора T° будем вычислять при $\epsilon \neq 0$, а в конечных выражениях переходить к пределу $\epsilon \to 0+0$. Тогда

$$\langle\vec{k}'\chi_1|T^\circ(E_0 + i0)|\vec{k}\chi_1\rangle = \lim_{\epsilon\to 0+0} \int d\vec{r}|\chi_1(\vec{r})|^2 \times$$
$$\times \langle\vec{k}'|T^\circ(\vec{r}, E_0 + i\epsilon)|\vec{k}\rangle = \qquad /1.15/$$
$$= \int d\vec{r}|\chi_1(\vec{r})|^2 \langle\vec{k}'|T^\circ(\vec{r}, E_0)|\vec{k}\rangle + \pi i|\chi_1(\vec{r}_0)|^2 y(\vec{r}_0, E_0).$$

В работе [7] вычислялась квартетная длина $a = 5,25$ Фм nd-рассеяния, второе слагаемое в /1.15/ при этом не учитывалось.

При регуляризации /1.15/ $a = /5,35 - i0,08/$ Фм. Появление мнимой части обусловлено использованием аппроксимации $h_c = h_c^{(1)}$ /1.6/, не учитывающей непрерывного спектра частиц 2 и 3, и спецификой NN-взаимодействия. При другой интенсивности парных взаимодействий V_{12}, V_{13}, например как в πN-системе, аналогичная амплитуда $T^\circ(\vec{r}, z)$ не имеет особенностей полюсов по координате $\vec{r}$. Уравнения /1.7/ запишем в ином виде, позволяющем учесть вклад непрерывного спектра частиц 2 и 3. Заметим, что амплитуда упругого рассеяния, как следует из /1.7/, равна

$$\langle\vec{k}'\chi_1|T|\vec{k}\chi_1\rangle = \langle\vec{k}'\chi_1|T^\circ|\vec{k}\chi_1\rangle + \qquad /1.16/$$
$$+ \langle\vec{k}'\chi_1|T^\circ(G_0 - G_c)T|\vec{k}\chi_1\rangle.$$

При отрицательной полной энергии E и короткодействующих парных потенциалах V_{12}, V_{13} функции $T^\circ|\vec{k}\chi_1\rangle$ квадратично интегрируемы и по координате $\vec{r}$, и по импульсу $\vec{k}$. Следовательно, оператор $G_0 - G_c$ при указанных ограничениях действует в пространстве функций L_2.

Оператор G_c запишем в виде $G_c = \tilde{G}_c + \Delta$ так, чтобы уравнение /1.7/ легко решалось при аппроксимации $G_c = \tilde{G}_c$ и был определен оператор $(1 + T^\circ\Delta)^{-1}$.

Сильным достаточным условием существования этого оператора является строгое неравенство

$$\|T^{\circ}\Delta\| < 1 . \qquad /1.17/$$

Преобразуем уравнение /1.7/ следующим образом:

$$T = T^{\circ} + T^{\circ}(G - \tilde{G} - \Delta)T ,$$

$$(1 + T^{\circ}\Delta)T = T^{\circ} + T^{\circ}(G_0 - \tilde{G}_c)T , \qquad /1.18/$$

$$T = W + W(G_0 - \tilde{G}_c)T .$$

Оператор $W \equiv (1 + T^{\circ}\Delta)^{-1} T^{\circ}$, очевидно, удовлетворяет уравнениям

$$W = T^{\circ} - T^{\circ}\Delta W = T^{\circ} - W\Delta T^{\circ} , \qquad /1.19/$$

допускающим при условии /1.17/ решение в виде итерационного ряда:

$$W = T^{\circ} - T^{\circ}\Delta T^{\circ} + T^{\circ}\Delta T^{\circ}\Delta T^{\circ} - \ldots . \qquad /1.20/$$

Рассмотрим различные варианты представления оператора G_c в виде суммы операторов $\tilde{G}_c$ и Δ. Определим оператор $G_c^{(1)} \equiv (h_0 + h_c^{(1)} - z)^{-1}$, удовлетворяющий уравнению

$$G_c^{(1)} = G_0 - G_0 h_c^{(1)} G_c^{(1)} .$$

Он легко вычисляется:

$$G_c^{(1)} = G_0 - G_0 \frac{\epsilon_1 |\chi_1><\chi_1|}{G_0^{-1} + \epsilon_1} . \qquad /1.21/$$

Оператор G_c запишем в виде $G_c = G_c^{(1)} + G_c^c$. Из уравнения

$$G_c = G_c^{(1)} - G_c^{(1)} h_c G_c ,$$

учтя равенство $h_c^c|\chi_1> = 0$, получим уравнения для оператора G_c^c:

$$G_c^c = -G_0 h_c^c G_0 - G_0 h_c^c G_c^c = -\frac{G_0 h_c^c}{G_0^{-1} + h_c^c} , \qquad /1.22/$$

содержащего всю информацию о непрерывном спектре частиц 2 и 3.

Если положить $\tilde{G}_c = G_c^{(1)}$, $\Delta = G_c^c$, то из /1.18/, /1.19/ и /1.21/ нетрудно получить для амплитуды рассеяния трехмерное по импульсу уравнение /для парциальной амплитуды - одномерное/:

$$<\vec{k}'\chi_1|T|\vec{k}\chi_1> = <\vec{k}'\chi_1|W|\vec{k}\chi_1> +$$

$$+ \epsilon_1 \int d\vec{k}''<\vec{k}'\chi_1|W|\vec{k}''\chi_1> G_0(k'', z) G_0(k'', z - \epsilon_1) \times \qquad /1.23/$$

$$\times <\vec{k}''\chi_1|T|\vec{k}\chi_1> .$$

Оператор G_c^c, действующий в L_2, представим в виде

$$G_c^c = G_c^{(N)} + g ,$$

где

$$G_c^{(N)} = + \sum_{m,n=2}^{N} |\chi_m>(<\chi_m|G_c^c|\chi_n>)^{-1} <\chi_n| ,$$

$|\chi_i>$, $i = 1,2,\ldots N$, - некоторый ортонормированный набор функций, зависящих от $\vec{r}$. Тогда $G_c^c = G_c^{(N)}$ на линейной оболочке, натянутой на векторы χ_i. Второй вариант: $\tilde{G}_c = G_c^{(1)} + G_c^{(N)}$, $\Delta = g$ имеет существенный недостаток - громоздкость, так как при таком разбиении оператора G_c из /1.18/ получается система из N интегральных уравнений, трехмерных по импульсу. Однако в этом случае значительная часть непрерывного спектра пары частиц 2,3 учитывается не по теории возмущений, и имеет место неравенство

$$\|T^{\circ} g\| \le \|T^{\circ} G_c^c\| ,$$

обеспечивающее более быструю, чем в первом варианте, сходимость ряда /1.20/.

Третий вариант выбора $\tilde{G}_c$ заключается в построении вариационного оператора G_{cv}. Оператор G_c^c /1.22/ запишем в виде суммы двух операторов, для каждого из которых легко вычисляется обратный $G_c^c = -G_0 + x$.

Оператор $x = (G_0^{-1} + h_c^c)^{-1}$, действующий в L_2, запишем в виде $x = x^t + \delta$, где x^t - некоторый "пробный" оператор. Следуя работе /8/, получим $x = x_v - \delta x^{-1}\delta$, где оператор x_v определен равенством

$$x_v = 2x^t - x^t x^{-1} x^t . \qquad /1.24/$$

Он устойчив относительно первой вариации пробного оператора x^t. Заметим, что если x^t выбран удачно и δ-малый оператор, то $x - x_v \sim O(\delta^2)$. Один из возможных способов выбора x^t:

$$x^t = \frac{|\chi_2><\chi_2|}{G_0^{-1} + \epsilon_2(z)} ,$$

где ϵ_2, χ_2 - соответственно вариационный параметр и вариационная функция, удовлетворяющая равенствам $\langle\chi_2|\chi_2\rangle = 1$, $\langle\chi_2|\chi_1\rangle = 0$. Достаточным условием существования x^t является неравенство $\epsilon_2(z) > 0$. Подставив /1.25/ в /1.24/, получим

$$x = \frac{G_0^{-1} + 2\epsilon_2 - h_{22}}{(G_0^{-1} + \epsilon_2)^2} |\chi\rangle\langle\chi|,$$

где $h_{22} = \langle\chi_2|h_c^c|\chi_2\rangle = \langle\chi_2|h_c|\chi_2\rangle$ согласно /1.5/, /1.6/. Положим $\tilde{G}_c = G_c^{(1)} + G_{cv}$, где

$$G_{cv} = -G_0 + x_v = -\frac{\epsilon_2^2 G_0 + h_{22}}{(G_0^{-1} + \epsilon_2)^2} |\chi_2\rangle\langle\chi_2|.$$

В этом случае из /1.18/ следует система двух интегральных уравнений для вычисления амплитуды:

$$\langle\vec{k}'\chi_1|T|\vec{k}\chi_1\rangle = \langle\vec{k}'\chi_1|W|\vec{k}\chi_1\rangle +$$
$$+ \epsilon_1 \cdot \int d\vec{k}'' \langle\vec{k}'\chi_1|W|\vec{k}''\chi_1\rangle G_0(\vec{k}'', z) G_0(\vec{k}'', z - \epsilon_1) \langle\vec{k}''\chi_1|T|\vec{k}\chi_1\rangle +$$
$$+ \int dk'' \langle k'\chi_1|W|k''\chi_2\rangle (\epsilon_2^2 G_0(k'', z) + h_{22}) G_0^2(k'', z - \epsilon_2) \times$$
$$\times \langle\vec{k}''\chi_2|T|\vec{k}\chi_1\rangle.$$

Вариационный параметр ϵ_2 и вариационную функцию χ_2 следует выбирать из условия минимальности нормы $||T^\circ(G_c - \tilde{G}_c)||$. Таким выбором, очевидно, может быть достигнута более быстрая сходимость ряда /1.20/.

2. ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО РЯДА К ОПЕРАТОРУ W

Получим оценки для нормы оператора T°_Δ в первом варианте $\tilde{G}_c = G_c^{(1)}$, $\Delta = G_c^c$. Для любой функции ϕ из L_2 верно равенство

$$||\phi||^2 = \int d\vec{k} (|\langle\vec{k}\chi_1|\phi\rangle|^2 + \int d\vec{p} |\langle\vec{k}\chi_{\vec{p}}|\phi\rangle|^2). \qquad /2.1/$$

Нормы операторов G_c^c и $G_c^c G_0^{-1}$, равные

$$||G_c^c|| = \sup_{\substack{||\phi||=1 \\ \phi \in L_2}} \left(\int d\vec{k} d\vec{p} \left|\frac{E_p}{E_p + E_k - z}\right|^2 |E_k - z|^{-2} |\langle\vec{k}\chi_{\vec{p}}|\phi\rangle|^2\right)^{1/2},$$

$$||G_c^c G_0^{-1}|| = \sup_{\substack{||\phi||=1 \\ \phi \in L_2}} \left(\int d\vec{k} d\vec{p} \left|\frac{E_p}{E_p + E_k - z}\right|^2 |\langle\vec{k}\chi_{\vec{p}}|\phi\rangle|^2\right)^{1/2},$$

где $E_p = \frac{p^2}{m}$, $E_k = \frac{k^2}{2\mu}$, в силу /2.1/ при $E < 0$ удовлетворяют неравенствам

$$||G_c^c(z)|| \le |z|^{-1}, \quad ||G_c^c(z) G_0^{-1}(z)|| < 1. \qquad /2.2/$$

Неравенства

$$||T^\circ|| \le \int d\vec{p} \max_{\vec{q}\vec{r}} |\int d\vec{k} \langle\vec{q}|T^{\circ *}(\vec{r}, z)|\vec{k}\rangle\langle\vec{k}|T^\circ(\vec{r}, z)|\vec{p}\rangle|,$$

$$||T^\circ G_0|| \le \int d\vec{p} \max_{\vec{q},\vec{r}} |\int d\vec{k}\, G_0(q, z) \langle\vec{q}|T^{\circ *}(\vec{r}, z)|\vec{k}\rangle \times \qquad /2.3/$$
$$\times \langle\vec{k}|T^\circ(\vec{r}, z)|\vec{p}\rangle G_0(p, z)|$$

дают одну из возможных оценок норм операторов T° и $T^\circ G_0$ соответственно. Оценим норму оператора $T^\circ G_c^c$, используя неравенство $||T^\circ G_c^c|| \le ||T^\circ|| \cdot ||G_c^c||$ и неравенства /2.2/, /2.3/:

$$||T^\circ G_c^c|| \le ||T^\circ|| / |z|, \quad ||T^\circ G_c^c|| = ||T^\circ G_0 G_0^{-1} G_c^c|| \le ||T^\circ G_0||. \qquad /2.4/$$

Как указывалось в разделе 1, неравенства

$$||T^\circ(z)|| / |z| < 1, \quad ||T^\circ(z) G(z)|| < 1$$

являются достаточными условиями сходимости ряда /1.20/. Для демонстрации предложенного метода в случае $\tilde{G}_c = G_c^{(1)}$, $\Delta = G_c^c$ вычислялись длины рассеяния первой частицы с массой $m_1 = 0{,}5$ ГэВ на связанном состоянии частиц 2 и 3 с массами $m = 1$ ГэВ при различных значениях энергии связи $|\epsilon_1|$. Параметры парных потенциалов, взятых в виде

$$V_{12}(\vec{k}', \vec{k}) = V_{13}(\vec{k}', \vec{k}) = \lambda g(k') g(k), \quad g(k) = (k^2 + \beta^2)^{-1},$$

$$V_{23}(\vec{k}', \vec{k}) = \gamma h(k') h(k), \quad h(k) = (k^2 + \alpha^2),$$

полагались равными

$$\lambda = -23{,}805 \text{ Фм}^{-2}, \quad \beta = 2 \text{ Фм}^{-1}, \quad \alpha = 1 \text{ Фм}^{-1}.$$

Для таких потенциалов s-волновая матрица вспомогательного оператора T° /1.8/, определенная выражением

$$T^{\circ}_{s}(k', k, r, z) = \int d\hat{k}' d\hat{k} \langle \vec{k}'| T^{\circ}(\vec{r}, z) |\vec{k}\rangle \cdot (4\pi)^{-1},$$

равна

$$T^{\circ}_{s} = \lambda g(k') g(k) \cdot 8\pi \cdot A^{-1}(r, z)\, j_0(\tfrac{1}{2} k' r) j_0(\tfrac{1}{2} k r),$$

где

$$A(r, z) = 1 + a(r, z) + a(0, z),$$

$$a(r, z) = \int d\vec{k}\, g^2(k) G_0(k, z) e^{i\vec{k}\vec{r}}.$$

В таблице сравниваются длины рассеяния a_0, a_1, a, полученные соответственно при решении уравнения /1.23/ в приближении $h_c = h_c^{(1)}$ $(W = T^{\circ})$, то есть без учета непрерывного спектра, с учетом непрерывного спектра в первом порядке по $G_c^c(W = T^{\circ} - T^{\circ} G_c^c T^{\circ})$ и решении фаддеевской системы /1.2/. Из таблицы следует, что с ростом энергии связи $|\epsilon_1|$ приближение $h_c = h_c^{(1)}$ $(W = T^{\circ})$ становится все более точным, как и следует из неравенств /2.4/. Учет непрерывного спектра подсистемы, даже в первом порядке по G_c^c, существенно улучшает согласие с точными значениями длин рассеяния.

Таблица

Длины рассеяния /Фм/ при различных значениях энергии связи $|\epsilon_1|$ /МэВ/

$\lvert\epsilon_1\rvert$	a_0	a_1	a
1	-2,801	-6,180	-7,907
3	-3,127	-4,688	-5,488
5	-3,307	-4,302	-4,583
7	-3,542	-3,683	-3,685
10	-3,588	-3,537	-3,538

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, приближение $h_c = h_c^{(1)}$, $W = T^{\circ}$ для вычисления длин рассеяния частицы на ядрах в основных состояниях тем точнее, чем меньше $\|T^{\circ}\|$ и чем больше энергия связи ядер. Заметим, что условие /1.17/ является очень сильным. Действительно, из уравнения /1.16/ следует, что достаточно знать довольно точно не сам оператор W, а лишь результат его действия на состояние $|\vec{k}\chi_1\rangle$.

Во втором и третьем вариантах представления канального оператора Грина G_c в виде суммы двух операторов непрерывный спектр ядра-мишени учитывается более точно, чем в первом варианте.

В работах [7,9] исследовались взаимодействия нуклонов и Λ-гиперонов с ядрами ^2H, ^3H, ^3He на основе уравнений /1.18/ в приближении $h_c = h_c^{(1)}$, $W = T^{\circ}$. Полученные результаты удовлетворительно согласовались с вычисленными при решении уравнений Фаддеева-Якубовского и с экспериментальными данными.

Этот факт вместе с выводами настоящей работы позволяет надеяться, что достаточно простые уравнения /1.8/, /1.18/ вполне надежны для исследования взаимодействия частиц с легкими ядрами при низких энергиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hufner J. Phys.Rep., 1975, C21, p. 1.
2. Зубарев А.Л. Вариационный принцип Швингера в квантовой механике. Энергоиздат, М., 1981.
3. Bang J. et al. physica scripta, 1980, 22, p. 19; Gareev F.A. et al. physica scripta, 1979, 19, p. 509.
4. Sasakawa T., Sawada T. Prog.Theor.Phys.Suppl., 1977, 61, p.1.
5. Шмид Э., Цигельман Х. Проблема трех тел в квантовой механике. "Наука", М., 1979.
6. Беляев В.Б., Вжещионко Е. ЯФ, 1978, 28, с. 392.
7. Беляев В.Б., Пупышев В.В. ОИЯИ, Р4-81-143, Дубна, 1981.
8. Robinson E.J. Phys.Rev., 1978, A18, p. 1334.
9. Беляев В.Б., Пупышев В.В. ЯФ, 1982, 35, с. 905; JINR, E4-81-677, Dubna, 1981.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 марта 1983 года.

Беляев В.Б., Пупышев В.В.

Р4-83-173

Уравнения для амплитуд упругого рассеяния частиц на ядрах при низких энергиях

Получены одномерные интегральные уравнения для амплитуд упругого рассеяния частиц на ядрах при низких энергиях /до порога перестройки или развала/, учитывающие непрерывный спектр ядра. Канальный многочастичный оператор Грина, входящий в ядро уравнения для оператора перехода, разбивается на сумму двух операторов, один из которых конечномерен, другой удовлетворяет уравнению, допускающему итерационное решение. Один из вариантов метода учета непрерывного спектра применяется для расчета длин рассеяния в трехчастичной системе. Полученные решения сравниваются с решениями уравнений Фаддеева для этой же системы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Belyaev V.B., Pupyshev V.V.

P4-83-173

Equations for Particles Nuclei Scattering at Low Energies

One-dimensional integral equations are derived for amplitudes of particles-nuclei elastic scattering. These equations are valid at low energies below break-down threshold or rearrangement of nuclei and take into account the continuous spectrum of nuclei. The equation core contains the channel Green's operator which is written as the sum of two operators. The first operator is finite-rank, and the second satisfies the equation wich may be solved by iterations. One possibility is used for scattering lengths calculation in the three-body system. The result is compared with Faddeev's solving for the same system.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.