объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-83-110

М.Х.Ханхасаев

О НЕКОТОРЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ МЕТОДА ЭВОЛЮЦИИ ПО КОНСТАНТЕ СВЯЗИ В ЗАДАЧАХ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Доклад на XVII сессии
секции Ученого совета ОИЯИ по теоретической физике,
13 января 1983 г.

1983

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящем докладе рассматриваются некоторые приложения к задачам ядерной физики квантовомеханического метода, в основе которого лежит закон эволюции системы с изменением не времени, как это имеет место в стандартном динамическом подходе, а константы связи. Эволюционный по константе метод /ЭКС-метод/ как самостоятельный подход был сформулирован Д.А.Киржницем в 1965 г. [1]. Ясное и четкое изложение сути этого метода можно найти в обзорах [2,3]. Поэтому во введении я лишь кратко обрисую основы ЭКС-метода.

Основу ЭКС-метода составляет замкнутая система уравнений, дающая полное описание квантовомеханической системы с изменением константы связи g в гамильтониане вида

$$H = H_0 + gV, \qquad /1.1/$$

где H_0 - свободный гамильтониан, а gV - взаимодействие. Константа связи g либо появляется в гамильтониане сама собой /в случае кулоновского взаимодействия ее роль играет произведение зарядов взаимодействующих частиц/, либо может быть введена формально, а после окончания выкладок принята равной единице.

Система уравнений для определения S-матрицы /в in-представлении/ формулируется следующим образом:

$$i\frac{d}{dg} S = S \int_{-\infty}^{\infty} dt\, V_\Gamma(t), \qquad /1.2/$$

с граничным условием $S(g=0)=1$. Здесь $V_\Gamma(t)$ - оператор взаимодействия в представлении Гейзенберга. Уравнение для этого оператора

$$\frac{d}{dg} V_\Gamma(t) = i\int_{-\infty}^{\infty} dt'\,\theta(t-t')[V_\Gamma(t'), V_\Gamma(t)] \qquad /1.3/$$

замыкает интересующую нас систему уравнений. Здесь $\theta(t-t')$ - известная ступенчатая функция.

Сделаем несколько общих замечаний. Система уравнений /1.2/ и /1.3/ ЭКС-метода отвечает более общей, чем обычная, постановке квантовомеханической задачи. В частности, для вычисления S-матрицы здесь не требуется дополнительного уравнения, определяющего эволюцию вектора состояния $|\Psi(g)\rangle$. В этом отношении ЭКС-метод в применении к задачам квантовой теории поля /для нужд которой он и был сформулирован первоначально [1] / представляет собой одну из реализаций аксиоматической программы. В [1] /см. также обзоры [2,3] / система уравнений /1.2/ и /1.3/ была выведена непосредственно из аксиом квантовой теории: унитарности и микропричинности, сформулированной Н.Н.Боголюбовым и Д.В.Ширковым [4]. При выводе рассматривались вариации функции включения $g(x)$, бесконечно близкие к константе g.

С приложениями к задачам квантовой теории поля - нелокальным теориям, теориям с высшими производными и др. - можно познакомиться, читая обзоры [2,3]. Здесь мы сосредоточимся на нерелятивистском варианте данного метода. В этом случае величина V в гамильтониане /1.1/ представляет собой просто потенциал взаимодействия.

Введем полную систему векторов состояния гамильтониана H /1.1/, обозначая их через $|\mu\rangle, |\nu\rangle$ и т.п.:

$$(H - E_\mu)|\mu\rangle = 0, \qquad /1.4/$$

и перейдем к энергетическому представлению в уравнениях /1.2/ и /1.3/. Система уравнений может быть записана в виде

$$\frac{d}{dg} S_{\mu\nu} = -2\pi i \sum_\sigma S_{\mu\sigma} V_{\sigma\nu}\,\delta(E_\mu - E_\sigma), \quad E_\mu = E_\nu, \qquad /1.5/$$

$$\frac{d}{dg} V_{\mu\nu} = \sum_\sigma V_{\mu\sigma} V_{\sigma\nu}\left[\frac{1}{E_\mu - E_\sigma - i\delta} + \frac{1}{E_\nu - E_\sigma + i\delta}\right] \qquad /1.6/$$

с очевидными граничными условиями $S_{\mu\nu}(g=0) = 1$, $V_{\mu\nu}(g=0) = V^{Born}_{\mu\nu}$. Здесь

$$V_{\mu\nu} = \langle\mu|V|\nu\rangle \qquad /1.7/$$

- матричный элемент от потенциала взаимодействия, взятый по точным /зависящим от g / волновым функциям полного гамильтониана H. Заметим, что систему уравнений /1.5/ и /1.6/ можно получить с помощью дифференцирования по g уравнения Шредингера /1.4/.

Обратим особое внимание на матричные элементы $V_{\mu\nu}$ /1.7/. Эти величины занимают центральное место в ЭКС-методе, поскольку через них выражаются все наблюдаемые: фазы рассеяния и энергии связанных состояний. В частности, энергии связанных состояний определяются с помощью известного соотношения Гельмана-Фейнмана [5]:

$$dE_\mu / dg = V_{\mu\mu}. \qquad /1.8/$$

Существенно, что $V_{\mu\nu}$ - эрмитова матрица /для эрмитового взаимодействия V /. Следствием этого является унитарность S-матрицы. Поэтому любые итерационные схемы решения уравнения /1.6/, сохраняющие эрмитовость матрицы $V_{\mu\nu}$, будут приводить к унитарной S - матрице в каждом последовательном приближении.

Рассмотрим теперь простую задачу - упругое рассеяние двух частиц /безразлично, элементарных или составных/. В этом случае можно провести парциальное разложение в каждом канале $\alpha = (\ell, j, I)$ / ℓ - орбитальный момент, j - полный момент, I - изоспин/ всех величин в уравнениях /1.5/ и /1.6/:

$$S(\vec{k}, \vec{k}'; g) = 4\pi \sum_{\alpha} Y^*_{\alpha}(\hat{\vec{k}}') Y_{\alpha}(\hat{\vec{k}}) S_{\alpha}(k, g), \quad k = k'; \qquad /1.9/$$

$$V(\vec{k}, \vec{k}'; g) = 4\pi \sum_{\alpha} Y^*_{\alpha}(\hat{\vec{k}}') Y_{\alpha}(\hat{\vec{k}}) V_{\alpha}(k, k'; g). \qquad /1.10/$$

Полагая, что $S_{\alpha} = \exp(2i\delta_{\alpha})$, δ_{α} - парциальная фаза рассеяния, мы получаем важное и простое соотношение:

$$d\delta_{\alpha}(k, g)/dg = -\pi\epsilon(k) V_{\alpha}(k, k; g), \qquad /1.11/$$

где $\epsilon(k) = k^2/(2\pi^2 dE/dk)$ - плотность состояний рассеяния, $E(k)$ - полная энергия столкновения двух частиц в их с.ц.м.

Детально задача двух тел в ЭКС-методе рассмотрена в[1-3]. Если в нерелятивистском случае решение двухчастичной задачи с обычно используемыми в ядерной физике потенциалами взаимодействия представляет в основном методический интерес, то в релятивистском случае удается помимо обычных в теории возмущений решений получить так называемые особые решения, в частности, неаналитические по константе связи. Последние отражают тот факт, что уравнения ЭКС-метода отвечают менее жесткой /аксиоматической/ постановке задачи по сравнению с обычным динамическим подходом.

В заключение подчеркнем, что для задач нерелятивистской физики ЭКС-метод является однозначным, обладая таким образом достоинством динамического подхода. Поскольку он гарантирует для S -матрицы выполнение условия унитарности, то следует ожидать быстрой сходимости развиваемых в его рамках итерационных схем.

2. ПРОБЛЕМА ТРЕХ ТЕЛ

Перейдем к обсуждению проблемы сильновзаимодействующих частиц. Типичные задачи здесь - это описание (n, d) - , (p, d) -рассеяния, вычисление энергии связи легких ядер: трития (t), гелия-3 (^3He) и т.п.

Обычно здесь применяются уравнения Фаддеева[6]. Решение интегральных уравнений - достаточно громоздкая численная задача. Уравнения надо решать точно, поскольку первые итерации не убывают. Вместе с тем важно иметь в руках явные, хотя и приближенные выражения для характеристик многочастичных систем и процессов рассеяния, например, для анализа их зависимости от парамет-

ров элементарных двухчастичных потенциалов, энергетической зависимости, а также для проведения простых оценок. Для этих целей оказывается эффективным ЭКС-метод, в рамках которого возникают быстросходящиеся итерационные схемы.

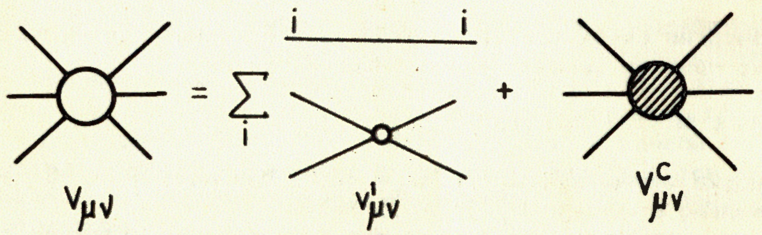
Гамильтониан системы трех нуклонов в ЭКС-методе[3] берется в следующем виде:

$$H = H_0 + gV, \quad V = \sum_{i<j=1}^{3} V_{ij}, \qquad /2.1/$$

где H_0 - оператор кинетической энергии нуклонов. Подчеркнем, что здесь константа связи g отвечает как за процесс рассеяния, так и за формирование связанных состояний.

Как мы уже знаем, все наблюдаемые величины выражаются через матрицу взаимодействия $V_{\mu\nu}$, удовлетворяющую системе уравнений /1.6/. Задача состоит в получении решения этого уравнения в терминах парных v^i -матриц, $v^i_{\mu\nu}$, описывающих свободное парное взаимодействие двух нуклонов / i - частица-спектатор/ и, по предположению, известных /двухчастичную задачу мы решать умеем!/.

Решение этой задачи в ЭКС-методе получается одновременно с решением проблемы выделения несвязных диаграмм /Д.А.Киржниц, Н.Ж.Такибаев, 1977[7]/:



Действительно, будем искать решение уравнения /1.6/ в виде

$$V_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{3} v^i_{\mu\nu} + V^c_{\mu\nu}, \qquad /2.2/$$

где $V^c_{\mu\nu}$ - связная часть матрицы взаимодействия $V_{\mu\nu}$. Тогда, подставляя /2.2/ в /1.6/, получим уравнение для $V^c_{\mu\nu}$, сам вид которого подсказывает итерационный метод его решения. В результате получаем, что

$$V_{\mu\nu}(g) = \sum_{i=1}^{3} v^i_{\mu\nu}(g) + \sum_{i\neq j=1}^{3} \sum_{\sigma} \int_0^g dg_1 v^i_{\mu\sigma}(g_1) v^j_{\sigma\nu}(g_1) \times$$
$$\times \left(\frac{1}{E_{\mu} - E_{\sigma} - i\delta} + \frac{1}{E_{\nu} - E_{\sigma} + i\delta} \right) + \dots ,$$

то есть возникает ряд многократного рассеяния в терминах парных v-матриц. Этот ряд играет основную роль в приложениях ЭКС-метода к многочастичным задачам, о чем пойдет речь ниже /раздел 3 и далее/. Существенно, что в каждом последовательном приближении матрица взаимодействия эрмитова, а следовательно, S-матрица унитарна. Поэтому не удивительно, что в задаче трех тел ряд /2.3/ быстро сходится и ведет к несложным аналитическим выражениям для интересующих нас величин.

В заключение этого пункта приведем некоторые результаты, полученные Киржницем и Такибаевым в аналитической форме/3,7/:

1. Рассеяние нейтрона на дейтроне. Вычислены s-, p-фазы рассеяния в квартетном $(s=3/4)$ и p-фаза в дублетном состоянии $(s=1/2)$. Приведем главный член по параметру κ/γ / κ =0,23 Фм$^{-1}$ - обратная длина рассеяния, γ = 1,44 Фм$^{-1}$ - обратный радиус действия сил/ выражения для квартетной s-фазы:

$$\delta(k) = -\frac{8}{3}\left[\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3\xi^2}\right)\operatorname{arctg}\left(\frac{3\xi}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{\xi^2}\right)\operatorname{arctg}\left(\frac{\xi}{2}\right)\right],$$

где $\xi = k/\kappa$, k - относительный импульс (n,d)-системы. Аналогичный вид имеют фазы и в других состояниях по моменту и спину. Полученные выражения удовлетворительно согласуются с опытом.

2. Энергии связи трития. В этой задаче также с точностью $o(\kappa/\gamma)$ получено простое выражение для энергии трития:

$$E_t = -\kappa^2 \ln(\gamma^2/\kappa^2) = E_d \ln(\gamma^2/|E_d|), \quad E_d = -\kappa^2.$$

Подстановка эмпирических γ и E_d = -2,23 МэВ дает E_t = -8 МэВ, что довольно близко к E_t^{Exp} = -8,5 МэВ.

Наконец, отметим, что в настоящее время этими авторами развит формализм многоканальной задачи в рамках ЭКС-метода.

3. МНОГОЧАСТИЧНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ

При описании рассеяния частиц на более сложных ядрах $(A>2)$ подходы, основанные на решении точных интегральных уравнений, становятся неэффективными. Особое значение здесь приобретают приближенные методы.

Наиболее известной схемой является так называемая оптическая модель ядерных реакций, в основе которой лежит разложение общей T-матрицы рассеяния в ряд многократного рассеяния Ватсона/8/:

$$T = \sum_i \tau_i + \sum_{i\neq j} \tau_i G \tau_j + \sum_{i\neq j\neq k} \tau_i G \tau_j G \tau_k + \dots, \qquad /3.1/$$

где τ_i имеет смысл t-матрицы рассеяния частицы на связанном i-м нуклоне ядра, $G=(E-K-H_A)^{-1}$ - функция Грина, K - оператор кинетической энергии налетающей частицы, а H_A - гамильтониан ядра. Отметим, что /3.1/ описывает потенциальное рассеяние частицы на ядре. Полный гамильтониан системы

$$H = K + H_A + U, \quad U = \sum_{i=1}^{A} U^i, \qquad /3.2/$$

где U^i - потенциал взаимодействия частицы с i-м нуклоном ядра.

Оптический потенциал вводится для описания упругого рассеяния. Он суммирует ряд Ватсона с помощью уравнения Липпмана-Швингера. Конечной целью в данном подходе является выражение оптического потенциала через парные, свободные t-матрицы, которые определяются из опытов по двухчастичному рассеянию.

Оптическая модель, сводя многочастичную задачу к двухчастичной, широко и с успехом применяется при описании адрон-ядерного рассеяния при промежуточных энергиях /при высоких энергиях используется теория Глаубера-Ситенко/. В настоящее время она является также основным способом представления экспериментальных данных по взаимодействию пионов с ядрами - области ядерной физики, интенсивно развивающейся в последние годы благодаря работе мезонных фабрик.

Наиболее яркой спецификой пион-ядерного взаимодействия является возможность поглощения пиона ядром. Оптическая модель, являясь потенциальной теорией, очевидно, не учитывает этот канал, открытый при всех энергиях. В настоящее время вопрос об учете канала поглощения пиона, его влиянии на другие каналы пион-ядерных реакций является наиболее актуальным. Вместе с тем имеются принципиальные трудности учета канала поглощения в рамках оптической модели.

Оптический потенциал в общем случае является неэрмитовым оператором. Его неэрмитовость отражает вклад возможных неупругих каналов. При построении оптического потенциала делается целый ряд приближений, в частности, наиболее употребимо линейное по парной t-матрице приближение - оптический потенциал 1-го порядка / $t\rho$-приближение, ρ - ядерный формфактор/. Вычисленная с помощью такого потенциала амплитуда рассеяния уже не удовлетворяет общим условиям, вытекающим из условия унитарности. Выяснить более или менее определенно, какие неупругие процессы отражает мнимая часть приближенного оптического потенциала, практически невозможно. Поэтому последовательно учесть процессы с несохранением числа частиц в рамках этой модели нельзя.

Эволюционный по константе связи метод дает нам возможность построения унитарной теории многократного рассеяния. В рамках данного метода исходный гамильтониан системы имеет вид

$$H = K_\pi + H_A + \lambda U, \quad U = \sum_{i=1}^{A} U^i. \qquad /3.3/$$

Смысл всех величин здесь тот же, что и в /3.1/.

Предполагая, что решение чисто ядерной задачи с гамильтонианом

$$h = K_\pi + H_A \qquad /3.4/$$

нам известно, рассмотрим эволюцию системы с изменением λ от $\lambda = 0$ /взаимодействие выключено/ до реального значения $\lambda = 1$.

Проблема сводится к вычислению матрицы взаимодействия

$$U_{\mu\nu} = \langle \mu | \sum_i U^i | \nu \rangle,$$

где $|\mu\rangle$, $|\nu\rangle$ и т.п. - собственные функции исходного гамильтониана /3.3/. В предположении отсутствия связанных состояний в системе "пион-ядро" /изобар/ имеет место однозначное соответствие между собственными векторами H и h. Поэтому удобно перейти к описанию в представлении волновых функций канального гамильтониана h : $|\vec{k}_\mu, a_\mu\rangle$, $|\vec{k}_\nu, a_\nu\rangle$ и т.п. / $\vec{k}$ - импульс пиона в с.ц.м. "пион-ядро", a нумерует состояние ядра, $a = 0$ отвечает основному состоянию/. В этом представлении взаимодействия вся зависимость от λ переносится на операторы:

$$U_{\mu\nu}(\lambda) \equiv \langle \vec{k}_\mu, a_\mu | V(\lambda) | \vec{k}_\nu, a_\nu \rangle, \qquad /3.5/$$

уравнение для S-матрицы имеет простой вид:

$$dS(E,\lambda)/d\lambda = -2\pi i S(E,\lambda)\delta(E-h)V(\lambda), \qquad /3.6/$$

с граничным условием $S(E, \lambda = 0) = 1$.

В работе [9] было показано, что эрмитовый многочастичный оператор $V(\lambda)$ может быть разложен в ряд по степеням парных u^i-матриц, описывающих взаимодействие пиона с i-м нуклоном ядра. При его выводе использовался способ выделения несвязанных диаграмм, изложенный в предыдущем разделе. Существенно, что в каждом последовательном приближении сохраняется эрмитовость оператора взаимодействия $V(\lambda)$. Структура данного разложения аналогична ряду Ватсона /3.1/:

$$V(\lambda) = \sum_i u^i(\lambda) - \sum_{i \neq j} \sum_\sigma \int_0^\lambda d\lambda_1 [G^{(+)}(E_\sigma) u^i(\lambda_1) | \vec{k}_\sigma, a_\sigma \rangle \langle \vec{k}_\sigma, a_\sigma | \times \qquad /3.7/$$

$$\times u^i(\lambda_1) + \text{h.c.}] + \ldots \; .$$

Парная u-матрица взаимодействия, u^i_{mn}, есть матричный элемент от потенциала взаимодействия U^i, взятый по точным волновым функциям двухчастичной задачи рассеяния. На энергетической поверхности он непосредственно связан с парциальными фазами πN-рассеяния:

$$\delta_{\pi N}(k) = -a\epsilon_2(k) \int_0^1 d\lambda\, u_{mn}(\lambda), \qquad /3.8/$$

где $\epsilon_2(k)$- плотность уровней двухчастичной задачи.

Фазы упругого пион-ядерного рассеяния в пределе низких энергий /квазидвухчастичный случай/ определяются непосредственно через матричный элемент $\langle \vec{k}, 0 | V(\lambda) | \vec{k}', 0 \rangle$:

$$\delta_{\pi A}(k) = -\pi\epsilon_A(k) \int_0^1 d\lambda \langle \vec{k}, 0 | V(\lambda) | \vec{k}', 0 \rangle. \qquad /3.9/$$

Здесь $\epsilon_A(k)$ - плотность уровней состояний рассеяния (π, A)-системы.

В общем случае произвольной энергии налетающей частицы /3.9/ обобщается [10] следующим образом:

$$\delta_{\pi A}(k) = -\pi\epsilon_A(k) \int_0^1 d\lambda \langle \vec{k}, 0 | U_0(E,\lambda) | \vec{k}', 0 \rangle, \qquad /3.10/$$

где $U_0(E,\lambda)$- эффективный, зависящий от энергии и, вообще говоря, неэрмитовый оператор. Он играет здесь роль оптического потенциала. Его неэрмитовая часть отражает вклад неупругих каналов. Оператор $U_0(E,\lambda)$ выражается через $V(\lambda)$ посредством точного интегрального уравнения, допускающего итерационное решение по степеням $V(\lambda)$. Первые два члена данного разложения имеют вид

$$U_0(E,\lambda) = V(\lambda) - 2\pi i \int_0^\lambda d\lambda_1 V(\lambda_1)\delta(E-h)\hat{Q}V(\lambda), \qquad /3.11/$$

где $\hat{Q} = \sum_{a>0} |a\rangle\langle a|$ - оператор проектирования на возбужденные состояния ядра. В пределе низких энергий второй и высшие члены в /3.11/ исчезают, формула /3.10/ переходит в /3.9/, фазы становятся вещественными. Таким образом, двухчастичная унитарность в данном формализме выполняется точно.

Развитую выше схему мы применили непосредственно к описанию упругого рассеяния пионов на легких ядрах ^4He и ^{12}C. Более полный анализ был проведен в случае $(\pi, {}^4He)$-рассеяния. Для этого ядра сейчас существует большое число экспериментальных данных по упругому рассеянию и проведен фазовый анализ. По существу, ставился вопрос: можно ли в рамках потенциальной теории описать упругое пион-ядерное рассеяние при низких энергиях* /~50 МэВ/?

В работах [10,11] мы рассчитали в случае $(\pi, {}^4He)$-рассеяния π-ядерные фазы и параметры неупругости с точностью до второго порядка по парной u-матрице. Отметим, что структура возникающих здесь матричных элементов аналогична структуре выражений для оптического потенциала первого и второго порядка в стандартной модели. Поэтому при их расчете можно пользоваться методами, развитыми ранее в оптической модели. Существенно, что если в оптической модели вычисление оптического потенциала есть промежуточный этап, за которым далее следует решение уравнения Липпмана-Швингера с этим потенциалом, то в данном подходе решение задачи исчерпывается лишь вычислением матричных элементов.

В качестве примера приведем выражение [10] для фаз рассеяния пионов на ядрах с нулевым спином и изоспином в приближении первого порядка по парной u-матрице /первый член в /3.7//:

$$\delta_L^{(I)}(k) = A\frac{\mathfrak{M}}{\mu} \sum_{\substack{\ell,\ell' \\ j=\ell\pm\frac{1}{2}}} (j+\frac{1}{2})\begin{pmatrix} L & \ell & \ell' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \rho_{\ell'}(k) \times$$

$$\times \frac{1}{3}[\delta_{\ell j}^{1/2}(k) + 2\delta_{\ell j}^{3/2}(k)],$$

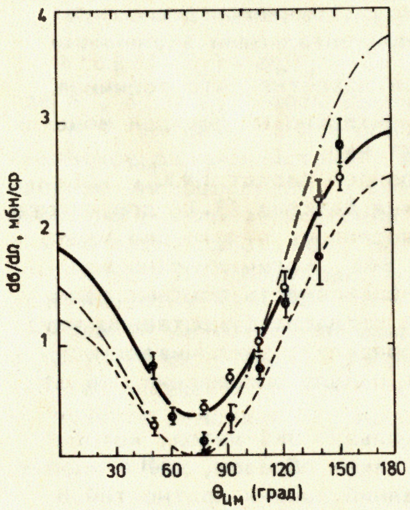
где $\delta_{\ell j}^{I}$ - пион-нуклонные фазы рассеяния, $\rho_\ell(k)$- парциальная гармоника ядерного формфактора $\rho(\vec{q})$, а $\mathfrak{M}$ и μ- соответственно приведенные массы систем "π-ядро" и "π-нуклон".

Таким образом, в настоящем подходе мы получаем возможность анализа упругого π-ядерного рассеяния, использующего в качестве входных данных экспериментально определенные πN-фазы и ядерные формфакторы. Искомые сечения получаются простым суммированием парциальных волн. Потенциальное описание экспериментальных данных для $(\pi, {}^4He)$-рассеяния при 24 МэВ показано на рисунке.

Анализируя вклад от поправок второго порядка, а также частично от высших итераций, мы показали [11], что достаточно первых двух итераций для описания упругого $(\pi, {}^4He)$-рассеяния при энергиях пиона ниже 70-80 МэВ, установив, таким образом, область сходимости ряда /3.7/. Сравнение теории и эксперимента /см. рисунок/ при 24 и 50 МэВ указывает на существенную роль канала с истинным поглощением пиона. Аналогичный вывод делался ранее и в оптической модели. Если сравнить количественные предсказания эффекта, то наши расчеты говорят о том, что в рамках оптической модели вклад от канала поглощения существенно переоценивается, что, по-видимому, и является следствием ее неунитарности.

---

*Имеется в виду кинетическая энергия пиона в лабораторной системе.



Дифференциальное сечение $(\pi, {}^4He)$-рассеяния при 24 МэВ, вычисленное в приближениях первого $\delta^{(I)}$ /пунктир/ и второго $\delta^{(I)} + \delta^{(II)}$ /штрихпунктир/ порядков [11]. Экспериментальные данные взяты из [12]: O - $(\pi^+, {}^4He)$, ● - $(\pi^-, {}^4He)$. Сплошная кривая отвечает фазовому анализу [13].

Таким образом, в рамках ЭКС-метода удалось развить унитарную схему описания пион-ядерного рассеяния, быстросходящуюся при низких энергиях и экономную с точки зрения численных расчетов. В настоящее время ведется работа по обобщению данного формализма на случай взаимодействий, не сохраняющих число частиц, то есть по учету канала поглощения пиона.

При промежуточных энергиях /100-300 МэВ/ динамика π-ядерного взаимодействия определяется резонансным поведением πN-амплитуды в P_{33}-волне / Δ_{33}-резонанс/. Представляет значительный интерес обобщение вышеизложенной схемы на эту область энергий. Первый шаг в этом направлении сделан в работе [24], где в рамках ЭКС-метода рассмотрена задача о πd-рассеянии в резонансной области.

4. ДЛИНЫ π-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ

Этот раздел посвящен вычислению длин π-ядерного рассеяния в ЭКС-формализме. Информация об этих величинах, характеризующих взаимодействие пионов с ядрами при нулевой энергии, поступает из спектроскопии пионных атомов. Сдвиги и ширины 1s-состояний π-атомов непосредственно связаны с длинами рассеяния [14]:

$$a_{\pi A} \sim \frac{2\mathfrak{M}}{4\pi} \frac{1}{|\Psi_{1s}(0)|^2} (\Delta\epsilon_{1s} - \frac{i}{2}\Gamma_{1s}). \qquad /4.1/$$

Это так называемая формула Дезера. Здесь Ψ_{1s} - кулоновская функция, $\Delta\epsilon_{1s}$- сдвиг кулоновского уровня за счет сильного взаимодействия, Γ_{1s}- его ширина, отражающая возможность поглощения пиона, $\mathfrak{M}$ - приведенная масса.

В настоящее время из-за отсутствия теории, описывающей процесс поглощения пионов, нет последовательных расчетов мнимой части длин рассеяния, $\mathrm{Im}\, a_{\pi A} \sim \Gamma_{1s}$, а также величины $\Delta \mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{abs}$, отражающей вклад канала поглощения в $\mathrm{Re}\, a_{\pi A}$. Поэтому пока теоретически можно судить о величине $\Delta \mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{abs}$, сравнивая расчетную $\mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{pot}$ в потенциальной теории с экспериментальными значениями $\mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{Exp}$. Отметим, что из экспериментов известно, что величина Γ_{1s} для большинства π-атомов приблизительно на порядок меньше, чем $\Delta\epsilon_{1s}$. Поэтому ожидаемый эффект мал.

В работе Мойера-Колтуна[15] был проведен расчет $\mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{pot}$ в рамках теории многократного рассеяния Ватсона /3.1/ для целого ряда легких ядер: от ^{4}He до ^{23}Ne. Вычислялись первые два члена ряда ТМР. Показано, что рассчитанные $\mathrm{Re}\, a_{\pi A}$ количественно воспроизводят приблизительно линейную A-зависимость опытных данных. Однако с увеличением A количественное согласие существенно ухудшается. Поэтому возник вопрос, что определяет увеличивающуюся с A разницу $\Delta = \mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{pot} - \mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{Exp}$: вклад от канала поглощения или эффекты высших перерассеяний?

Ответить на этот вопрос можно, используя ЭКС-метод, который согласован с условием унитарности и, таким образом, уже в низших итерациях учитывает эффекты перерассеяний высших кратностей. В [16] Беляев и Соловцова развили итерационную схему для вычисления длин (π, A)-рассеяния, несколько отличную от рассмотренной нами выше /раздел 3/. Было показано, что предложенный ими ряд сходится быстрее, чем соответствующий ряд ТМР при нулевой энергии. Получено, что с ростом A разница существенно не меняется и составляет ~10-20% от $\mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{Exp}$, что находится в согласии с оценкой Бракнера[17]: $\mathrm{Im}\, a_{\pi A} \doteq \Delta \mathrm{Re}\, a_{\pi A}^{abs}$.

Развитый в[16] формализм авторы в дальнейшем[18] применили к задаче о пороговом фоторождении π-мезонов на легчайших ядрах d, ^{3}He, ^{4}He и ^{6}Li. Рассчитанные амплитуды процесса находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными /там, где они есть/.

5. ОБ УЧЕТЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Известно, что включение кулоновского взаимодействия существенно осложняет решение проблемы трех и более тел на пути использования интегральных уравнений Фаддеева, делая их ядра нефредгольмовскими. Лишь в самое последнее время наметились общие пути преодоления этой трудности /см. сборник[19]/, которые ведут, однако, к сложным уравнениям и требуют большого объема численных расчетов.

Недавно[20] Киржниц и Пеньков показали, что многие задачи обсуждаемого типа можно в рамках ЭКС-метода радикально упростить путем сведения их к аналогичным задачам без кулоновского взаимодействия. Их подход представляет собой обобщение теории рассеяния протона на протоне Ландау-Смородинского[21], описывающей совместное действие кулоновских и ядерных сил, на случай составных частиц.

Соотношение Ландау-Смородинского для фаз рассеяния имеет вид

$$A^{2} \operatorname{ctg}(\delta - \delta_{c}) - \operatorname{ctg}\delta_{s} = K, \qquad /5.1/$$

где δ, δ_c и δ_s - фазы соответственно для потенциалов $V_c + V_s$, V_c и V_s /индексы s и c обозначают соответственно сильное и кулоновское взаимодействия/, величина K описывает прямую кулон-ядерную интерференцию, а фактор A отвечает за "косвенную интерференцию", кулоновские силы влияют на вероятность сближения частиц на такие расстояния, когда в игру вступают ядерные силы. Соотношение /5.1/ позволяет нам вычислять полную фазу рассеяния δ, если известны δ_c и δ_s.

Главный качественный вывод обсуждаемой работы[20] состоит в том, что если радиус действия кулоновских сил R_c, характерный масштаб которого дается боровским радиусом системы, много больше радиуса действия R_s ядерного потенциала, т.е.

$$R_s \ll R_c, \qquad /5.2/$$

то формула /5.1/ универсальна и пригодна для описания рассеяния как для элементарных, так и для составных частиц. Структура последних сказывается лишь на величине K в /5.1/, в то время как левая часть определяется взаимодействием комплексов как целого. Поправка на структуру в величине K была получена с помощью ЭКС-метода.

Параллельно в[20] было получено также обобщение соотношения для определения энергии связанного состояния, полученного недавно Поповым и др. в[22] для двухчастичной задачи, на случай составных частиц.

Следует отметить, что условие /5.2/ ограничивает применимость рассмотренного здесь подхода в случае нуклон-ядерного взаимодействия областью легких ядер, $Z \ll 10$. В случае же π-ядерного взаимодействия подход применим до $Z \sim 10$, то есть вплоть до кислорода.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные выше приложения ЭКС-метода показывают, что данный подход является весьма эффективным /и экономным с точки зрения численных расчетов/ при анализе взаимодействия нуклонов и пионов с легкими ядрами. Развитые здесь конкретные расчетные схемы, как отмечалось в[2,3], могут применяться и в задачах атомной и молекулярной физики. Интересная точка зрения на ЭКС-метод была изложена недавно в работе[23]: рассматривать ЭКС-метод как метод вычисления поправок к точно решаемой части заданного многочастичного гамильтониана. Это может оказаться полезным при рассмотрении в рамках данного подхода как задач рассеяния, так и вычисления структурных характеристик в случае более сложных ядерных систем.

Автор выражает благодарность В.Б.Беляеву, Д.А.Киржницу и Н.Ж.Такибаеву за обсуждение текста данного доклада.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киржниц Д.А. ЖЭТФ, 1965, 49, с.1544.
2. Киржниц Д.А. В кн.: Проблемы теоретической физики, памяти Е.И.Тамма. "Наука", М., 1972, с.74.
3. Киржниц Д.А., Крючков Г.Ю., Такибаев Н.Ж. ЭЧАЯ, 1979, 10, с.741.
4. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. ГИТЛ, М., 1957.
5. Hellman H. Einführung in die Quantenchemie. Leipzig, 1937; Feynman R.P. Phys.Rev., 1939, 56, c.340.
6. Фаддеев Л.Д. ЖЭТФ, 1960, 39, с.1459.
7. Киржниц Д.А., Такибаев Н.Ж. ЯФ, 1977, 25, с.700.
8. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. "Мир", М., 1967, с.669.
9. Беляев В.Б. и др. ЯФ, 1980, 32, с.1124.
10. Ханхасаев М.Х. ЯФ, 1982, 36, с.633.
11. Khankhasayev M.Kh. JINR, E4-82-468, Dubna, 1982.
12. Nordberg M.E., Kinsey K.F. Phys.Lett., 1966, 20, p.692.
13. West G.B. Phys.Rev., 1967, 162, p.1677.
14. Deser S. et al. Phys.Rev., 1954, 96, p.774.
15. Moyer L., Koltun D.S. Phys.Rev., 1960, 182, p.999.
16. Беляев В.Б., Соловцова О.П. ЯФ, 1981, 33, с.699.
17. Brueckner K.A. Phys.Rev., 1953, 89, p.834,909.
18. Беляев В.Б., Соловцова О.П. ЯФ, 1982, 35, с.868.
19. Сб.: Проблемы нескольких тел в ядерной физике. ОИЯИ, Д4-80-271, Дубна, 1980.
20. Киржниц Д.А., Пеньков Ф.М. ЖЭТФ, 1982, 82, с.657.
21. Ландау Л.Д., Смородинский Я.А. ЖЭТФ, 1944, 14, с.269.
22. Попов В.С. и др. ЖЭТФ, 1981, 80, с.1271.
23. Беляев В.Б., Соловцова О.П. ЯФ, 1981, 34, с.339.
24. Takibayev N.Zh., Kharchevnikov P.B. Preprint HEPI 82-02, Alma-Ata, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 февраля 1983 года.

Ханхасаев М.Х. Р4-83-110

О некоторых приложениях метода эволюции по константе связи в задачах ядерной физики

Дается обзор приложений к задачам ядерной физики квантовомеханического метода, в основе которого лежит закон эволюции системы с изменением константы связи /ЭКС-метод/. В задаче малого числа тел ядерной физики низких энергий метод ведет к простым аналитическим выражениям для фаз рассеяния нейтронов на дейтроне, энергии связи трития и т.п. В рамках ЭКС-метода развита унитарная схема описания пион-ядерного рассеяния, быстросходящаяся при низких энергиях и экономная с точки зрения численных расчетов. Развит подход к описанию рассеяния и связанных состояний двух частиц /безразлично, элементарных или составных/, взаимодействие которых состоит из коротко- и дальнодействующего слагаемых.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Khankhasayev M.Kh. P4-83-110

Some Applications of the Coupling Constant Evolution Method in Nuclear Physics

The review presents to a special method of the description of a quantum system based on the law of evolution in the coupling constant (CCE-method). In a few-body problem this method leads to simple analytical expressions for phases of neutron-deuteron scattering, for the triton binding energy, and so on. In the framework of the CCE-method a unitary iteration procedure for the direct calculation of pion-nucleus phase shifts is developed. The description of the scattering and of bound states of two particles (either elementary or compound) whose interaction consists of short-and long-range components is given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983