СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P4 - 8208

Н.И.Пятов

ТРАНСЛЯЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНЫЕ СИЛЫ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8208

Н.И.Пятов

ТРАНСЛЯЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНЫЕ СИЛЫ

S U M M A R Y

A approximate method of constructing the effective force in order to restore the violated symmetry of the one-particle Hamiltonian is formulated. The effective force is sought in a separable form. Its radial dependence and the strength are associated with the nuclear potential and the energy-weighted sum rule for the integral of motion in question. The method is applied to study the effective force restoring translational invariance. The cases of anisotropic harmonic oscillator potential and the spherical Saxon-Woods potential are considered. The effective force is found to be of the dipole type. For the realistic nuclear potential the effective force is essentially a surface-peaked one. The case of arbitrary nuclear potential is considered in RPA. The centre-of-mass motion is explicitly eliminated and the equation for the energy of 1^- excitations is obtained.

Введение

Необходимость учета точных законов сохранения /сохранение импульса, углового момента и др./ накладывает определенные требования симметрии на гамильтонианы, используемые для описания многочастичных систем. Одночастичные гамильтонианы, описывающие движение невзаимодействующих частиц в статическом потенциале заданной формы, обладают нарушенной симметрией по отношению к трансляциям, вращениям в конфигурационном и изоспиновом пространствах /в деформированных ядрах с $N \neq Z$/. Более специфические нарушения симметрии могут быть связаны с введением внешних полей, - например, парного поля [1], приводящего к несохранению числа частиц в системе. Восстановление нарушенной симметрии достигается учетом остаточных взаимодействий частиц /квазичастиц/ с наложенными условиями согласования, которые связывают эффективные силы с самосогласованным полем и матрицей плотности /см., например, [2-5] /. Таким образом, выделение из полного гамильтониана /или моделирование/ статического потенциала /среднего поля/ приводит к определенным ограничениям в выборе эффективных взаимодействий. Исследованию этого вопроса /условий согласования и вида эффективных сил/ посвящен целый ряд работ [6-12,26].

Каждому типу нарушенной симметрии соответствуют свои условия согласования, из которых можно получить определенные сведения об эффективных силах при заданном потенциале и матрице плотности. Однако при восстановлении нарушенной симметрии какого-либо типа мы не можем получить полной информации об эффективных силах, а лишь моделируем свойства последних по отношению к этому типу симметрии. В случае одновременного нарушения нескольких законов сохранения строгое согласование эффективных сил и потенциала среднего поля представляет собой весьма сложную задачу. Заметим, однако, что каждому типу нарушенной симметрии соответствует определенный тип коллективных возбуждений. Различные моды коллективных возбуждений в гармоническом приближении описываются независимыми уравнениями движения /по крайней мере, в методе СФ и теории ферми-жидкости/. Это обстоятельство и позволяет приближенно проводить независимое согласование эффективных сил и среднего поля для каждого типа нарушенной симметрии.

Наиболее удобным в практических приложениях оказывается метод моделирования восстанавливающих сил в сепарабельном виде, что предполагает пренебрежение обменными эффектами. Этот метод применялся в работах /13-16/ для восстановления ротационной инвариантности деформированного среднего поля. В настоящей работе даны наиболее общая формулировка метода и его приложение к задаче о нарушенной трансляционной инвариантности среднего поля и спектре коллективных возбуждений со спином и четностью $I^{\pi} = 1^{-}$.

Метод моделирования эффективных сил

Пусть имеем некоторый аддитивный интеграл движения F, определенный одночастичными матричными элементами $F_{\nu\nu'}$ в некотором базисе собственных состояний $|\nu>$ одночастичного /одноквазичастичного/ гамильтониана H°

$$H^{\circ}|\nu> = E_{\nu}|\nu>. \qquad /1/$$

В случае нарушенной симметрии коммутатор /одночастичный оператор/

$$[H^{\circ}, F] \neq 0, \qquad /2/$$

хотя

$$<0|[H^{\circ}, F]|0> = 0, \qquad /3/$$

где $|0>$ - основное состояние /неинвариантный вакуум/ системы независимых частиц /квазичастиц/. В качестве макроскопической меры неинвариантности состояния $|0>$ может служить величина /энергетически взвешенное правило сумм для оператора F /

$$\gamma = <0|[F^{+}, [H^{\circ}, F]]|0> \neq 0, \qquad /4/$$

которая оказывается связанной с такими макроскопическими характеристиками системы, как деформация и массовый квадрупольный момент /в случае нарушения ротационной инвариантности /16/ /, энергетическая щель Δ /при нарушении калибровочной инвариантности парным полем /1/ /, масса M /при нарушении трансляционной инвариантности, см. ниже/ и т.д. Макроскопичность γ предполагает, что недиагональные матричные элементы двойного коммутатора, зависящие от микроскопических характеристик возбужденных состояний системы, малы по сравнению с величиной γ.

Используя эти соображения, ищем эффективные двухчастичные силы h, восстанавливающие нарушенную симметрию,

$$[H^{\circ} + h, F] = 0 \qquad /5/$$

в первом приближении в сепарабельном виде

$$h = h_1 = -\frac{1}{2\gamma}[H^{\circ}, F]^{+}[H^{\circ}, F]. \qquad /6/$$

Подставляя /6/ в /5/, получим /полагаем для простоты оператор F эрмитовым/

$$[H^{\circ} + h_1, F] = [H^{\circ}, F] - \frac{1}{2\gamma}\{[H^{\circ}, F], [F, [H^{\circ}, F]]\}_{+}, \qquad /7/$$

где $\{\ \}_+$ означает антикоммутатор. Видно, что условие /5/ приближенно выполняется при замене в /7/ двойного коммутатора на среднее /4/ /имеем в виду также /3//.

Отметим, в частности, что такое приближение соответствует методу СФ. Действительно, в силу недиагональности оператора F в представлении /1/ в нем содержатся линейные по числу бозонов члены /5/ и, следовательно, в приближении метода СФ

$$[F,[H^\circ, F]]_{СФ} \approx \text{const}. \qquad /8/$$

Это означает автоматическое выполнение /5/ в приближении метода СФ /при надлежащем выборе величины γ, равной /8//.

В следующем порядке дополнительные члены h ищем в виде квадратичных форм коммутаторов F и H° более высокого порядка, например,

$$h_2 = -\frac{1}{\beta}\{[F,[H^\circ,F]]-\gamma\}^2, \qquad /9/$$

где β подбирается подстановкой в /5/ /вместе с h_1 / и т.д. В случае нарушения ротационной инвариантности, когда деформация среднего поля описывается неприводимым тензорным оператором ранга λ /или суммой таких операторов/, процедура поиска членов h_i проводится до конца /для каждой мультипольности/[16], т.е. удается построить сепарабельные силы h, точно удовлетворяющие уравнению /5/.

Ниже рассмотрено приложение изложенного метода для построения эффективных сил, восстанавливающих трансляционную инвариантность одночастичного гамильтониана.

Анизотропный осцилляторный потенциал

Чтобы нагляднее представить физический смысл восстанавливающих сил, рассмотрим простой случай анизотропного осцилляторного потенциала Нильссона[17], в котором опустим спин-орбитальный и ℓ^2-члены

$$H^\circ = \sum_{k=1}^{A}\frac{\vec{p}_k^{\,2}}{2m_k} + \frac{\omega_0^2}{2}\sum_{k=1}^{A} m_k r_k^2\left[1-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}\,\delta\, Y_{20}(\theta_k)\right], \qquad /10/$$

Здесь m_k - массы частиц, $\vec{r}_k$ и $\vec{p}_k$ - радиус-векторы и импульсы частиц, соответственно, /в лабораторной сферической системе координат/, ω_0 - осцилляторная частота, δ - параметр деформации. Введем полный импульс $\vec{P}$ и радиус-вектор $\vec{R}$ центра тяжести системы

$$\vec{P} = \sum_{\mu=0,\pm1} \vec{e}_\mu^{\,*} \sum_{k=1}^{A}(p_\mu)_k \equiv \sum_{\mu=0,\pm1} \vec{e}_\mu^{\,*} P_\mu \qquad /11/$$

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{\mu=0,\pm1} \vec{e}_\mu^{\,*} \times \qquad /12/$$

$$\times \sum_{k=1}^{A} m_k r_k Y_{1\mu}(\theta_k,\phi_k) \equiv \sum_{\mu=0,\pm1} \vec{e}_\mu^{\,*} R_\mu,$$

/ $\vec{e}_\mu$ - единичные векторы, $M = \sum_k m_k$ /. Простые вычисления дают

$$[H^\circ, P_\mu] = i\hbar\omega_0^2\sqrt{\frac{4\pi}{3}}\left[1+\frac{2}{3}\delta(3\mu^2-2)\right]\times$$

$$\times\sum_{k=1}^{A} m_k r_k Y_{1\mu}(\theta_k,\phi_k) \equiv i\hbar\omega_0^2 M\left[1+\right. \qquad /13/$$

$$\left.+\frac{2}{3}\delta(3\mu^2-2)\right]R_\mu$$

$$[P_\nu,[H^\circ,P_\mu]] = \qquad /14/$$

$$= M(\hbar\omega_0)^2\left[1+\frac{2}{3}\delta(3\mu^2-2)\right](-1)^\mu\delta_{\mu,-\nu}.$$

Двойной коммутатор /14/ представляет собой с - число, и, следовательно, можно сразу написать восстанавливающие силы h, точно удовлетворяющие условию

$$[H^{\circ} + h, \vec{P}] = 0 \qquad /15/$$

в виде /используем /13//

$$h = -\frac{M\omega_0^2}{2}\sum_{\mu=0,\pm1}\left[1+\frac{2}{3}\delta(3\mu^2-2)\right]R_\mu^* R_\mu . \qquad /16/$$

Теперь легко видеть, что гамильтониан

$$\bar{h} \equiv \vec{P}^{\,2}/(2M) - h \qquad /17/$$

макроскопически описывает гармонические колебания центра тяжести системы с частотами

$$\omega_\mu^2 \equiv \omega_0^2\left[1+\frac{2}{3}\delta\ (3\mu^2-2)\right]. \qquad /18/$$

Эти частоты точно совпадают с частотами исходного анизотропного осциллятора. Можно записать трансляционно-инвариантный и галилеево-инвариантный гамильтониан

$$H = H^{\circ} - \bar{h} , \qquad /19/$$

который описывает движение частиц в системе координат, связанной с центром тяжести /внутреннее движение/. Полагая массы частиц одинаковыми $m_k = m$, запишем /16/ в виде

$$h = -\frac{\kappa}{2}\sum_{\mu=0,\pm1}\left[1+\frac{2}{3}\delta(3\mu^2-2)\right]\mathcal{F}_{1\mu}^*\mathcal{F}_{1\mu} \qquad /20/$$

где

$$\mathcal{F}_{1\mu} \equiv \sum_{k=1}^{A} r_k Y_{1\mu}(\theta_k, \phi_k) \qquad /21/$$

$$\kappa = \frac{4\pi}{3}\ \frac{m\omega_0^2}{A} \sim A^{-5/3}. \qquad /22/$$

С микроскопической точки зрения эффективные силы /20/ представляют собой анизотропные дипольные изоскалярные взаимодействия частиц, причем константа взаимодействий /22/ совпадает с дипольной константой связи в теории Бора-Моттельсона[18].

В заключение этого раздела заметим, что при включении членов гексадекапольной деформации в /10/ соответственно появятся эффективные октупольные силы.

Потенциал Саксона-Вудса

При использовании более реалистических потенциалов конечной глубины существенно меняется радиальная зависимость эффективных сил. Продемонстрируем это на примере конечного потенциала с размытым краем, который в литературе известен как потенциал Саксона-Вудса[19] /для простоты рассмотрим сферически-симметричный случай/

$$V(r) = -\frac{V_0}{1+e^{\alpha(r-R_0)}} \equiv -V_0\, f(r) , \qquad /23/$$

где V_0 - глубина потенциала, R_0- радиус ядра, α - параметр диффузности. Одночастичный коммутатор

$$[V(r), p_\mu] = i\hbar\sqrt{\frac{4\pi}{3}}\,\alpha V_0 f(r)[1-f(r)]\,Y_{1\mu} \qquad /24/$$

имеет существенно поверхностный характер /радиальная часть/, стремясь к поверхностной /при $r = R_0$ / δ-функции, если потенциальная яма принимает прямоугольную форму $(\alpha \to \infty)$.

Двойной коммутатор /одночастичные операторы/

$$[p_\nu, [V(r), p_\mu]] = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}\,\hbar^2\alpha V_0 \nabla_\nu \{ f(1-f) Y_{1\mu} \} \qquad /25/$$

теперь не является с-числом, как в случае осцилляторного потенциала, поэтому эффективные силы типа /6/ восстанавливают нарушенную симметрию приближенно. Обозначим через $|0\rangle$ сферически-симметричное основное состояние системы невзаимодействующих частиц, движущихся в потенциале /23/, и вычислим среднее значение двойного коммутатора оператора полного импульса с одночастичным гамильтонианом

$$\langle 0 | [\vec{P}, [H^{\circ}, \vec{P}]] | 0 \rangle = -\hbar^2\alpha^2 V_0 \beta , \qquad /26/$$

где

$$\beta \equiv \langle 0| \sum_{k=1}^{A} f(r_k)[1-f(r_k)][1-2f(r_k)-\frac{2}{\alpha r_k}]|0\rangle . \qquad /27/$$

Теперь эффективные силы, приближенно восстанавливающие нарушенную трансляционную инвариантность, имеют вид

$$h_1 = \frac{2\pi V_0}{\beta} \sum_{\mu=0,\pm 1} \{ \sum_{k=1}^{A} f(r_k)[1-f(r_k)]Y_{1\mu}(\theta_k,\phi_k)\}^* \times$$
$$\times \{ \sum_{k=1}^{A} f(r_k)[1-f(r_k)]Y_{1\mu}(\theta_k,\phi_k)\}. \qquad /28/$$

Взаимодействия /28/ представляют собой дипольные силы поверхностного типа, в отличие от объемного характера сил в случае бесконечного осцилляторного потенциала /уравнения /20/, /21//. Поверхностный характер эффективных сил, учитывающих требования трансляционной симметрии, подчеркивался также в работе /11/.

Связь эффективных сил /28/ с движением центра тяжести мы установим в следующем разделе, проведя рассмотрение для случая произвольного потенциала в методе СФ.

Рассмотрение в методе СФ

Рассмотрим теперь случай, когда потенциал имеет произвольную форму. Предположим, что нам известен соответствующий этому потенциалу базис одночастичных состояний. Кроме того, считаем, что учтены парные корреляции в канале частица-частица в стандартном виде /20,21/, т.е. в качестве исходного имеем одноквазичастичный гамильтониан

$$H^\circ = \mathrm{const} + \sum_{\nu} E_\nu (\alpha^+_\nu \alpha_\nu + \alpha^+_{\tilde\nu} \alpha_{\tilde\nu}), \qquad /29/$$

где E_ν - одноквазичастичные энергии, $\alpha^+_\nu (\alpha_\nu)$ - оператор рождения /уничтожения/ квазичастиц, состояния $|\nu\rangle$ и $|\tilde\nu\rangle$ сопряжены по времени. В представлении квазичастиц компоненты оператора полного импульса /11/ имеют вид

$$P_\mu = P^{qp}_\mu + P^B_\mu \qquad /30/$$

$$P^{qp}_\mu = \sum_{\nu\nu'} N_{\nu\nu'} (p_\mu)_{\nu\nu'} [\alpha^+_{\tilde\nu} \alpha_{\tilde\nu'} - \alpha^+_{\nu'} \alpha_\nu] \qquad /30а/$$

$$P^B_\mu = \sum_{\nu\nu'} L_{\nu\nu'} (p_\mu)_{\nu\nu'} [\alpha^+_{\tilde\nu} \alpha^+_{\nu'} + \alpha_{\tilde\nu'} \alpha_\nu]. \qquad /30б/$$

Здесь $N_{\nu\nu'} = u_\nu u_{\nu'} + v_\nu v_{\nu'}$; $L_{\nu\nu'} = u_\nu v_{\nu'} - u_{\nu'} v_\nu$ выражаются через параметры канонического преобразования Боголюбова, $(p_\mu)_{\nu\nu'}$ - одночастичные матричные элементы оператора импульса. Операторы /30а/ и /30б/ представляют собой, соответственно, квазичастичную и квазибозонную /коллективную/ части оператора импульса.

Очевидно, что состояние квазичастичного вакуума $|0\rangle$ /основное состояние системы, описываемой гамильтонианом /29// неинвариантно относительно преобразований группы трансляций / $\vec a$ - вектор смещения/:

$$\mathfrak{U}(\vec a) = \exp\{-\frac{i}{\hbar}\vec a \vec P\}, \qquad /31/$$

т.е.

$$\mathfrak{U}(a)|0\rangle \neq |0\rangle . \qquad /32/$$

Неинвариантность вакуума, естественно, является следствием неинвариантности гамильтониана H°.

Дальнейшее рассмотрение проведем в приближении метода СФ, в котором оперируем с линеаризованными /по числу бозонов/ операторами P^B_μ. Отметим, что в соответствии с уравнением /8/ $(E_{\nu\nu'} \equiv E_\nu + E_{\nu'})$ *

* В приближении СФ полагают, что квазибозонные операторы обладают коммутационными соотношениями типа

$$[\alpha_{\tilde\lambda}\alpha_\lambda , \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde\nu'}] \simeq \delta_{\lambda\nu} \delta_{\lambda'\nu'}$$

$$[P^{B+}_{\mu},[H^{\circ}, P^{B}_{\mu}]] = 2\sum_{\nu\nu'} E_{\nu\nu'} L^2_{\nu\nu'} |(p_\mu)_{\nu\nu'}|^2 \equiv \gamma_\mu \qquad /33/$$

и, следовательно, эффективные силы, восстанавливающие нарушенную симметрию H° в приближении СФ, имеют вид:

$$h_I = -\frac{1}{2}\sum_{\mu=0,\pm1}\frac{1}{\gamma_\mu}[H^\circ, P_\mu]^+[H^\circ, P_\mu]. \qquad /34/$$

Покажем, что, в соответствии с нерелятивистской теоремой Голдстоуна /см., например, обзор [22] /, среди собственных решений гамильтониана

$$\mathcal{H} = H^\circ + h_I \qquad /35/$$

имеется бесщелевая ветвь возбуждений ($\omega=0$), описывающая поступательное движение системы как целого. С этой целью проведем преобразование гамильтониана к форме нормальных колебаний

$$\mathcal{H} = \mathrm{const} + \frac{1}{2}\sum_n \sum_{\mu=0,\pm1}\{\mathcal{P}^+_n(\mu)\mathcal{P}_n(\mu) + \omega^2_n(\mu)\mathcal{L}^+_n(\mu)\mathcal{L}_n(\mu)\}, \qquad /36/$$

где индекс n нумерует собственные частоты колебаний $\omega_n(\mu)$* . Операторы $\mathcal{P}_n$ и $\mathcal{L}_n$ удовлетворяют тем же коммутационным соотношениям, что и операторы координаты и импульса /уравнения /11/ и /12//:

$$[\mathcal{L}_n(\mu), \mathcal{P}_{n'}(\mu')] = i(-1)^\mu \delta_{\mu',-\mu}\delta_{n,n'}$$

$$[\mathcal{L}_n, \mathcal{L}_{n'}] = [\mathcal{P}_n, \mathcal{P}_{n'}] = 0. \qquad /37/$$

Собственные частоты ω_n находятся из уравнений движения

$$[\mathcal{H}, \mathcal{P}_n(\mu)] = i\omega^2_n(\mu)\mathcal{L}_n(\mu)$$

$$[\mathcal{H}, \mathcal{L}_n(\mu)] = -i\mathcal{P}_n(\mu). \qquad /38/$$

Приведем квазибозонную реализацию операторов $\mathcal{P}_n$ и $\mathcal{L}_n$:

$$\mathcal{P}_n(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{\nu\nu'}\psi^{(n)}_{\nu\nu'}(\mu)[a^+_{\tilde\nu}a^+_{\nu'} + a_{\tilde\nu'}a_{\nu}] \qquad /39/$$

$$\mathcal{L}_n(\mu) = -\frac{i}{\sqrt{2}}\sum_{\nu\nu'}\phi^{(n)}_{\nu\nu'}(\mu)[a^+_{\tilde\nu}a^+_{\nu'} - a_{\tilde\nu'}a_{\nu}], \qquad /40/$$

где амплитуды преобразования ортонормированы условием:

$$\sum_{\nu\nu'}\psi^{(n)}_{\nu\nu'}(\mu)*\phi^{(n')}_{\nu\nu'}(\mu) = \delta_{nn'}. \qquad /41/$$

Конечное уравнение для частот ω_n, полученное решением уравнений движения /38/, имеет вид

$$\omega^2_n M(\omega_n) \equiv \omega^2_n \sum_{\nu\nu'}\frac{2E_{\nu\nu'}L^2_{\nu\nu'}|(p_\mu)_{\nu\nu'}|^2}{E^2_{\nu\nu'} - \omega^2_n} = 0. \qquad /42/$$

В случае сферической симметрии потенциала в /42/ необходимо суммировать по μ. Полученное уравнение для колебательных возбуждений со спином и четностью $I^\pi = 1^-$ аналогично уравнению для 1^+ возбуждений, возникающих в системах с нарушенной ротационной инвариантностью [15,16].

Теперь используем свойство галилеевой инвариантности потенциала и эффективных сил [23]

$$[\mathcal{H}, R_\mu] = -\frac{i\hbar}{M}P_\mu, \qquad /43/$$

где R_μ определено уравнением /12/. В бозонном представлении оператор R_μ имеет вид

$$R^B_\mu = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}\frac{m}{M}\sum_{\nu\nu'}U_{\nu\nu'}(rY_{1\mu})_{\nu\nu'}(a^+_{\tilde\nu}a^+_{\nu'} - a_{\tilde\nu'}a_\nu), \qquad /44/$$

где

$$U_{\nu\nu'} = u_\nu v_{\nu'} + u_{\nu'}v_\nu.$$

* Частоты ω_n зависят от μ в общем случае анизотропного потенциала, однако $\omega_n(\mu) = \omega_n(-\mu)$.

Имея в виду /30б/, получим из /43/ соотношение

$$\sqrt{\frac{4\pi}{3}}\, E_{\nu\nu'} U_{\nu\nu'} m(rY_{1\mu})_{\nu\nu'} = -i\hbar L_{\nu\nu'}(p_\mu)_{\nu\nu'}, \qquad /45/$$

которое позволяет показать, что статический предел функции $M(\omega_n)$ равен массе системы *

$$M(\omega_n = 0) \equiv M. \qquad /46/$$

Из уравнений /38/, /41/, /42/ и /45/ получим следующие выражения для амплитуд /выбор фаз произволен/:

$$\psi^{(n)}_{\nu\nu'}(\mu) = \frac{1}{\sqrt{Z^{(n)}(\mu)}} \frac{E^2_{\nu\nu'} L_{\nu\nu'}(p_\mu)_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega_n^2} \qquad /47/$$

$$\phi^{(n)}_{\nu\nu'}(\mu) = E^{-1}_{\nu\nu'} \psi^{(n)}_{\nu\nu'}(\mu),$$

где

$$Z^{(n)}(\mu) = \sum_{\nu\nu'} \frac{E^3_{\nu\nu'} L^2_{\nu\nu'} |(p_\mu)_{\nu\nu'}|^2}{(E^2_{\nu\nu'} - \omega_n^2)^2} \equiv \begin{cases} M/2, & \omega_n = 0 \\ \frac{1}{4}\omega_n \, \partial M(\omega_n)/\partial\omega_n, & \omega_n \neq 0. \end{cases} \qquad /48/$$

Теперь легко проверить, что часть гамильтониана /36/, соответствующая $\omega_n = 0$, принимает вид

$$\mathcal{H}_{|\omega=0} = \vec{P}^2/(2M), \qquad /49/$$

т.е. состояние с $\omega = 0$ соответствует поступательному движению системы как целого. Таким образом, при выборе эффективных сил, согласованных с формой потенциала, метод СФ правильно воспроизводит массу системы, как и метод обобщенной матрицы плотности [24].

Уравнение /42/ определяет также спектр колебательных 1^--возбуждений системы, лежащих выше порога двухквазичастичных возбуждений.

*В случае ротационной инвариантности получаем момент инерции системы [15].

В реальных системах могут существовать, помимо эффективных сил /34/, другие трансляционно-инвариантные взаимодействия /например, зависящие от скорости силы/. Такие взаимодействия перенормируют одночастичные матричные элементы $(p_\mu)_{\nu\nu'}$ и массы частиц. Однако форма уравнений /42/, /43/ и /49/ при этом сохраняется /см. аналогичное обсуждение роли спиновых сил в случае ротационной инвариантности [13,15,25]/.

В заключение этого раздела отметим, что если отвлечься от существования колебательных возбуждений в системе с $\omega_n \neq 0$, то приближенно эффективные силы /34/ с помощью уравнений /40/, /44/, /47/ и /48/ можно записать в виде:

$$h_1 \approx -\frac{1}{2\hbar^2} \sum_\mu \gamma_\mu R^+_\mu R_\mu. \qquad /50/$$

В частном случае осцилляторного потенциала /10/

$$\gamma_\mu = M(\hbar\omega_\mu)^2 \qquad /51/$$

и уравнение /50/ переходит в /16/.

Характеристики 1^--возбуждений

Рассмотрим несколько подробнее свойства 1^--возбуждений с $\omega_n \neq 0$, описываемых уравнением /42/. Для них можно записать однофононные волновые функции

$$|\mu, n\rangle \equiv Q^+_n(\mu)|0'\rangle = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\omega_n}} \mathcal{P}^+_n(\mu) + i\sqrt{\frac{\omega_n}{2}} \mathcal{L}^+_n(\mu) \right\}|0'\rangle, \qquad /52/$$

где $|0'\rangle$ - фононный вакуум. Состояния /52/ ортонормированы условием

$$\langle\mu', n'|\mu, n\rangle = \delta_{\mu\mu'}\delta_{nn'}. \qquad /53/$$

Эти состояния характеризуются E1-переходами, связывающими их с основным состоянием. Запишем оператор E1-перехода в виде

$$\mathfrak{M}(E1,\mu)=\sum_{t=n,p} e^{(t)} \sum_{\nu\nu'} (rY_{1\mu})_{\nu\nu'} a^+_\nu a_{\nu'}, \qquad /54/$$

где $e^{(t)}$ - эффективные заряды, $a^+_\nu (a_\nu)$ - операторы рождения /уничтожения/ частиц. Выделим из /54/ квазибозонную часть и выразим ее через коллективные операторы фононов и координаты центра тяжести

$$\mathfrak{M}^B(E1,\mu)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\,(Ne^{(n)}+Ze^{(p)})R^B_\mu\,\delta_{\omega_n,0}+$$

$$+\frac{i\hbar}{m}\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sum_n [\omega_n^2\,\partial M(\omega_n)/\partial\omega_n]^{-1/2}\times \qquad /55/$$

$$\times[Q_n(\mu)-(-1)^\mu Q^+_n(-\mu)]\sum_t e^{(t)} M^{(t)}(\omega_n)$$

/ $M^{(t)}$ - часть функции $M(\omega_n)$ для определенного сорта частиц/. Если выбрать эффективные заряды в виде

$$e^{(t)}/e=\begin{cases}1-Z/A, & t=p\\ -Z/A, & t=n,\end{cases} \qquad /56/$$

то движение центра тяжести не дает вклада в /55/.

Применяя обычную процедуру вычислений в обобщенной модели, получим приведенную вероятность E1-перехода

$$B(E1,I0^+\to I'\mu)_n=\frac{2}{1+\delta_{\mu,0}}\cdot\frac{3}{4\pi}\left(\frac{e\hbar}{m}\right)^2\times$$

$$\times|\langle I10\mu|I'\mu\rangle M^{(p)}(\omega_n)|^2/[\omega_n^2\,\partial M(\omega_n)/\partial\omega_n]. \qquad /57/$$

Вычислим также дипольное энергетически-взвешенное правило сумм

$$\sum_n \omega_n B(E1,0^+\to 1^-\mu)_n=$$

$$=\frac{1}{2}\langle 0|[\mathfrak{M}^B(E1,\mu)^+,[H^\circ,\mathfrak{M}^B(E1,\mu)]]|0\rangle. \qquad /58/$$

Проведя прямые вычисления двойного коммутатора в /58/ и используя /45/, получим

$$\sum_n \omega_n B(E1,0^+\to 1^-\mu)_n=$$

$$=\frac{1}{1+\delta_{\mu,0}}\cdot\frac{3}{4\pi}\,\frac{(e\hbar)^2}{m}\,\frac{ZN}{A},\quad(\mu=0,1). \qquad /59/$$

В случае сферически симметричного потенциала /59/ суммируется по μ и переходит в хорошо известное дипольное правило сумм.

Заключение

В работе сформулирован приближенный метод восстановления нарушенной симметрии одночастичного гамильтониана с помощью сепарабельных эффективных сил. Приближенный характер метода обусловлен пренебрежением обменными взаимодействиями, а также тем, что для каждого типа нарушенной симметрии независимо конструируются свои эффективные силы. Последнее приближение представляется оправданным, так как возбуждения многочастичных систем, связанные с тем или иным нарушением симметрии, независимы в гармоническом приближении. При строгом учете ангармонических эффектов необходимо одновременное рассмотрение всех форм нарушенной симметрии, что представляет собой весьма сложную задачу.

Эффективные силы, конструируемые в изложенном методе, конечно, носят модельный характер и в общем случае не совпадают с остаточными взаимодействиями, возникающими после выделения самосогласованного поля, а лишь отражают свойства этих взаимодействий по отношению к рассматриваемому типу симметрии.

Использование сепарабельных сил в исследованиях ядерной структуры стало очень популярным. В связи с этим хотелось бы заметить, что не следует забывать о согласовании таких сил с формой потенциала среднего поля. Такое согласование, как показано в данной работе и в работах /16,25,26/, позволяет фиксировать радиальную зависимость эффективных сил и для ряда коллективных ветвей возбуждений исключить произвол в выборе силовых параметров.

В заключение выражаю благодарность Я.А.Смородинскому, В.Г.Зелевинскому, И.Н.Михайлову, И.М.Павличенкову и М.И.Штокману за полезные обсуждения метода.

Литература

1. *Н.Н.Боголюбов. Препринт ОИЯИ, Р-511, Дубна, 1960.*
2. *D.J.Thouless. Nucl.Phys., 22, 78 (1961).*
3. *D.J.Thouless, J.G.Valatin. Nucl.Phys., 31, 211 (1962).*
4. *S.T.Belyaev. Nucl.Phys., 64, 17 (1965).*
5. *E.R.Marshalek, J.Weneser. Ann.Phys., 53, 569 (1969).*
6. *S.T.Belyaev. Phys.Lett., 28B, 365 (1969).*
7. *С.А.Фаянс, В.А.Ходель. Письма в ЖЭТФ, 17, 633 /1973/.*
8. *Z.Bochnacki, I.M.Holban, I.N.Mikhailov. Nucl.Phys., A97, 33 (1967).*
9. *Б.Л.Бирбраир. ЯФ, 5, 1198 /1967/; Phys.Lett., 46B, 152 (1973).*
10. *H.J.Mikeska, W.Brenig, Z.Physik, 220, 321 (1969).*
11. *D.H.E.Gross. Phys.Lett., 30B, 16 (1969).*
12. *Б.Л.Бирбраир, В.А.Садовникова. Препринты ЛИЯФ, №№ 88,89, Ленинград, 1974.*
13. *В.М.Михайлов. Изв. АН СССР, сер.физ., 34, 840 /1970/.*
    В.М.Михайлов, В.В.Погосян. ЯФ, 16, 289 /1972/.
14. *I.Hamamoto. Nucl.Phys., A177, 484 (1971).*
15. *Н.И.Пятов, М.И.Черней. ЯФ, 16, 931 /1972/.*
16. *М.И.Базнат, Н.И.Пятов. ОИЯИ, Р4-7907, Дубна, 1974.*
17. *S.G.Nilsson. Kgl.Dan.Vid.Selsk.Mat.Fys.Medd., 29, No. 16 (1955).*
18. *A.Bohr, B.R.Mottelson. Nuclear Structure, v. II (to be published).*
19. *П.Э.Немировский, В.А.Чепурнов. ЯФ, 3, 998 /1966/.*
20. *S.T.Belyaev. Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk., 31, No. 11 (1959).*
21. *В.Г.Соловьев. ЖЭТФ, 35, 823 /1958/; 36, 1869 /1959/; ДАН СССР, 133, 325 /1960/.*
22. *А.А.Гриб, Е.В.Дамаскинский, В.М.Максимов. УФН, 102, 587 /1970/.*
23. *О.Бор, Б.Моттельсон. Структура атомного ядра, т. 1, М., Мир, 1971.*
24. *С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. ЯФ, 16, 1195 /1972/.*
25. *А.А.Кулиев, Н.И.Пятов. ЯФ, 20, 297 /1974/.*
26. *D.J.Rowe. Phys.Rev., 162, 866 (1967).*
    K.Kumar, B.Sorensen. Nucl.Phys., A146, 1 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 августа 1974 года.